СЕМИНАР: Применение метода забивающих констант. Незабиваемые множества переменных функций.

Будем говорить, что подмножество U множества X, состоящего из всех БП ФАЛ f, забивает БП x, $x \in X \setminus U$, этой ФАЛ, если существует ЭК K от БП U такая, что ФАЛ $f\big|_K$ не зависит существенно от x. При этом будем считать, по определению, что пустое множество $U = \varnothing$ забивает любую несущественную БП ФАЛ f и не забивает её существенные БП. Непустое подмножество Y множества БП ФАЛ f называется незабиваемым множеством переменных этой ФАЛ, если для любой БП y, $y \in Y$, множество $Y \setminus \{y\}$ не забивает y. Заметим, что если Y — незабиваемое множество БП ФАЛ f, то любая БП из Y является существенной БП ФАЛ f, и для любой ЭК K от БП Y множество её несущественных БП является незабиваемым множеством БП ФАЛ $f\big|_K$.

Утверждение. *Если ФАЛ f, $f \in P_2(n)$, имеет незабиваемое множество, состоящее из m её БП, то*

$$L^C(f) \geqslant 2m - 2, \quad L^K(f) \geqslant 2m - 1.$$

Задачи.

1. Для функции f найти максимальное по мощности незабиваемое множество её переменных:
   (a) $f(\tilde{x}^n) = x_1 \vee x_2 \vee \ldots \vee x_n$.
   (b) $f(\tilde{x}^n) = x_1 \oplus x_2 \oplus \ldots \oplus x_n$.
   (c) $f(\tilde{x}^n) = x_1x_2 \vee x_3x_4 \vee \ldots \vee x_{2k-1}x_{2k}$.
   (d) $f(\tilde{x}^n, \tilde{y}^{2^n}) = \mu_n(x_1, \ldots, x_n, y_0, \ldots, y_{2^n-1})$.
2. Построить минимальные КС и СФЭ для функции $\mu_1(x_1, y_0, y_1)$ и обосновать их минимальность.
3. Построить минимальную СФЭ для функции $x_1y_1y_2y_3 \oplus \bar{x}_1y_4y_5$ и обосновать её минимальность.
4. Доказать, что:
   (a) $L^{\mathrm{C}}(\mu_n(x_1, \ldots, x_n, y_0, \ldots, y_{2^n-1}) \vee \mu_n(x'_1, \ldots, x'_n, z_0, \ldots, z_{2^n-1})) \sim 4 \cdot 2^n$.
   (b) $L^{\mathrm{C}}(\mu_n(x_1, \ldots, x_n, y_0, \ldots, y_{2^n-1}) \vee \mu_n(x_1, \ldots, x_n, z_0, \ldots, z_{2^n-1})) \sim 3 \cdot 2^n$.