Математические модели и методы логического синтеза СБИС

Осень 2025

Лекция 3

План лекции

- Различные способы представления функций алгебры логики
- Двоичные решающие диаграммы (BDD) и представление булевых функций в виде BDD.
- Представление функций в виде конъюнктивных нормальных форм и задача ВЫПОЛНИМОСТИ.

Различные способы представления функций алгебры логики

Структурная и функциональная модель

- Структурная модель
  - Описывает элементы из которых состоит схема и связи между ними
  - Необходима для построения топологии
- Функциональная модель
  - Описывает поведение (функцию) каждого элемента схемы
  - Анализ поведения схемы
  - Верификация

Структурная и функциональная модель

- Нужен специальный математический аппарат, позволяющий описывать все множество функций, реализуемых схемой
- Требуются математические модели позволяющие
  - связать структурную и функциональную модели
  - эффективно решать основные задачи анализа и синтеза схемы, а также различные задачи верификации схем

Основные представления логических схем

- Представления булевых функций
  - Таблица истинности
  - ДНФ (Positional cube notation)
  - Двоичные решающие диаграммы (BDD)
  - Другие
- Представление логических схем
  - Графовые модели с использованием BDD
  - Add-Inverter Graphs
  - Логические сети
  - Другие

Способы представления функций алгебры логики

- Таблица истинности

$$y_k = (01101001)$$

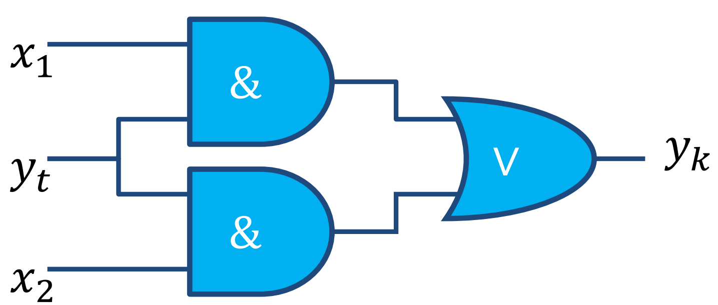
- Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ)

$$y_k = x_1 y_t \vee x_2 y_s$$

- Формула в заданном базисе

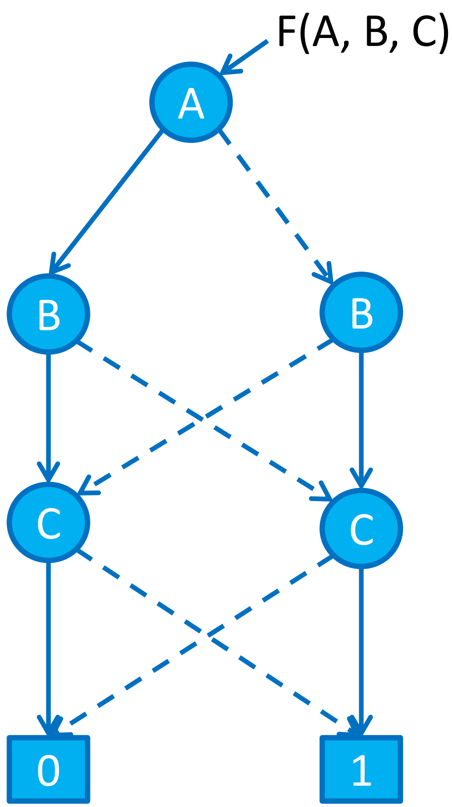
$$y_k = (x_1 | x_2) \sim y_s$$

- Схема из функциональных элементов (СФЭ) в заданном базисе



Способы представления функций алгебры логики

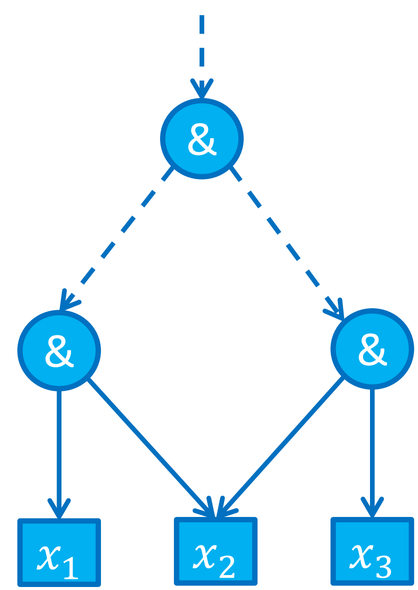
- Двоичные решающие диаграммы



A > B > C

- And-Inverter Graphs(AIG)

$y = x_1 x_2 \vee x_2 x_3$



Сравнение различных представлений функций алгебры логики

	Таблица истинности	ДНФ	Формула	СФЭ	BDD	AIG
Допустимое число переменных	Малое	Среднее	Большое	Большое	Большое	Большое
Уникальность представления	+	-	-	-	+	При доп. ограничениях
Зависимость от базиса	-	-	+	+	-	-
Сложность представления	Линейная относительно числа входных наборов	Зависит от ФАЛ	Зависит от ФАЛ и базиса	Зависит от ФАЛ и базиса	Зависит от ФАЛ и порядка следования переменных	Зависит от ФАЛ

Двоичные решающие диаграммы (BDD) и представление булевых функций в виде BDD.

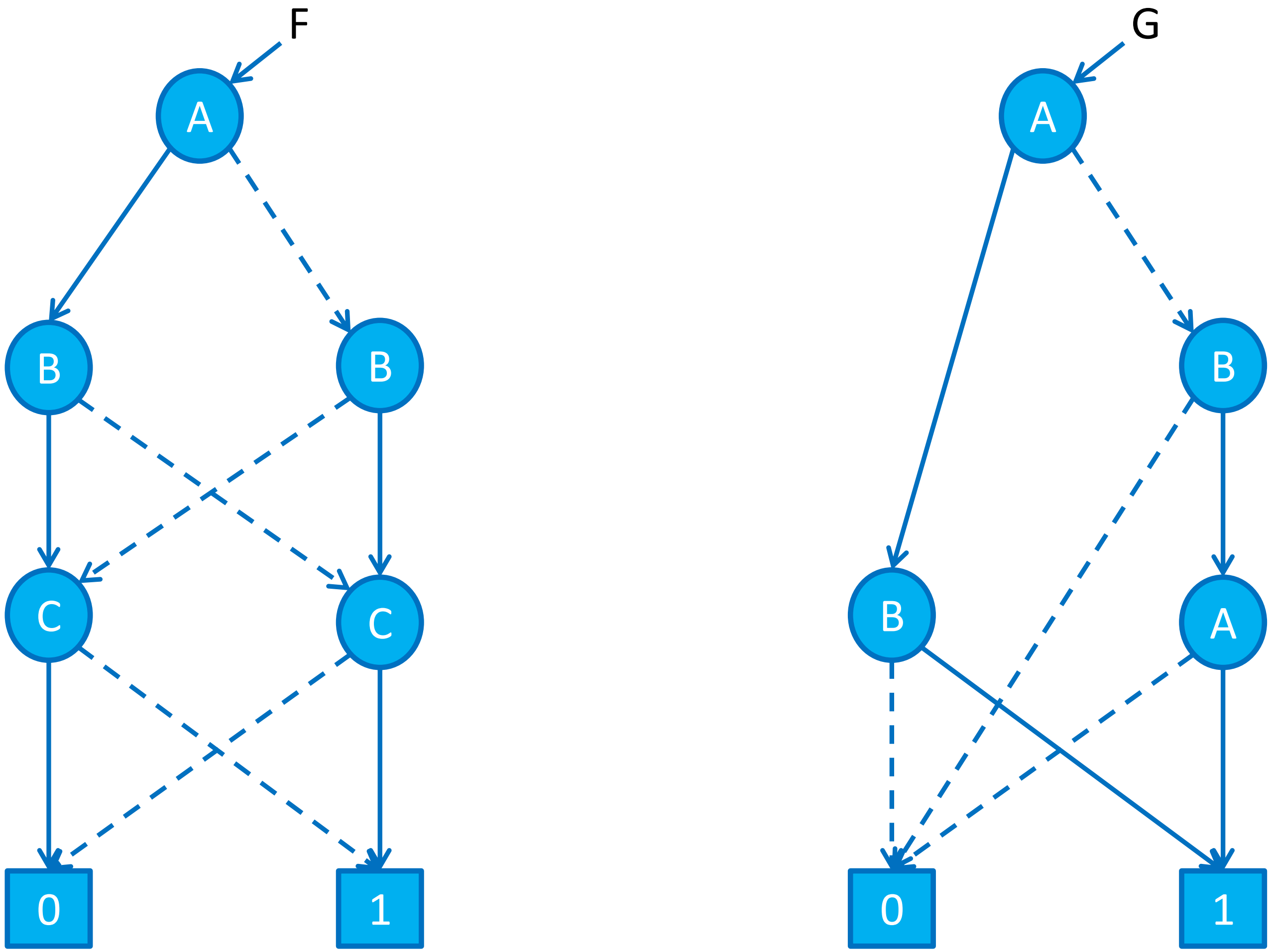
Двоичные решающие диаграммы (BDD)

- BDD Σ от БП $x_1,\ldots,x_n$ – ориентированный ациклический граф с одним или более истоками и двумя стоками.
- Стоки помечены символами “0” и “1”, любая другая вершина имеет пометку x_i, $1\leq i\leq n$.
- Истоки (и, возможно, другие вершины) помечены специальными символами, характеризующими булевы функции (БФ), реализуемые в этих вершинах.

Двоичные решающие диаграммы (BDD)

- Каждое ребро является ребром 0-типа («прерывистые») или ребром 1-типа(«непрерывные»)
- Из каждой вершины исходит два ребра: одно ребро 0-типа и одно ребро 1-типа.
- Ребро 0-типа (1-типа) проводит, если переменная, приписанная вершине из которой исходит ребро, равна 0 (1).

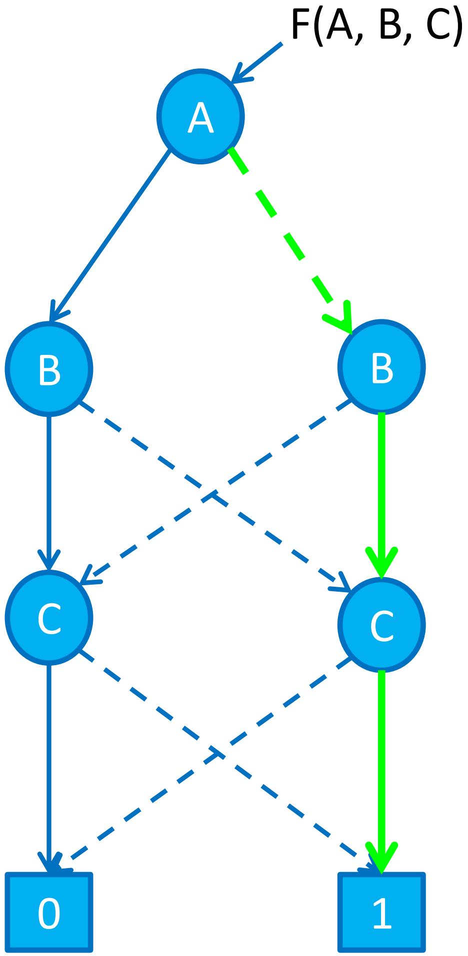
Структура BDD - примеры



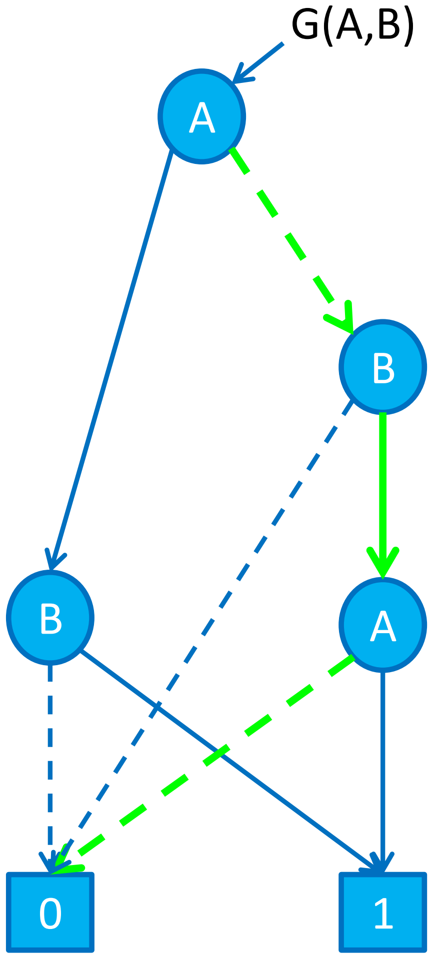
Представление булевых функций в виде BDD

- В любой вершине BDD Σ реализуется БФ f – БФ проводимости от этой вершины BDD Σ к её стоку с пометкой “1” (заметим, что БФ проводимости от вершины BDD Σ к её стоку с пометкой 0 равна ¬f).
- BDD Σ реализует систему БФ, которые реализуется в вершинах, помеченных специальными символами.
- Сложность L(Σ) BDD Σ – число ее вершин, не являющихся стоками

Функционирование BDD - примеры

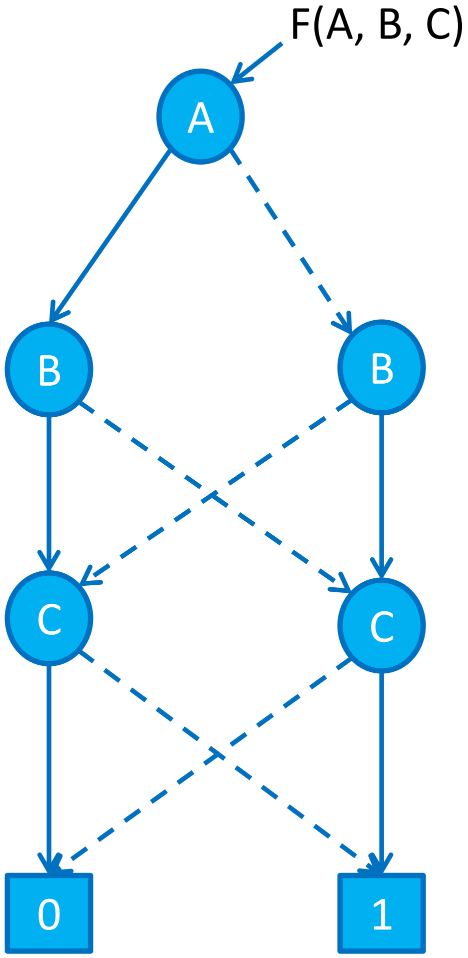


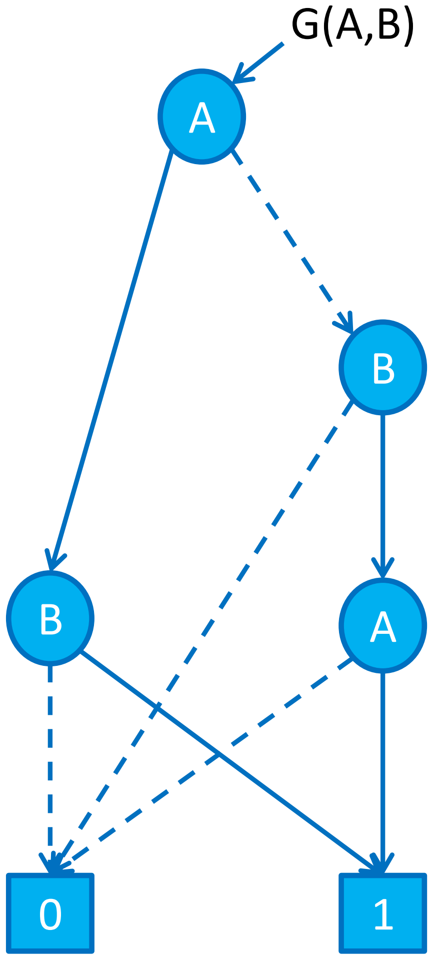
F(0, 1, 1) = 1



F(0, 1) = 0

Реализация булевых функций при помощи BDD - примеры





F(A, B, C) = A+B+C+1

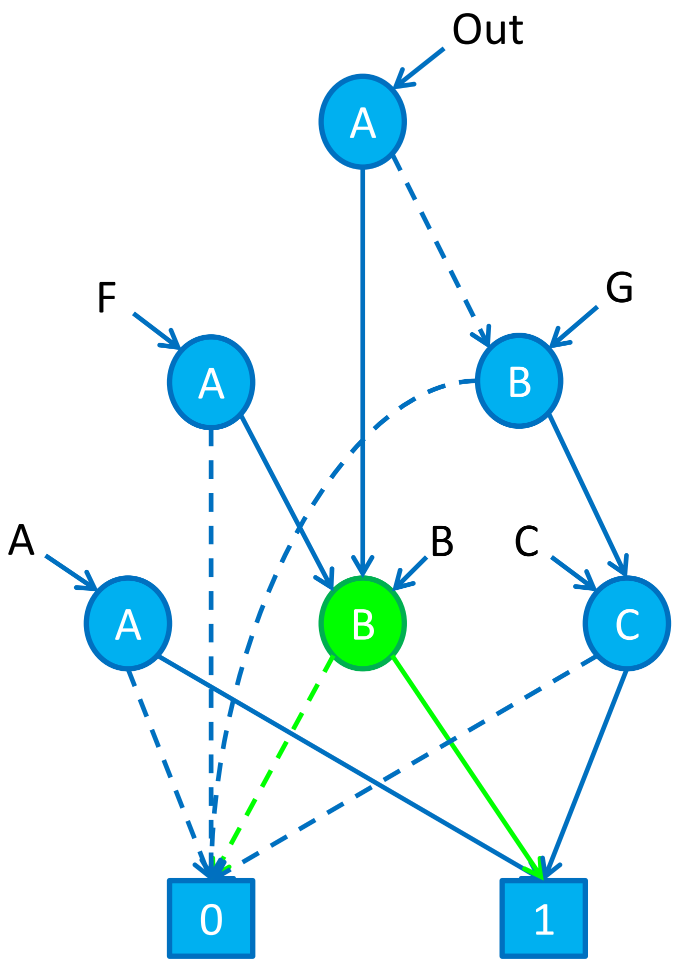
F(A, B) = AB

Различные типы BDD

- Разделяемые BDD
- Упорядоченные BDD
- Приведенные BDD
- Другие типы BDD
  - Binary moment diagrams
  - Zero-suppressed decision diagrams
  - Free binary decision diagrams
  - Parity decision diagrams
  - Multiple terminal decision diagrams

Разделяемые BDD

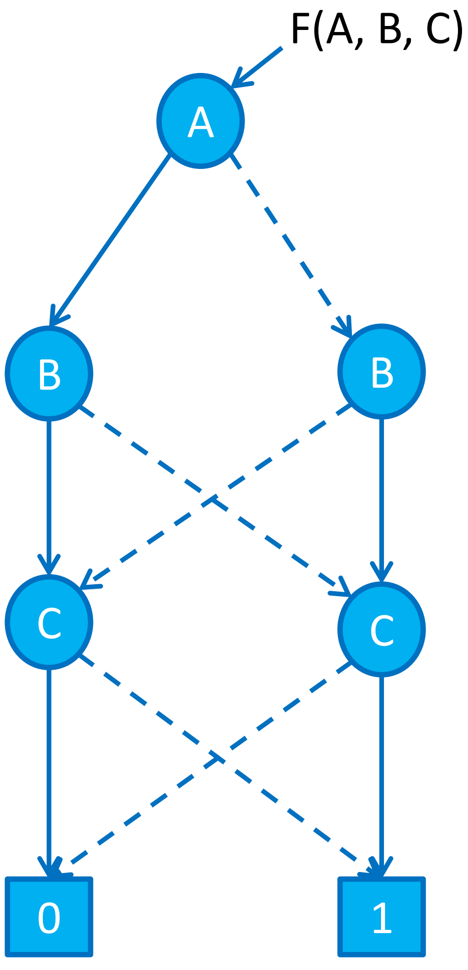
- В каждой вершине BDD реализуется некоторая функция
- BDD Σ реализует систему БФ, которые реализуется в вершинах, помеченных специальными символами.
- Совместное использование подфункций



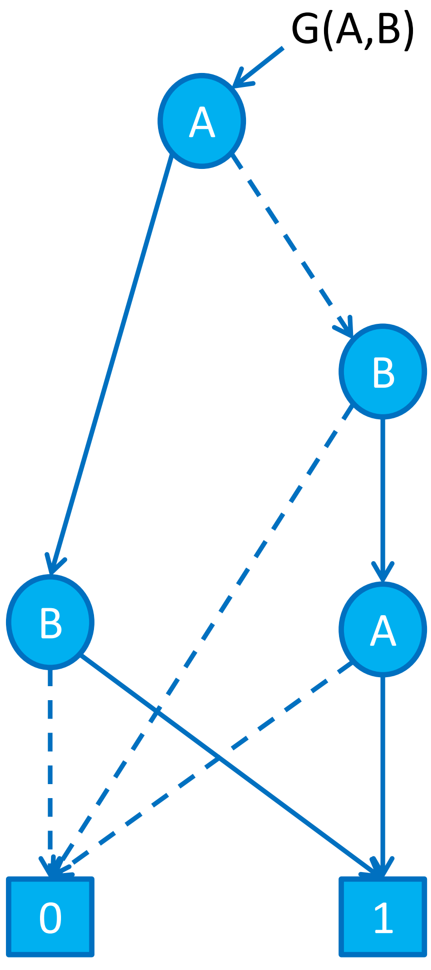
Упорядоченные BDD

- Упорядоченная BDD (OBDD) от БП $x_1,\ldots,x_n$ – BDD, в которой на любом пути от входа к выходам переменные встречаются в одном и том же «глобальном» порядке.

Упорядоченные BDD - примеры



A > B > C

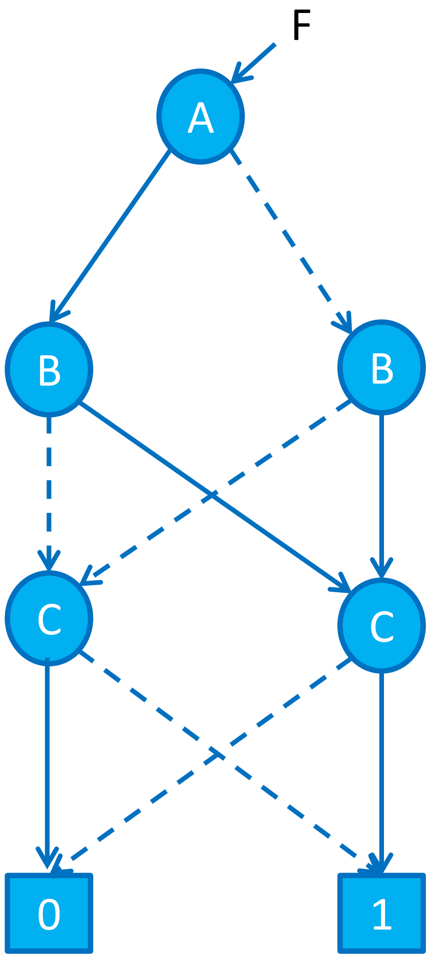


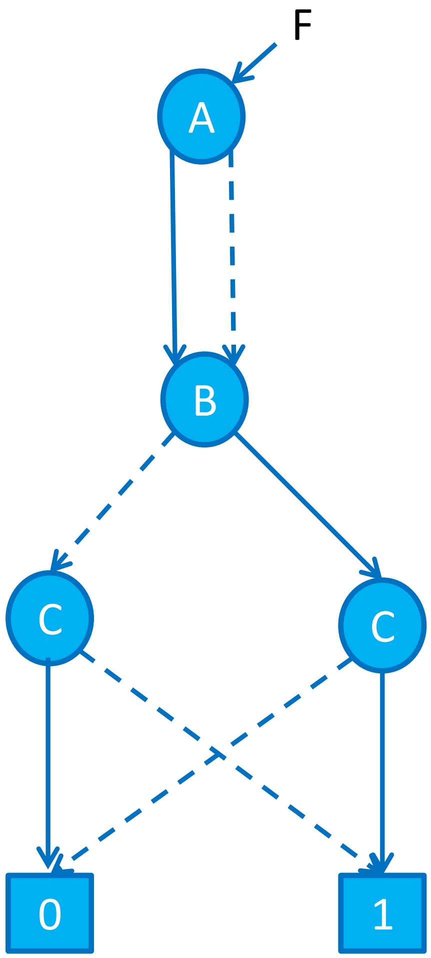
Неупорядоченная BDD

Приведенные BDD

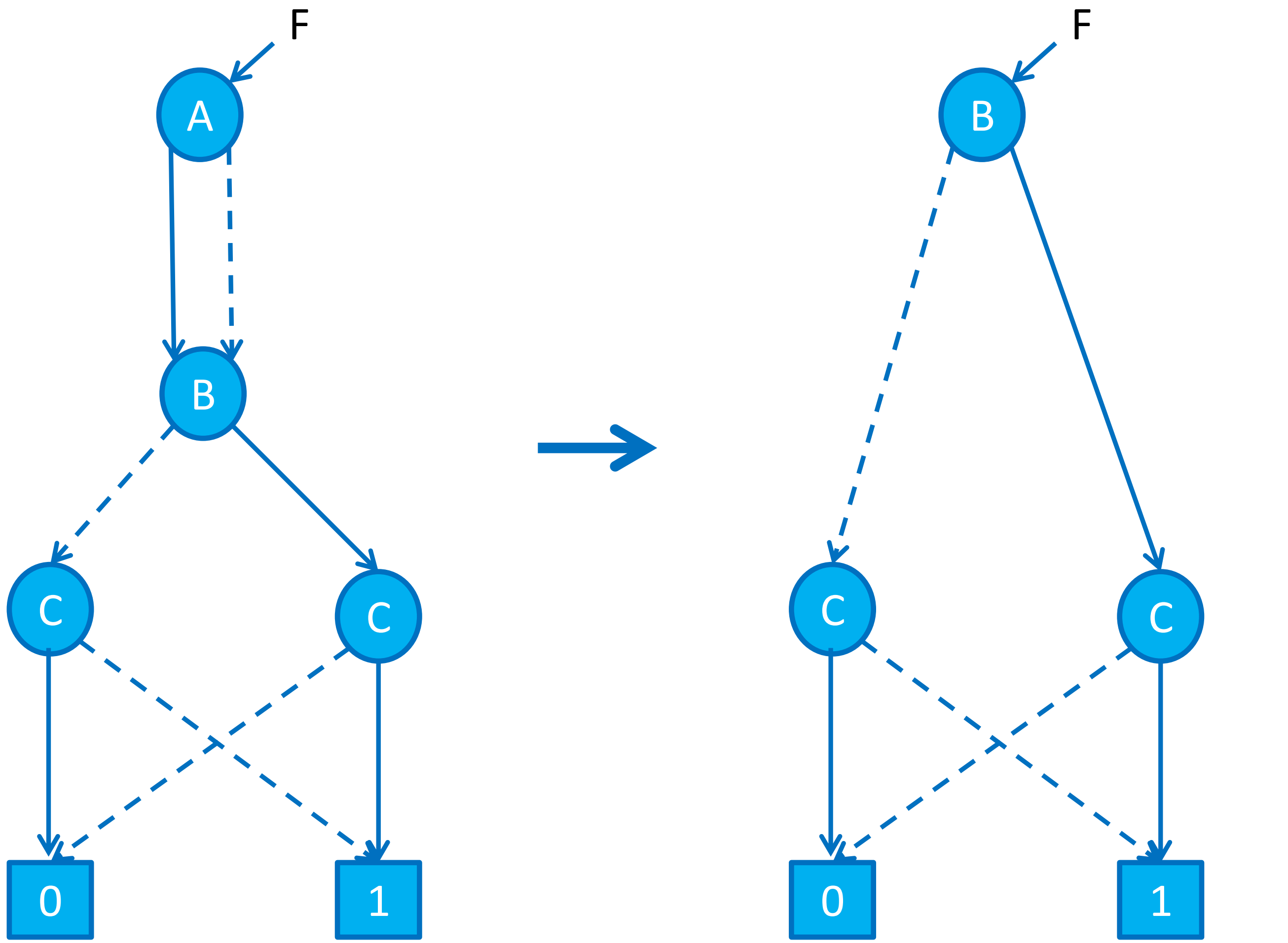
- Операции приведения BDD:
  – удаление вершины, у которой обе исходящие дуги идут в одну и ту же вершину;
  – слияние (отождествление) двух вершин, обладающих тем свойством, что БФ проводимости от каждой из них к выходам BDD равны.
- Приведенная BDD – упорядоченная BDD, к которой применены все возможные операции удаления и слияния.

Приведенная BDD - примеры





Приведенная BDD - примеры



Разделяемые приведенные упорядоченные BDD

- Randal E. Bryant. "Graph-Based Algorithms for Boolean Function Manipulation". IEEE Transactions on Computers, C-35(8):677–691, 1986.
- Представляют одну из основных структур данных, используемых для хранения булевых функций, которые реализуются в узлах логической схемы.

Связь BDD с контактными схемами

- BDD представляет собой, по существу, специальный класс контактных схем.

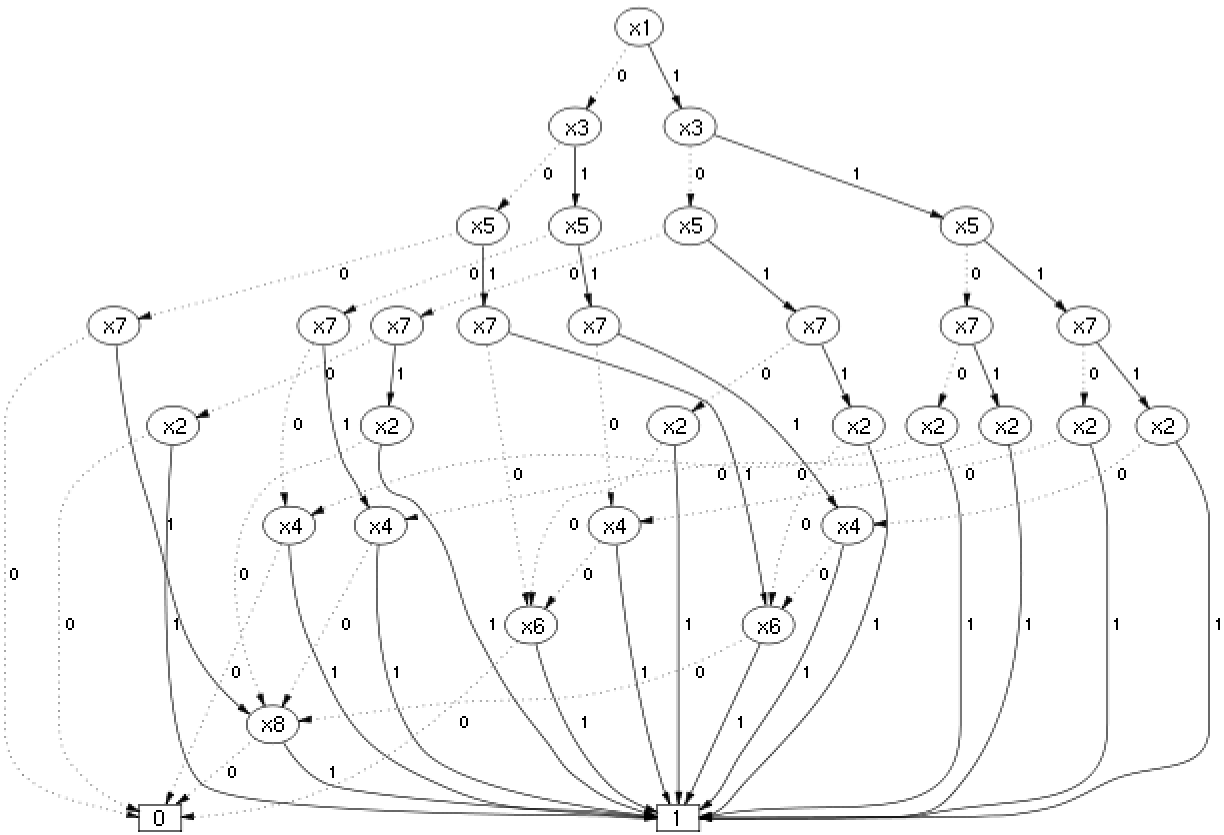
Связь BDD со схемами из функциональных элементов

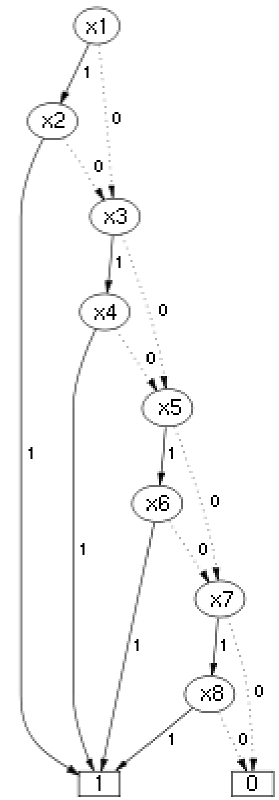
- Используя мультиплексоры, по произвольной BDD можно получить схему из функциональных элементов, реализующую те же БФ, что и исходная BDD.

Выбор оптимального порядка разложения переменных BDD

- Порядок переменных может очень сильно влиять на сложность получаемой ROBDD для заданной БФ.
- Для заданной БФ сложность получаемой ROBDD может быть как линейной, так и экспоненциальной в зависимости от выбора порядка разложения по переменным.
- Проблема выбора для заданной БФ оптимального по сложности получаемой OBDD порядка БП является NP-трудной.

Выбор оптимального порядка разложения переменных BDD





Выбор оптимального порядка разложения переменных BDD

- Рассмотрим следующие БФ:

$$f^n = \bigvee_{i=1}^{n} x_i y_i, \quad g^n_{\{i_1,\dots,i_m\}} = y_{i_1} \vee \dots \vee y_{i_m} \vee f^n.$$

- Лемма 1. Пусть $Y^k = \{y_n, \dots, y_{n-k+1}\}$. Для любых двух подмножеств $Y', Y'' \in Y^k, Y' \neq Y''$, выполняется неравенство:

$$g^{n-k}_{Y'} \neq g^{n-k}_{Y''}.$$

- Доказательство. Достаточно рассмотреть переменную, которая входит в Y' и не входит Y'' (или наоборот). Для одной из рассматриваемых БФ указанная переменная будет существенной, а для другой – нет.
- Следствие. Мощность множества $G^k = \left\{ g^{n-k}_A \middle| A \in 2^{Y^k} \right\}$ равна 2^k.

Выбор оптимального порядка разложения переменных BDD

- Лемма 2. Пусть $P_1 = (x_n, y_n, x_{n-1}, y_{n-1}, \dots, x_1, y_1)$ - порядок разложения переменных. Тогда сложность ROBDD, реализующей БФ f^n и имеющий порядок разложения переменных P_1, равна $2n$.
- Доказательство. Рассмотрим разложение БФ f^n по переменным x_n и y_n:

$$f^n\Big|_{x_n=0} = f^{n-1}, \qquad f^n\Big|_{x_n=1} = g_{\{n\}}^{n-1},$$

$$g_{\{n\}}^{n-1}\Big|_{y_n=0} = f^{n-1}, \qquad g_{\{n\}}^{n-1}\Big|_{y_n=1} = 1.$$

- Следовательно,

$$L_{P_1}^{ROBDD}(f^n) = 2 + L_{P_1}^{ROBDD}(f^{n-1}).$$

- Учитывая, что $L_{P_1}^{ROBDD}(f^0) = 0$, решим рекуррентное уравнение:

$$L_{P_1}^{ROBDD}(f^n) = 2n.$$

Выбор оптимального порядка разложения переменных BDD

- Лемма 3. Пусть $P_2 = (x_n, \dots, x_n, y_n, \dots, y_1)$ - порядок разложения переменных. Тогда сложность ROBDD, реализующей БФ f^n и имеющий порядок разложения переменных P_2, не меньше, чем 2^n.
- Доказательство. Рассмотрим последовательное разложение БФ f^n по переменным $x_n, \dots, x_1$:

$$f^n\Big|_{x_n=0} = f^{n-1}, \qquad f^n\Big|_{x_n=1} = g_{\{n\}}^{n-1},$$

$$f^{n-1}\Big|_{x_{n-1}=0} = f^{n-2}, \qquad f^{n-1}\Big|_{x_{n-1}=1} = g_{\{n-1\}}^{n-2},$$

$$g_{\{n\}}^{n-1}\Big|_{x_{n-1}=0} = g_{\{n\}}^{n-2}, \qquad g_{\{n\}}^{n-1}\Big|_{x_{n-1}=1} = g_{\{n,n-1\}}^{n-2}.$$

- Нетрудно видеть, что при таком порядке разложения по переменным в качестве подфункции появятся все БФ множества G.
- Так как все БФ множества G^n попарно различны и $|G^n| = 2^n$, то в соответствующей ROBDD будет не менее 2^n вершин.

Основные операции над BDD

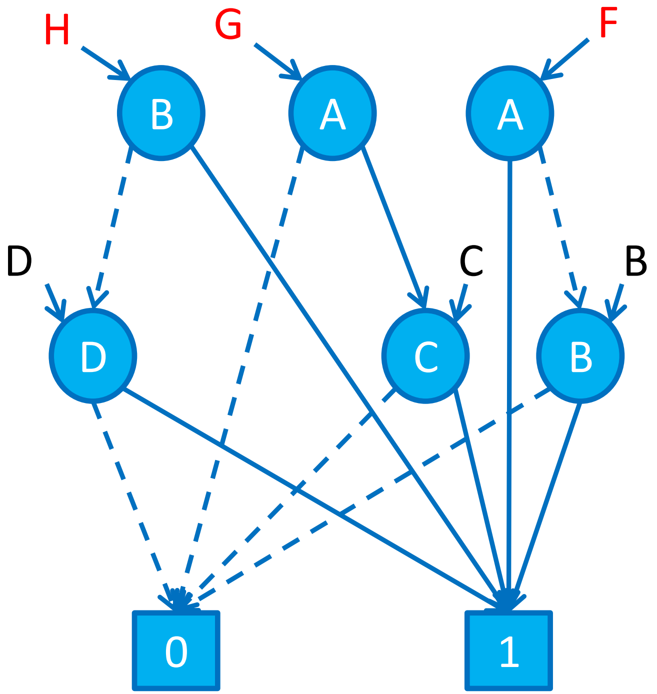
- Оператор условного перехода (*if-then-else* (*ITE*)):
$$ITE(f, g, h) = f \cdot g \vee \bar{f} \cdot h.$$
- Оператор *ITE* может быть применен для рекурсивного построения ROBDD:
$$ITE(f, g, h) = f \cdot g \vee \bar{f} \cdot h =$$
$$= x\left(f \cdot g \vee \bar{f} \cdot h\right)\Big|_{x=1} \vee \bar{x}\left(f \cdot g \vee \bar{f} \cdot h\right)\Big|_{x=0} =$$
$$= x\left(f\Big|_{x=1} \cdot g\Big|_{x=1} \vee \bar{f}\Big|_{x=1} \cdot h\Big|_{x=1}\right) \vee \bar{x}\left(f\Big|_{x=0} \cdot g\Big|_{x=0} \vee \bar{f}\Big|_{x=0} \cdot f\Big|_{x=0}\right) =$$
$$= \left(x, ITE\left(f\Big|_{x=1}, g\Big|_{x=1}, h\Big|_{x=1}\right), ITE\left(f\Big|_{x=1}, g\Big|_{x=1}, h\Big|_{x=1}\right)\right),$$

где x – первая по порядку разложения переменная в ROBDD.

- Терминальные случаи рекурсии:
$$ITE(1, f, g) = ITE(0, g, f) = ITE(f, 1{,}0) = ITE(g, f, f) = f.$$

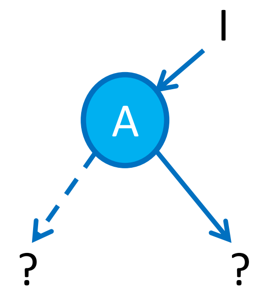
Пример применения оператора ITE к ROBDD

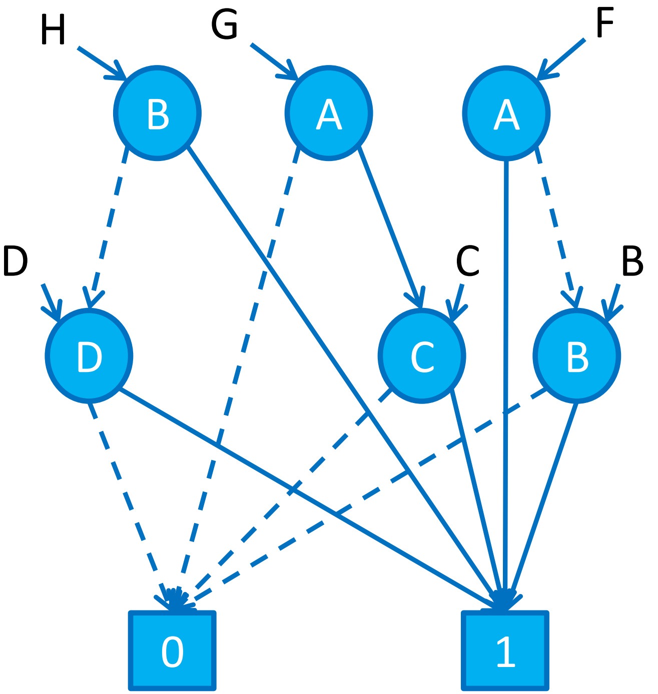
$I = ITE(F, G, H)$



Пример применения оператора ITE к ROBDD

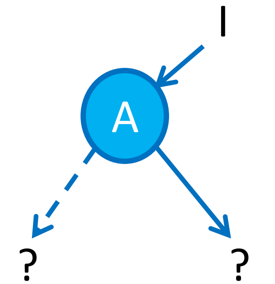
$$I = ITE(F,G,H) =$$
$$= \left(A, ITE\left(F\big|_{A=1}, G\big|_{A=1}, H\big|_{A=1}\right), ITE\left(F\big|_{A=0}, G\big|_{A=0}, H\big|_{A=0}\right)\right) =$$

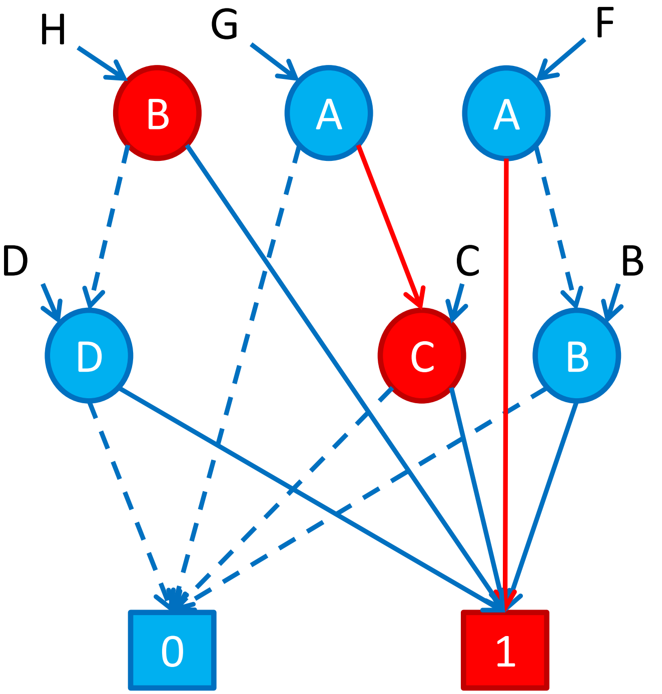




Пример применения оператора ITE к ROBDD

$$I = ITE(F, G, H) =$$
$$= \left(A, ITE\left(F\Big|_{A=1}, G\Big|_{A=1}, H\Big|_{A=1}\right), ITE\left(F\Big|_{A=0}, G\Big|_{A=0}, H\Big|_{A=0}\right)\right) =$$
$$= (A, ITE(1, C, H), \dots)$$



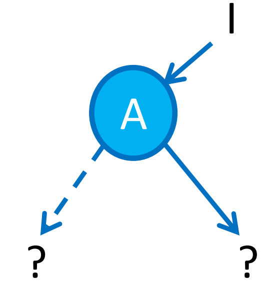


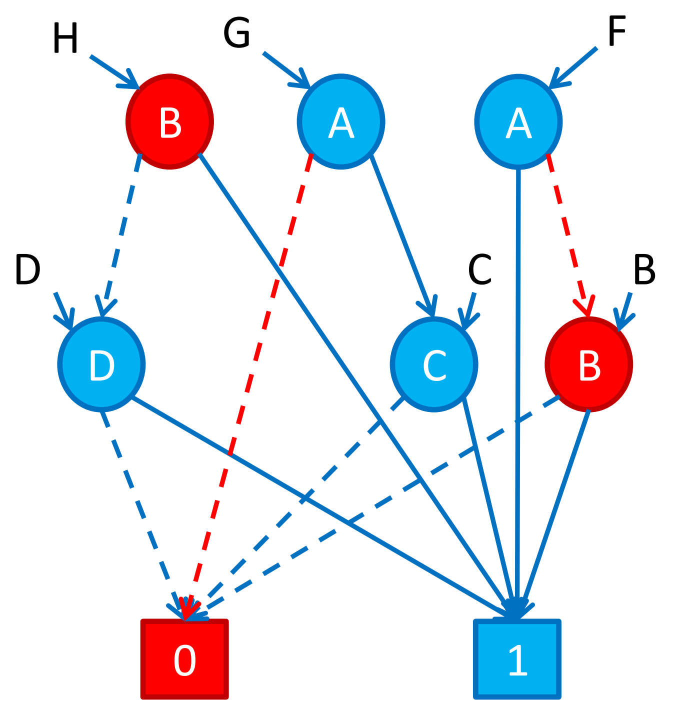
Пример применения оператора ITE к ROBDD

$$I = ITE(F, G, H) =$$

$$= \left(A, ITE\left(F\big|_{A=1}, G\big|_{A=1}, H\big|_{A=1}\right), ITE\left(F\big|_{A=0}, G\big|_{A=0}, H\big|_{A=0}\right)\right) =$$

$$= \left(A, ITE(1, C, H), ITE(B, 0, H)\right) =$$





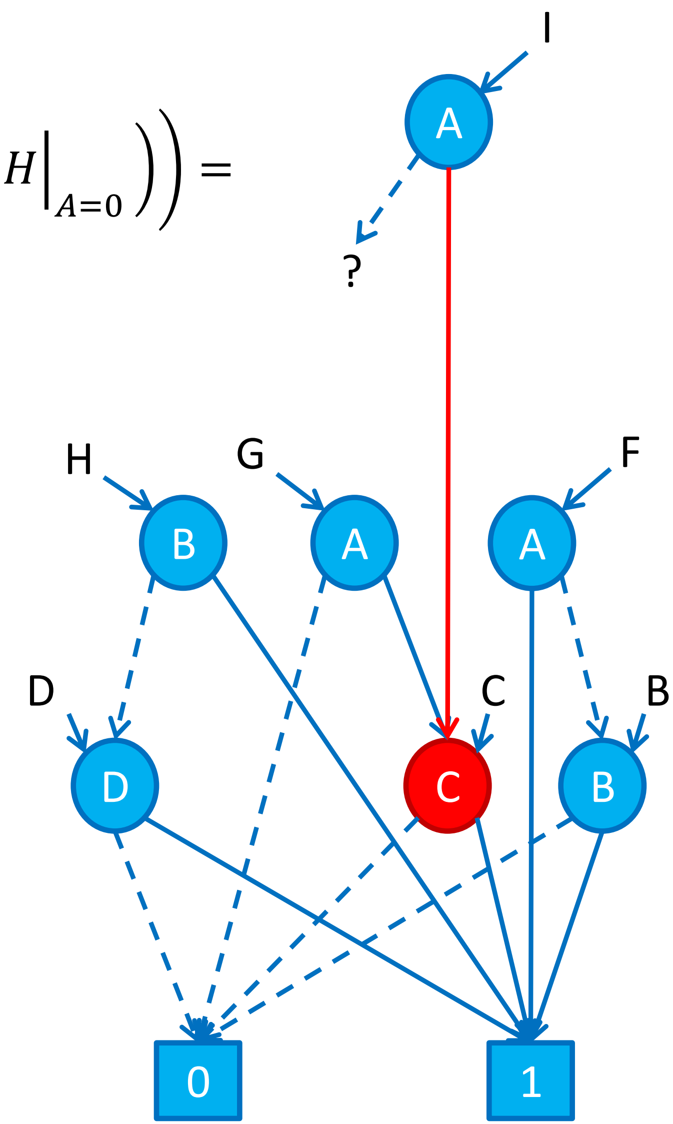
Пример применения оператора ITE к ROBDD

$I = ITE(F, G, H) =$

$= \left(A, ITE\left(F\Big|_{A=1}, G\Big|_{A=1}, H\Big|_{A=1}\right), ITE\left(F\Big|_{A=0}, G\Big|_{A=0}, H\Big|_{A=0}\right)\right) =$

$= \big(A, ITE(1, C, H), ITE(B, 0, H)\big) =$

$= (A, {\color{red}C}, ITE(B, 0, H))$



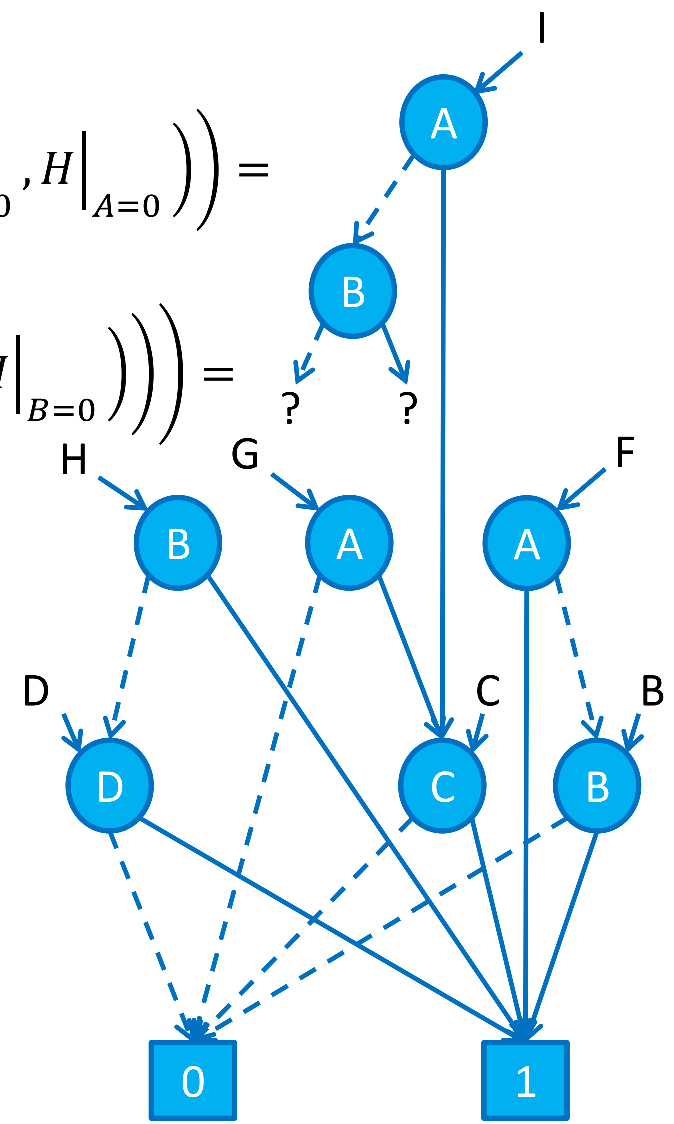
Пример применения оператора ITE к ROBDD

$$I = ITE(F, G, H) =$$

$$= \left(A, ITE\left(F\Big|_{A=1}, G\Big|_{A=1}, H\Big|_{A=1}\right), ITE\left(F\Big|_{A=0}, G\Big|_{A=0}, H\Big|_{A=0}\right)\right) =$$

$$= \big(A, ITE(1, C, H), ITE(B, 0, H)\big) =$$

$$= \left(A, C, \left(B, ITE\left(B\Big|_{B=1}, 0, H\Big|_{B=1}\right), ITE\left(B\Big|_{B=0}, 0, H\Big|_{B=0}\right)\right)\right) =$$



Пример применения оператора ITE к ROBDD

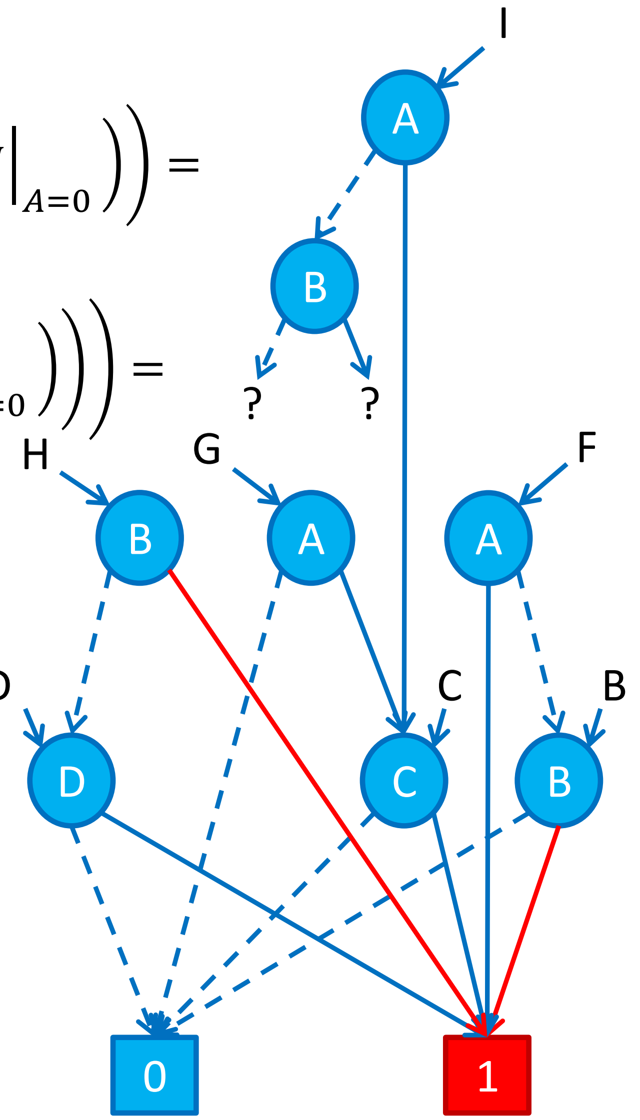
$$I = ITE(F, G, H) =$$

$$= \left(A, ITE\left(F\Big|_{A=1}, G\Big|_{A=1}, H\Big|_{A=1}\right), ITE\left(F\Big|_{A=0}, G\Big|_{A=0}, H\Big|_{A=0}\right)\right) =$$

$$= \big(A, ITE(1, C, H), ITE(B, 0, H)\big) =$$

$$= \left(A, C, \left(B, ITE\left(B\Big|_{B=1}, 0, H\Big|_{B=1}\right), ITE\left(B\Big|_{B=0}, 0, H\Big|_{B=0}\right)\right)\right) =$$

$$= \big(A, C, (B, ITE(1,0,1), \ldots)\big)$$



Пример применения оператора ITE к ROBDD

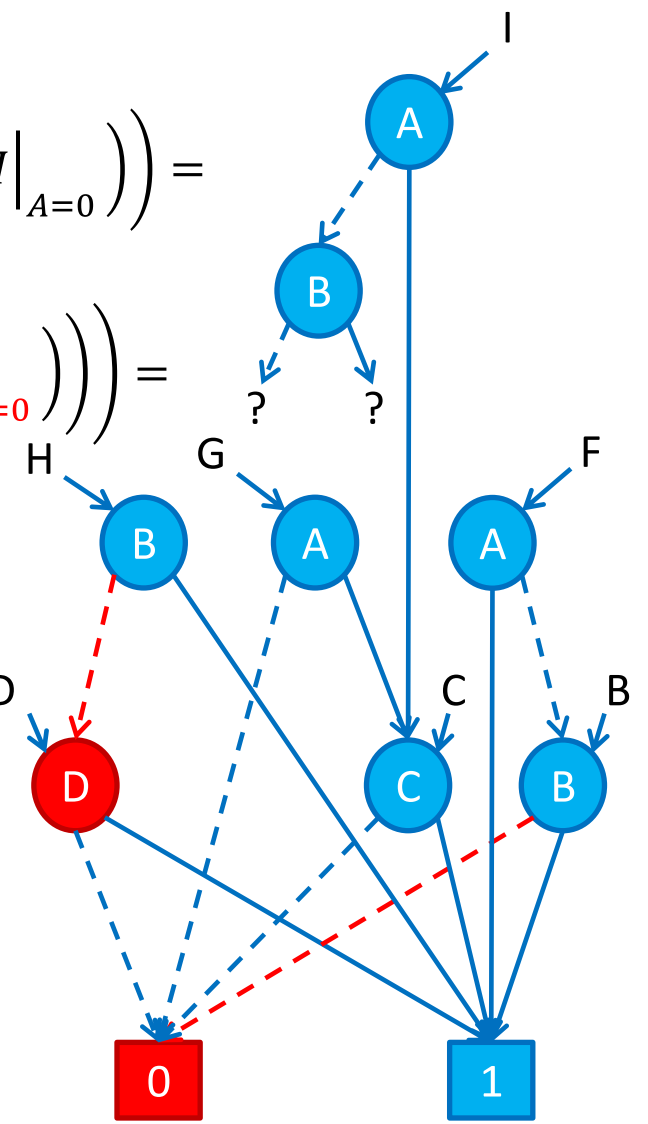
$$I = ITE(F, G, H) =$$

$$= \left(A, ITE\left(F\Big|_{A=1}, G\Big|_{A=1}, H\Big|_{A=1}\right), ITE\left(F\Big|_{A=0}, G\Big|_{A=0}, H\Big|_{A=0}\right)\right) =$$

$$= \big(A, ITE(1, C, H), ITE(B, 0, H)\big) =$$

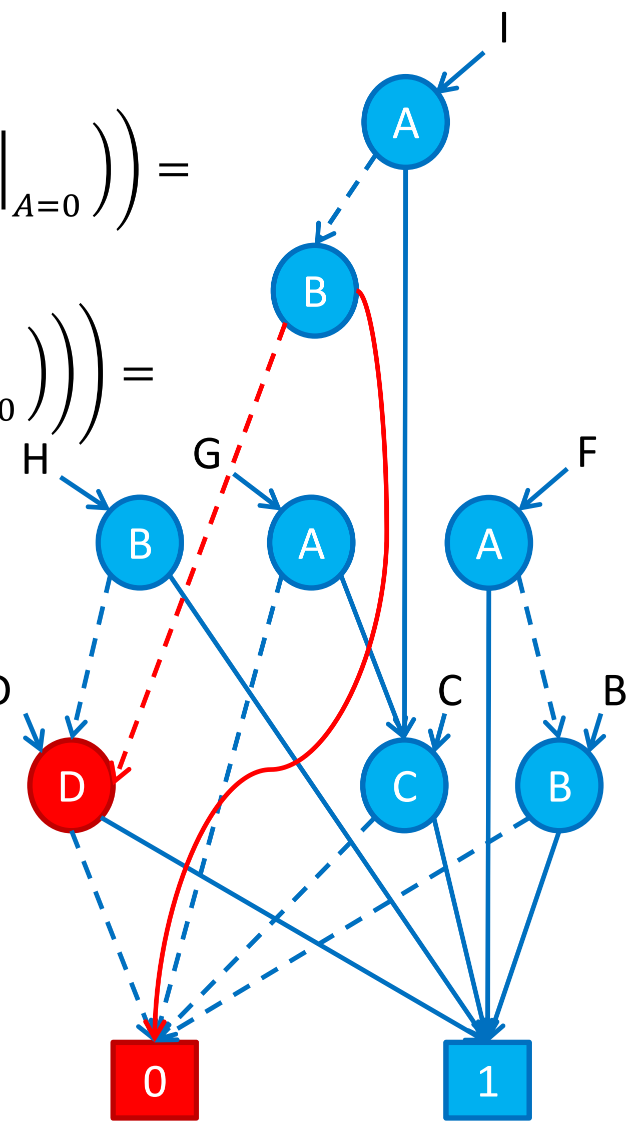
$$= \left(A, C, \left(B, ITE\left(B\Big|_{B=1}, 0, H\Big|_{B=1}\right), ITE\left(B\Big|_{B=0}, 0, H\Big|_{B=0}\right)\right)\right) =$$

$$= \big(A, C, (B, ITE(1,0,1), ITE(0,0,D))\big)$$



Пример применения оператора ITE к ROBDD

$$I = ITE(F,G,H) =$$
$$= \left(A, ITE\left(F\big|_{A=1}, G\big|_{A=1}, H\big|_{A=1}\right), ITE\left(F\big|_{A=0}, G\big|_{A=0}, H\big|_{A=0}\right)\right) =$$
$$= \big(A, ITE(1,C,H), ITE(B,0,H)\big) =$$
$$= \left(A, C, \left(B, ITE\left(B\big|_{B=1}, 0, H\big|_{B=1}\right), ITE\left(B\big|_{B=0}, 0, H\big|_{B=0}\right)\right)\right) =$$
$$= \big(A, C, (B, ITE(1,0,1), ITE(0,0,D))\big) =$$
$$= \big(A, C, (B, 0, \color{red}{D})\big)$$



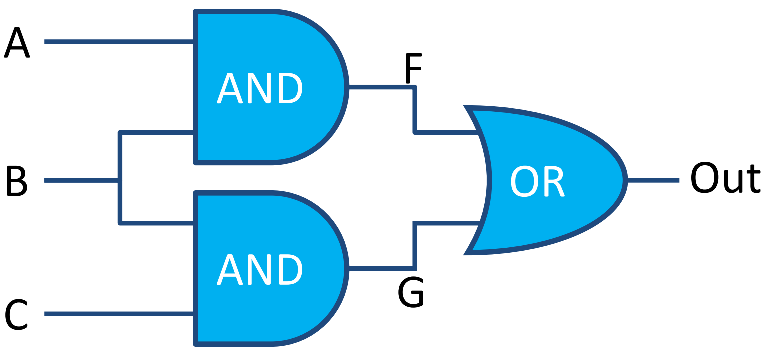
Основные операции над BDD

- Любая бинарная и унарная булева операция может быть получена при помощи оператора *ITE* и констант 0 и 1 (мультиплексорная БФ с одной адресной переменной и константы образуют полную систему):

$$AND(f, g) = ITE(f, g, 0)$$
$$OR(f, g) = ITE(f, 1, g)$$
$$NOT(f) = ITE(f, 0, 1)$$

Представление логических схем с использованием BDD

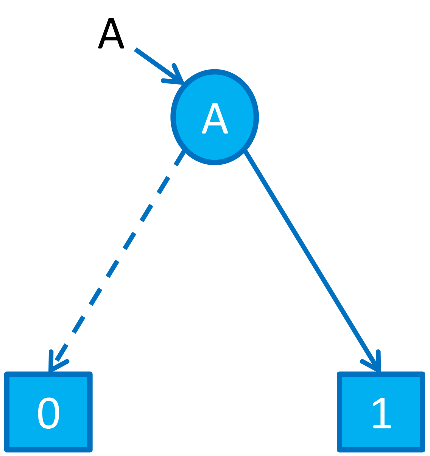
Логическая схема



BDD

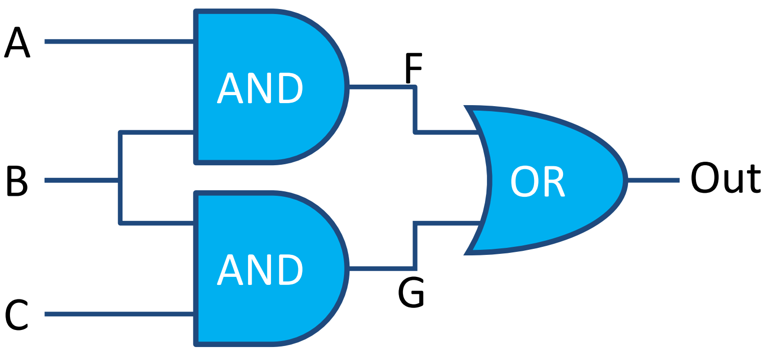
Команды построения BDD

```
1    A = CreateVar('A');
```

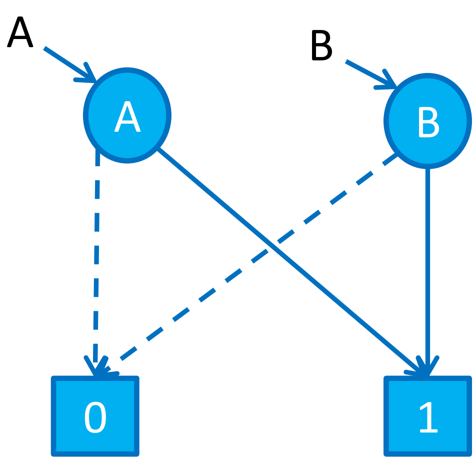


Представление логических схем с использованием BDD

Логическая схема



BDD

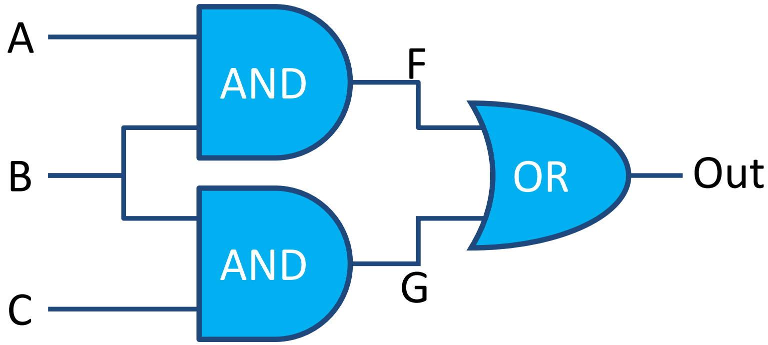


Команды построения BDD

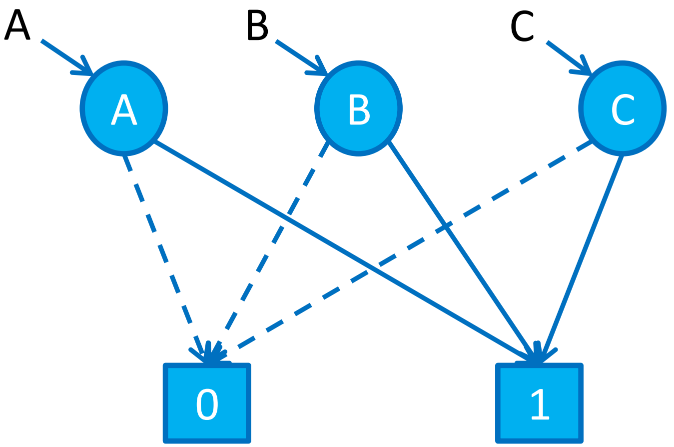
```
1     A = CreateVar('A');
2     B = CreateVar('B');
```

Представление логических схем с использованием BDD

Логическая схема



BDD

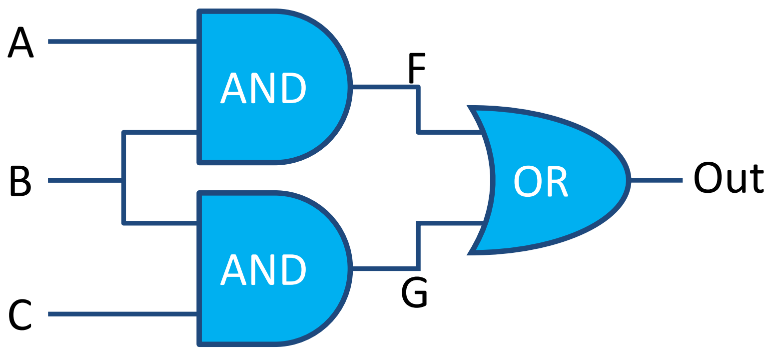


Команды построения BDD

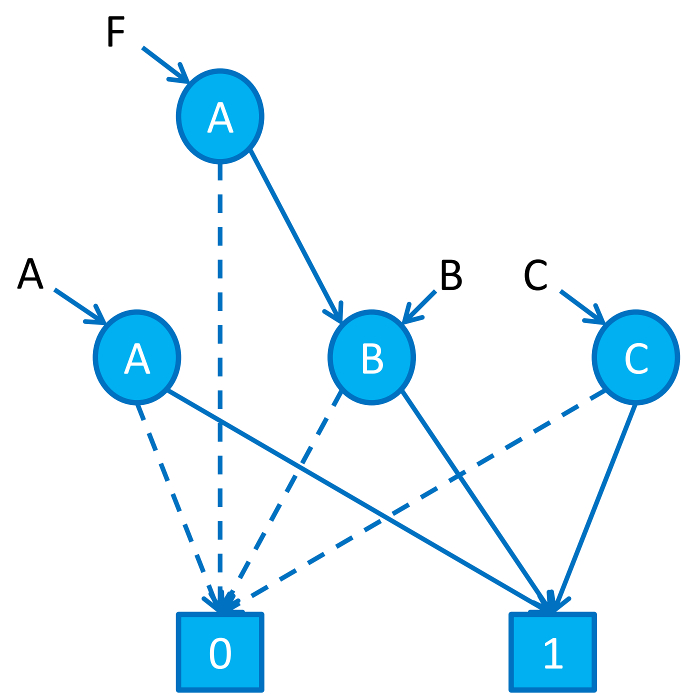
```
1    A = CreateVar('A');
2    B = CreateVar('B');
3    C = CreateVar('C');
```

Представление логических схем с использованием BDD

Логическая схема



BDD

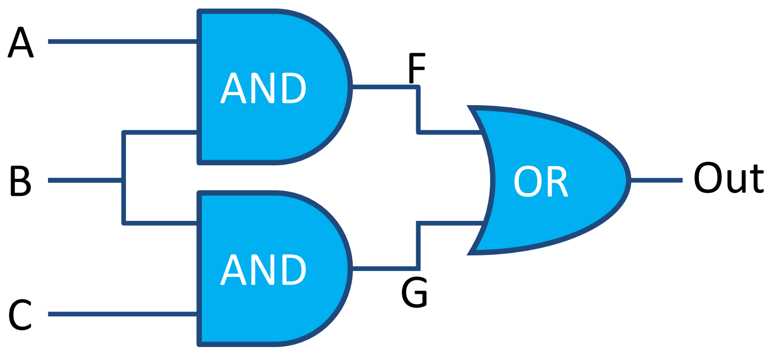


Команды построения BDD

```
1    A = CreateVar('A');
2    B = CreateVar('B');
3    C = CreateVar('C');
4    F = AND(A, B);
```

Представление логических схем с использованием BDD

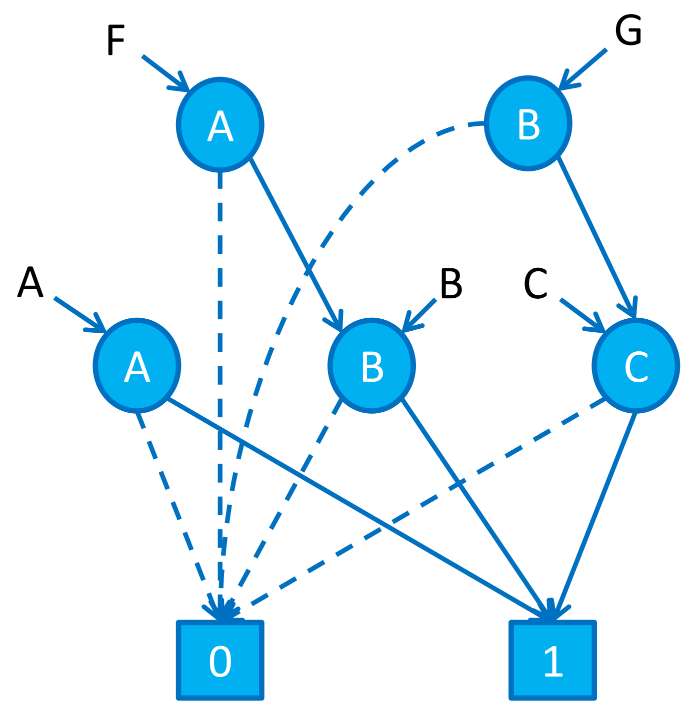
Логическая схема



Команды
построения BDD

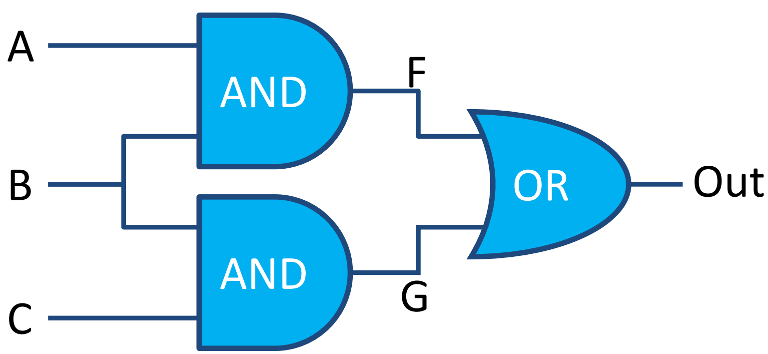
```
1    A = CreateVar('A');
2    B = CreateVar('B');
3    C = CreateVar('C');
4    F = AND(A, B);
5    G = AND(B, C);
```

BDD



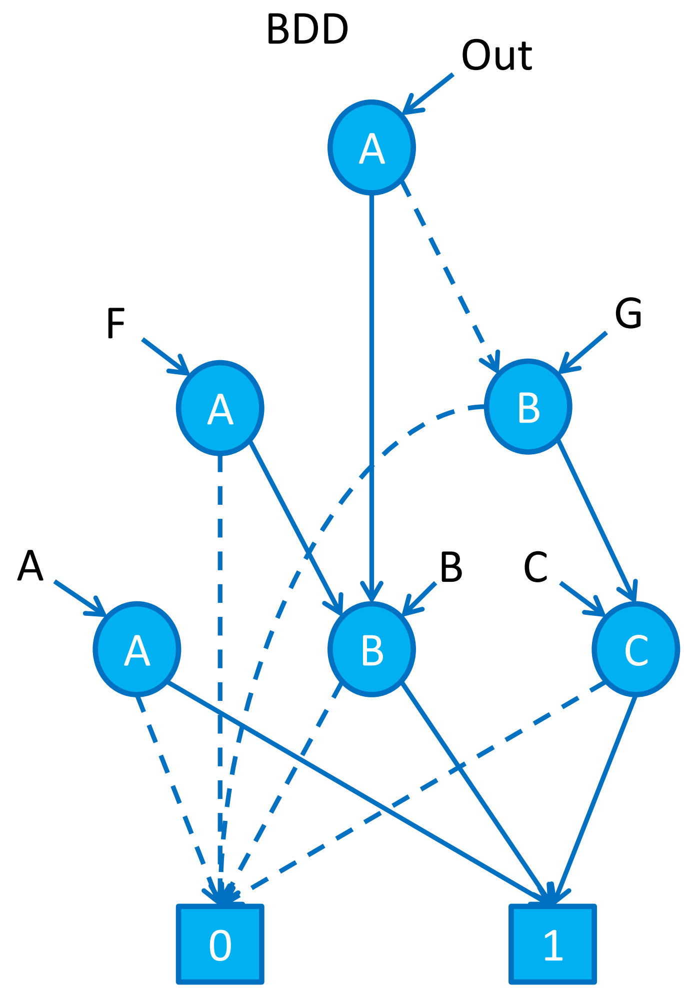
Представление логических схем с использованием BDD

Логическая схема



Команды
построения BDD

```
1    A = CreateVar('A');
2    B = CreateVar('B');
3    C = CreateVar('C');
4    F = AND(A, B);
5    G = AND(B, C);
6    Out = OR(F,G);
```



Особенности построения эффективных систем для манипуляции с BDD

- Разделяемые ROBDD.
- Помеченные ребра (Attributed Edges).
- Таблица уникальных вершин (Unique Table).
- Таблица последних вычислений (Computed Table).
- Управление памятью
- Динамическое переупорядочивание.

Таблица уникальных вершин BDD

Unique Table

1 A = <A, 0, 1>

Команды построения BDD

1 A = CreateVar('A');

BDD

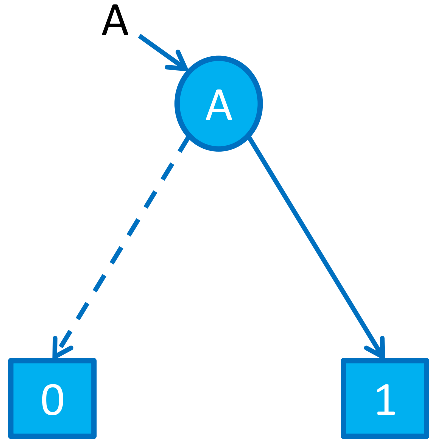


Таблица уникальных вершин BDD

Unique Table

1 A = <A, 0, 1>
2 B = <B, 0, 1>

Команды построения BDD

1 A = CreateVar(‘A’);
2 B = CreateVar(‘B’);

BDD

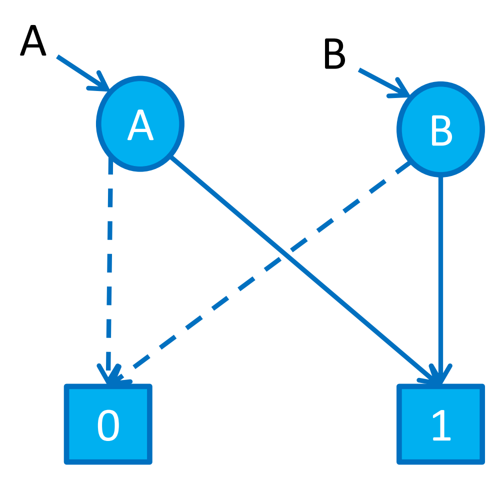


Таблица уникальных вершин BDD

Unique Table

1 A = <A, 0, 1>
2 B = <B, 0, 1>
3 C = <C, 0, 1>

Команды
построения BDD

1 A = CreateVar('A');
2 B = CreateVar('B');
3 C = CreateVar('C');

BDD

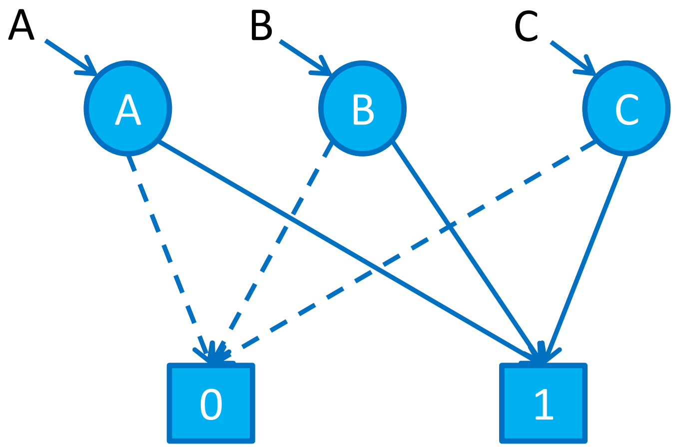


Таблица уникальных вершин BDD

Unique Table

1 A = <A, 0, 1>
2 B = <B, 0, 1>
3 C = <C, 0, 1>
4 F = <A, 0, B>

Команды построения BDD

1 A = CreateVar('A');
2 B = CreateVar('B');
3 C = CreateVar('C');
4 F = AND(A, B);

BDD

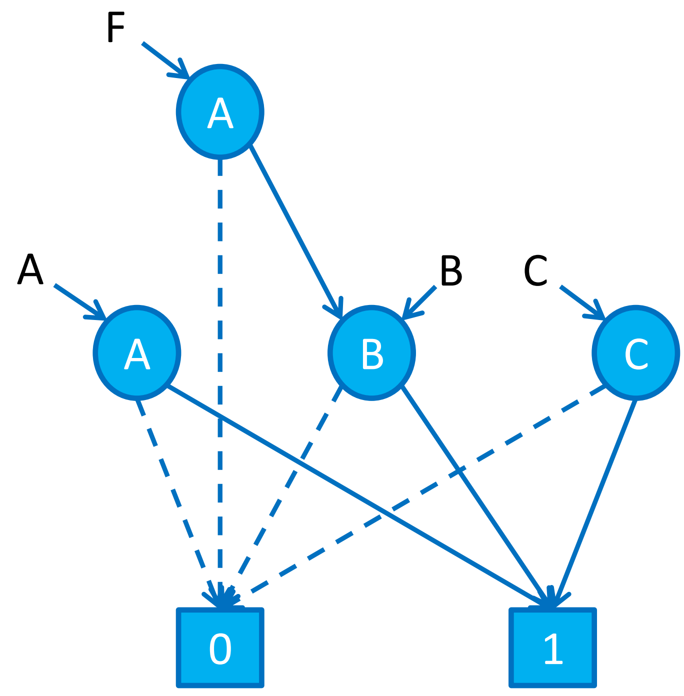


Таблица уникальных вершин BDD

Unique Table

1	A = <A, 0, 1>
2	B = <B, 0, 1>
3	C = <C, 0, 1>
4	F = <A, 0, B>
5	G = <B, 0, C>

Команды построения BDD

1	A = CreateVar(‘A’);
2	B = CreateVar(‘B’);
3	C = CreateVar(‘C’);
4	F = AND(A, B);
5	G = AND(B, C);

BDD

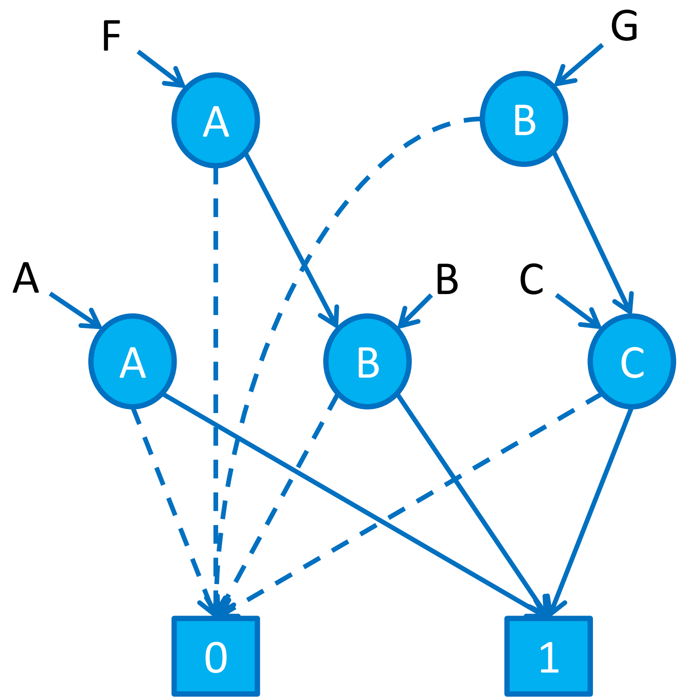


Таблица уникальных вершин BDD

Unique Table

1 A = <A, 0, 1>
2 B = <B, 0, 1>
3 C = <C, 0, 1>
4 F = <A, 0, B>
5 G = <B, 0, C>
6 Out = <A, G, B>

Команды построения BDD

1 A = CreateVar(‘A’);
2 B = CreateVar(‘B’);
3 C = CreateVar(‘C’);
4 F = AND(A, B);
5 G = AND(B, C);
6 Out = OR(F,G);

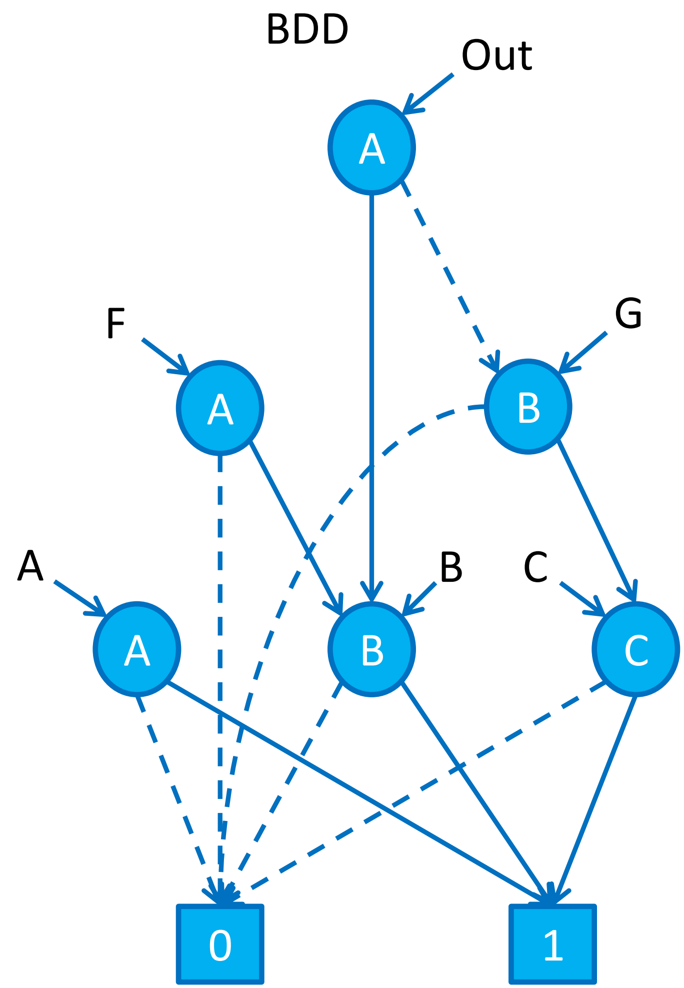


Таблица последних вычислений BDD

Computed Table

1 <A, B, 0> → F

Команды
построения BDD

1 A = CreateVar(‘A’);
2 B = CreateVar(‘B’);
3 C = CreateVar(‘C’);
4 F = AND(A, B) = ITE(A, B, 0);

BDD

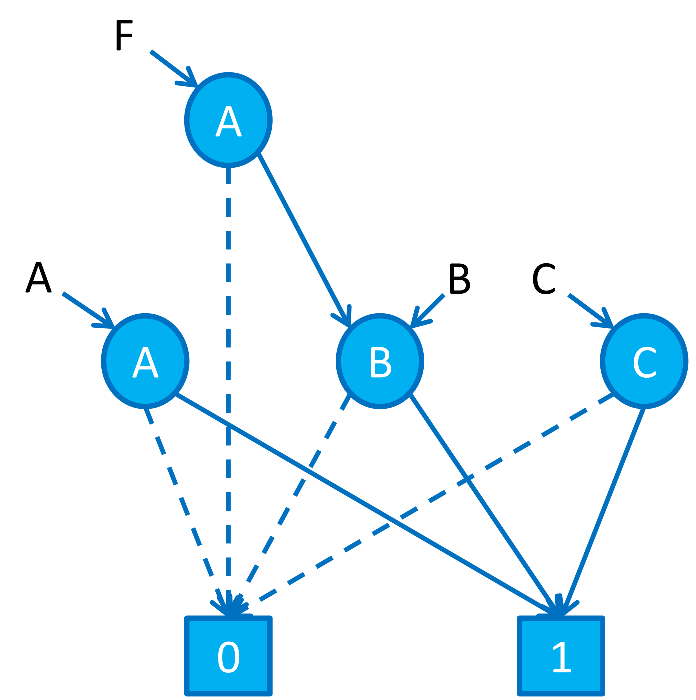


Таблица последних вычислений BDD

Computed Table

1	<A, B, 0> → F
2	<B, C, 0> → G

Команды
построения BDD

1	A = CreateVar('A');
2	B = CreateVar('B');
3	C = CreateVar('C');
4	F = AND(A, B) = ITE(A, B, 0);
5	G = AND(B, C) = ITE(B, C, 0);

BDD

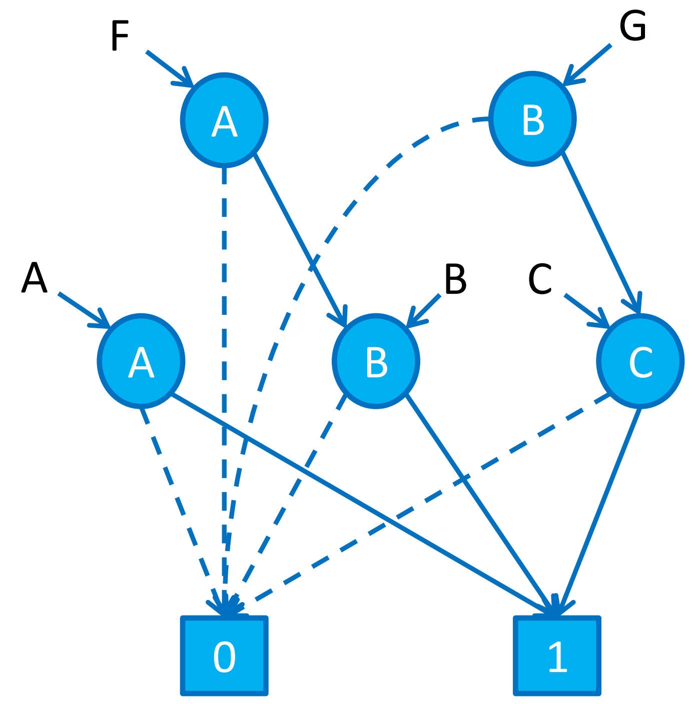


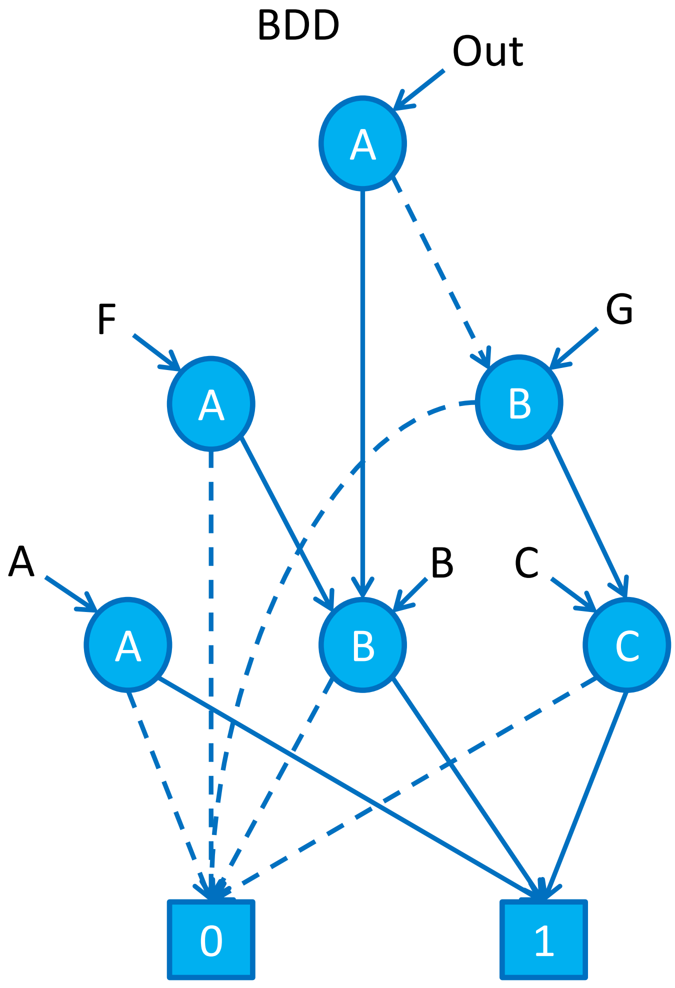
Таблица последних вычислений BDD

Computed Table

1	<A, B, 0> → F
2	<B, C, 0> → G
3	<F, 1, G> → Out

Команды
построения BDD

1	A = CreateVar('A');
2	B = CreateVar('B');
3	C = CreateVar('C');
4	F = AND(A, B) = ITE(A, B, 0);
5	G = AND(B, C) = ITE(B, C, 0);
6	Out = OR(F,G) = ITE(F, 1, G);



Особенности построения эффективных систем для манипуляции с BDD

```
ITE(F,G,H)
       (result,terminal_case) = Terminal_Case(F,G,H)
       if terminal_case then
              return result
       (result,in_computed_table) = Computed_Table_Has_Entry(F,G,H)
       if in_computed_table then
              return result
       x = Top_Variable(F,G,H)
       T = ITE(F.true_edge(x),G.true_edge(x),H.true_edge(x))
       F = ITE(F.false_edge(x),G.false_edge(x),H.false_edge(x))
       if T == F then
              return T
       R = Find_Or_Add_Unique_Table(x,T,F)
       Insert_Computed_Table((F,G,H),R)
       return R
```

Представление функций в виде конъюнктивных нормальных форм и задача ВЫПОЛНИМОСТИ.

Выполнимость

- Функция представляется в виде конъюнктивной нормальной формы(КНФ)
- Позволяет описать дискретный объект как множество ограничений
  - Очень удобно, так как легко можно добавлять новые ограничения к уже существующим
- Пример:
  - $\varphi =$

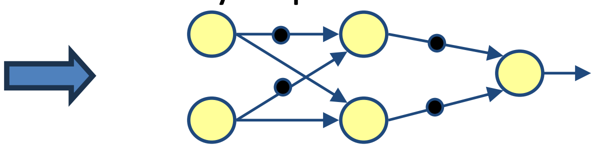
$$(x \vee \overline{y} \vee z)$$
$$(\overline{x} \vee y \vee z)$$
$$(x \vee \overline{y} \vee \overline{z})$$
$$(x \vee y \vee z)$$

- Задача ВЫПОЛНИМОСТЬ(ВЫП) – найти такой набор значений переменных, что КНФ принимает значение 1.

Построение КНФ по схеме

- Тривиальное преобразование:
  - Последовательно применять эквивалентные преобразования до получения требуемого представления
  - Пример: $f(x_1, \ldots, x_n) = x_1 \oplus \cdots \oplus x_n$ (линейная функция)
    - Размер схемы линейный по числу переменных

$x \oplus y$

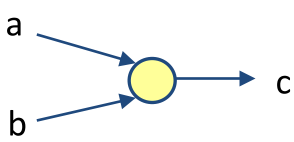


    - КНФ представление имеет экспоненциальный размер (2^{n-1} слагаемых)

- Преобразование Цейтина:
  - Для каждого функционального элемента задается новая вспомогательная переменная, ассоциирования с его выходом
  - Схема кодируется как конъюнкция ограничений задаваемых особенностью функционирования отдельных функциональных элементов
  - КНФ использует больше переменных, но ее размер остается линейным относительно размера схемы.

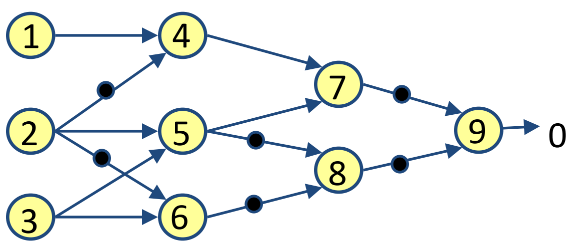
Пример

Функциональный элемент (AND):



$$(\overline{a} \vee \overline{b} \vee\ c)(a \vee \overline{c})(b \vee \overline{c})$$

Схема в базисе (AND, NOT):



$$(\overline{1} \vee 2 \vee 4)(1 \vee \overline{4})(\overline{2} \vee \overline{4})$$
$$(\overline{2} \vee \overline{3} \vee 5)(2 \vee \overline{5})(3 \vee \overline{5})$$
$$(2 \vee \overline{3} \vee 6)(\overline{2} \vee \overline{6})(3 \vee \overline{6})$$
$$(\overline{4} \vee \overline{5} \vee 7)(4 \vee \overline{7})(5 \vee \overline{7})$$
$$(5 \vee 6 \vee 8)(\overline{5} \vee \overline{8})(\overline{6} \vee \overline{8})$$
$$(7 \vee 8 \vee 9)(\overline{7} \vee \overline{9})(\overline{8} \vee \overline{9})$$

Проверка на тождественный “0”

$$(\overline{9})$$

Элементарный алгоритм выполнимости

1 $(a \vee b \vee c)$

2 $(a \vee b \vee \overline{c})$

3 $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$

4 $(a \vee c \vee d)$

5 $(\overline{a} \vee c \vee d)$

6 $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$

7 $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$

8 $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$

Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Элементарный алгоритм выполнимости

1 $(a \lor b \lor c)$

2 $(a \lor b \lor \overline{c})$

3 $(\overline{a} \lor b \lor \overline{c})$

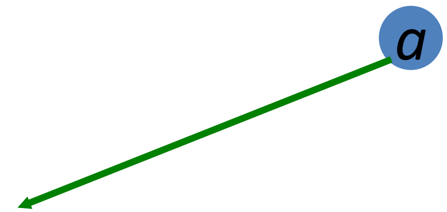
4 $(a \lor c \lor d)$

5 $(\overline{a} \lor c \lor d)$

6 $(\overline{a} \lor c \lor \overline{d})$

7 $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor \overline{d})$

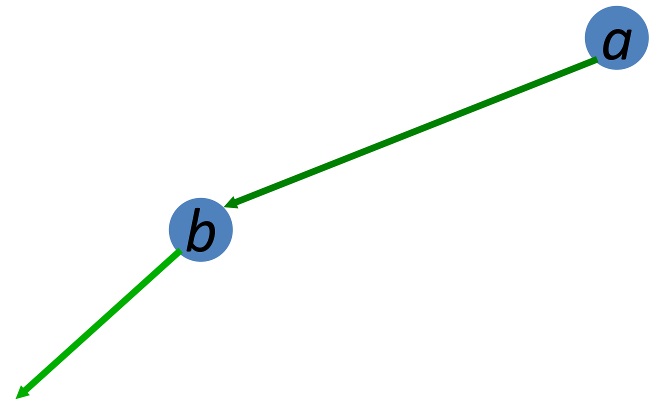
8 $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Элементарный алгоритм выполнимости

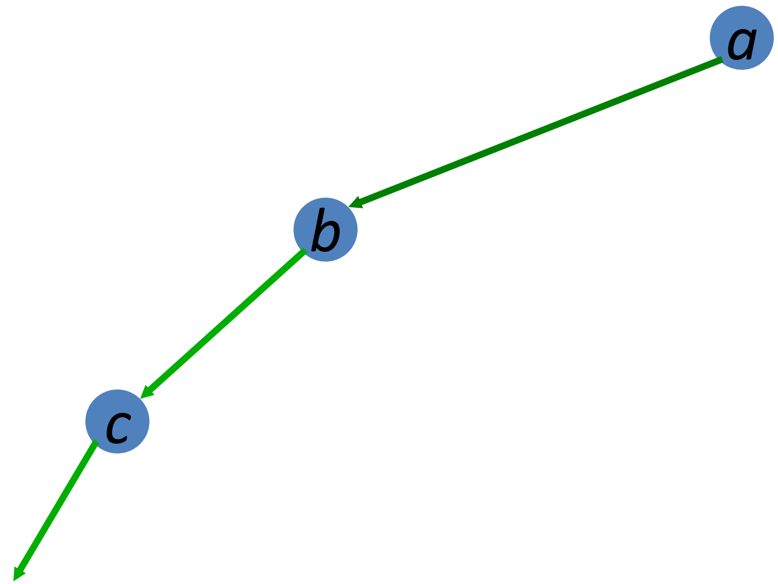
1. $(a \lor b \lor c)$
2. $(a \lor b \lor \overline{c})$
3. $(\overline{a} \lor b \lor \overline{c})$
4. $(a \lor c \lor d)$
5. $(\overline{a} \lor c \lor d)$
6. $(\overline{a} \lor c \lor \overline{d})$
7. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor \overline{d})$
8. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Элементарный алгоритм выполнимости

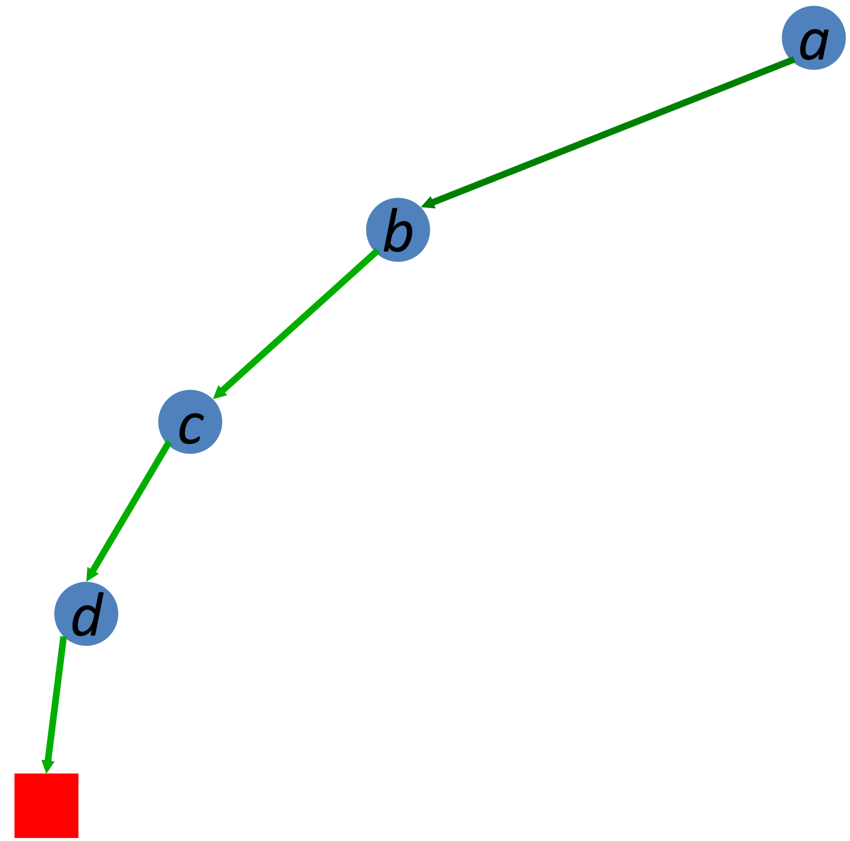
1. $(a \lor b \lor c)$
2. $(a \lor b \lor \overline{c})$
3. $(\overline{a} \lor b \lor \overline{c})$
4. $(a \lor c \lor d)$
5. $(\overline{a} \lor c \lor d)$
6. $(\overline{a} \lor c \lor \overline{d})$
7. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor \overline{d})$
8. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Элементарный алгоритм ВЫПОЛНИМОСТИ

1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Элементарный алгоритм ВЫПОЛНИМОСТИ

1 $(a \lor b \lor c)$

2 $(a \lor b \lor \overline{c})$

3 $(\overline{a} \lor b \lor \overline{c})$

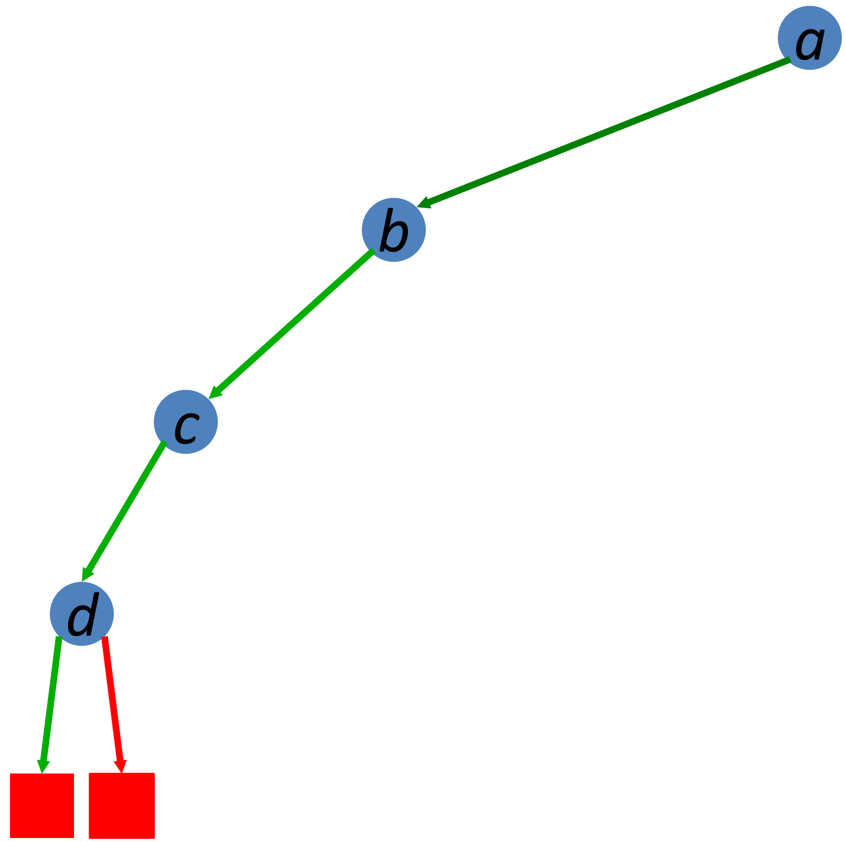
4 $(a \lor c \lor d)$

5 $(\overline{a} \lor c \lor d)$

6 $(\overline{a} \lor c \lor \overline{d})$

7 $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor \overline{d})$

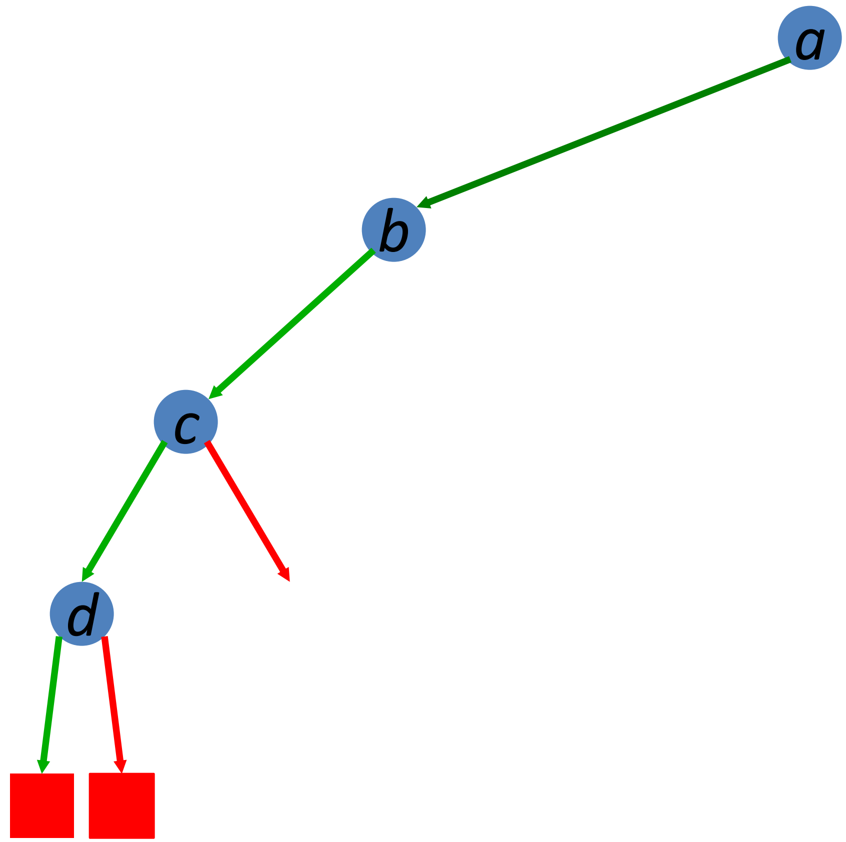
8 $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Элементарный алгоритм выполнимости

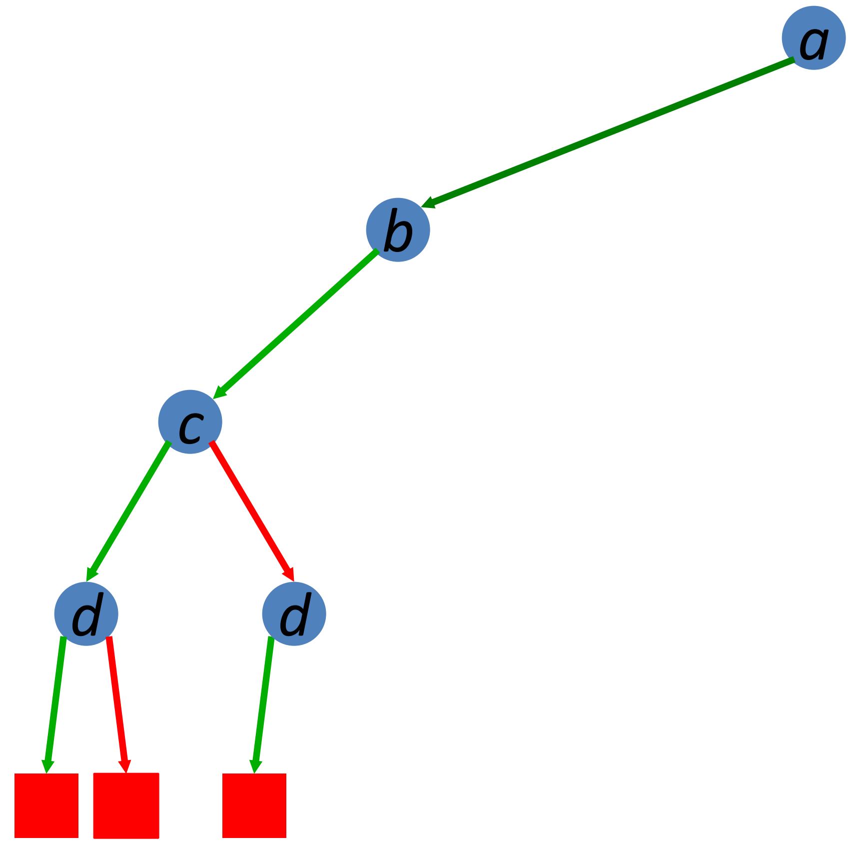
1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Элементарный алгоритм выполнимости

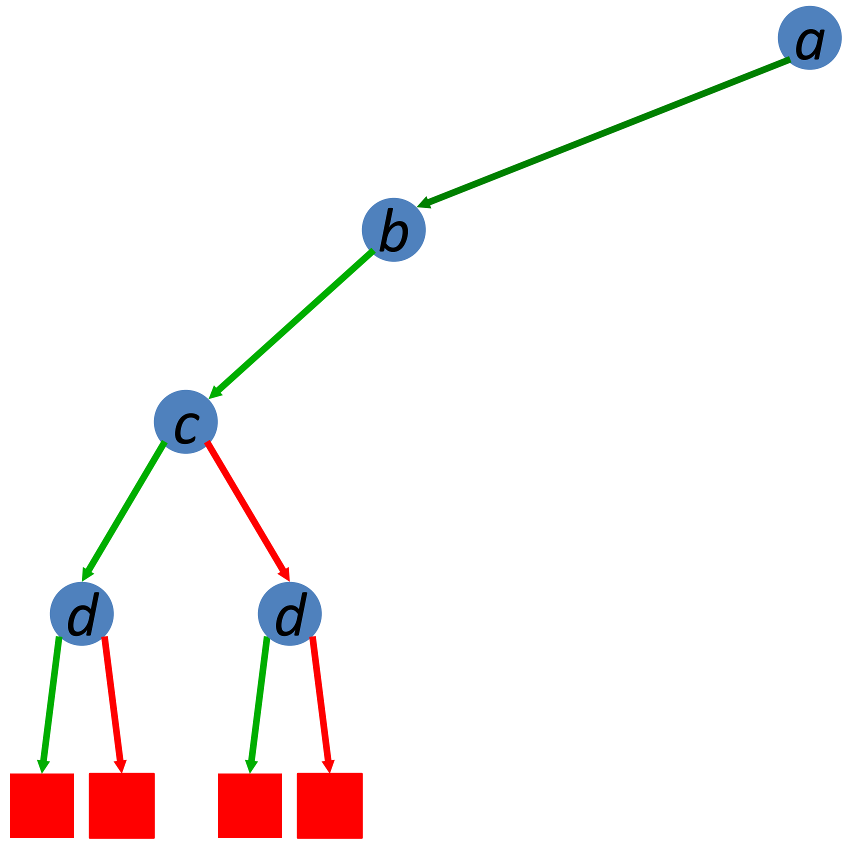
1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Элементарный алгоритм выполнимости

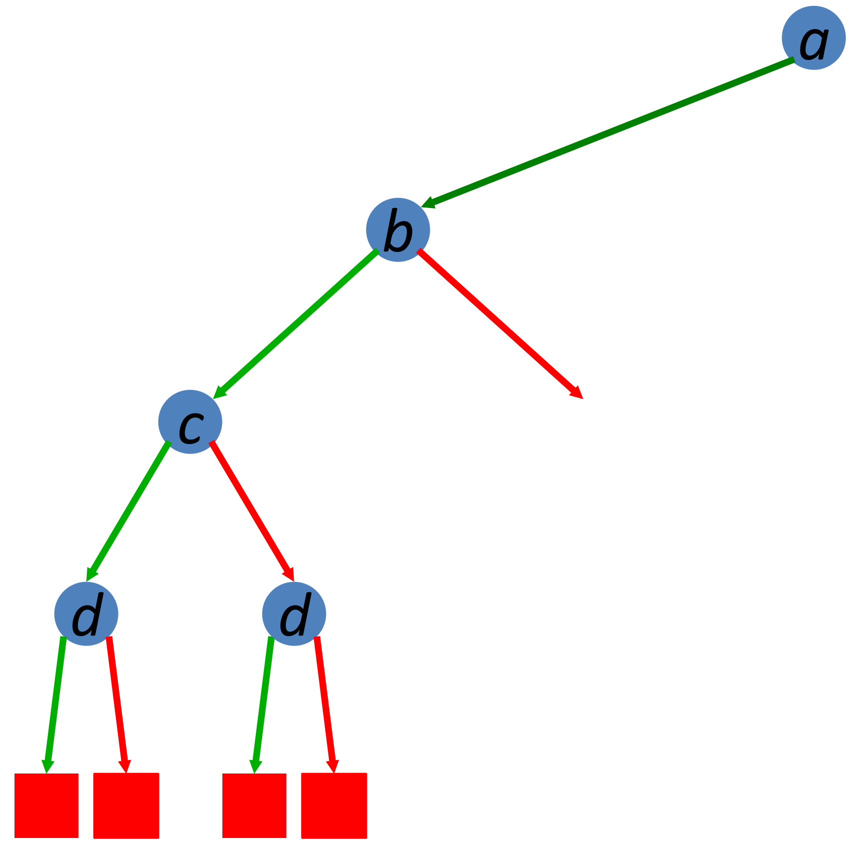
1. $(a \lor b \lor c)$
2. $(a \lor b \lor \overline{c})$
3. $(\overline{a} \lor b \lor \overline{c})$
4. $(a \lor c \lor d)$
5. $(\overline{a} \lor c \lor d)$
6. $(\overline{a} \lor c \lor \overline{d})$
7. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor \overline{d})$
8. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Элементарный алгоритм выполнимости

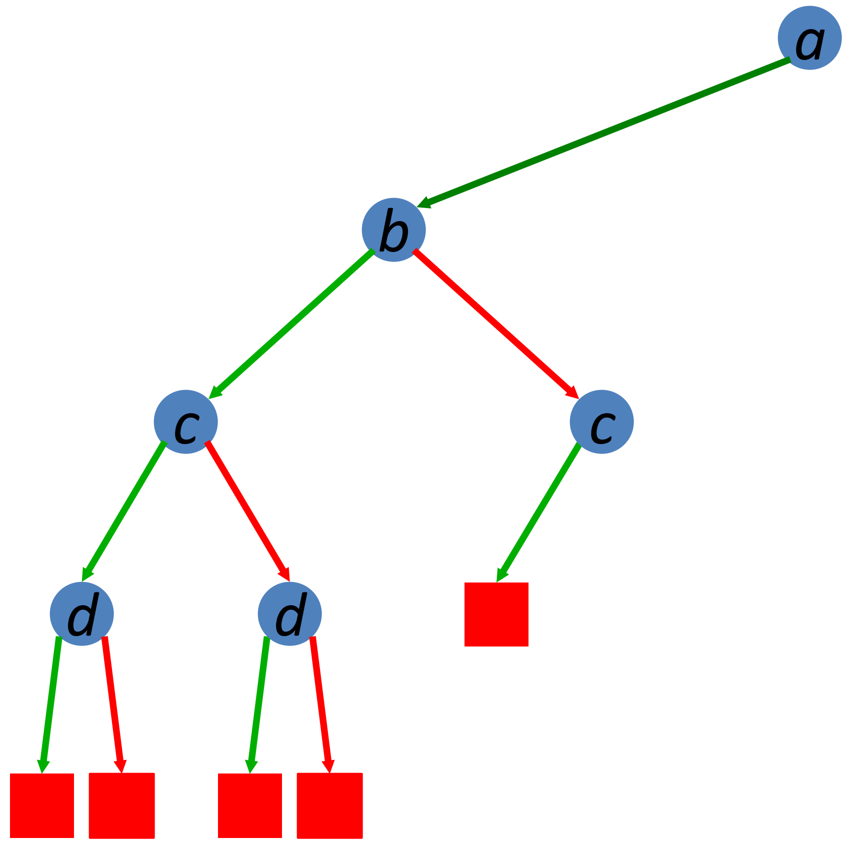
1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Элементарный алгоритм выполнимости

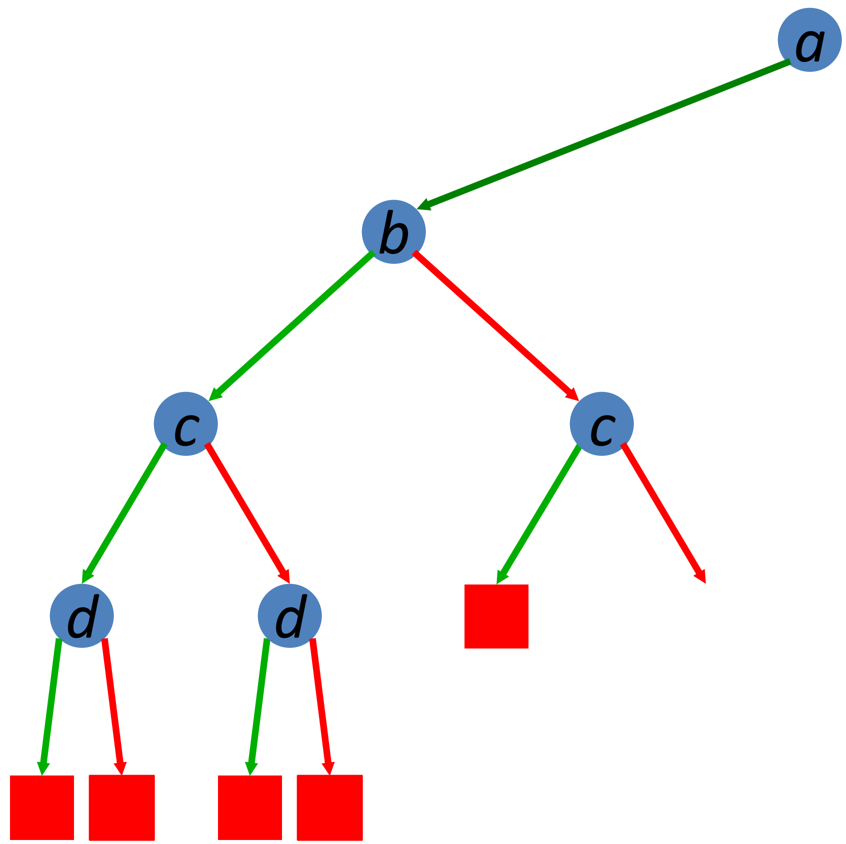
1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Элементарный алгоритм выполнимости

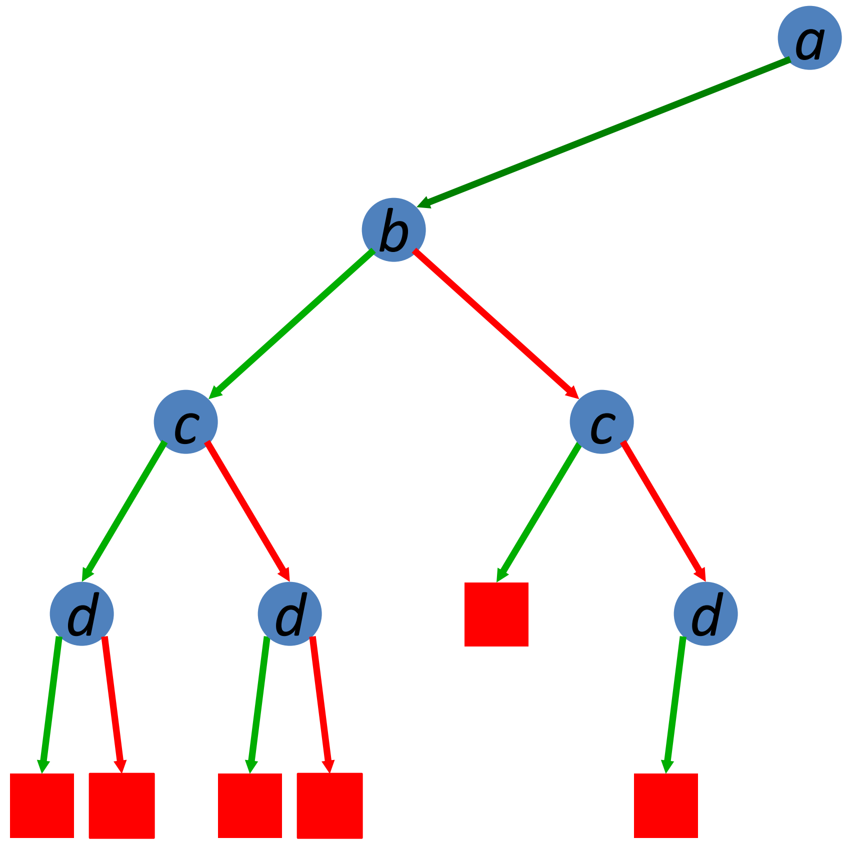
1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Элементарный алгоритм выполнимости

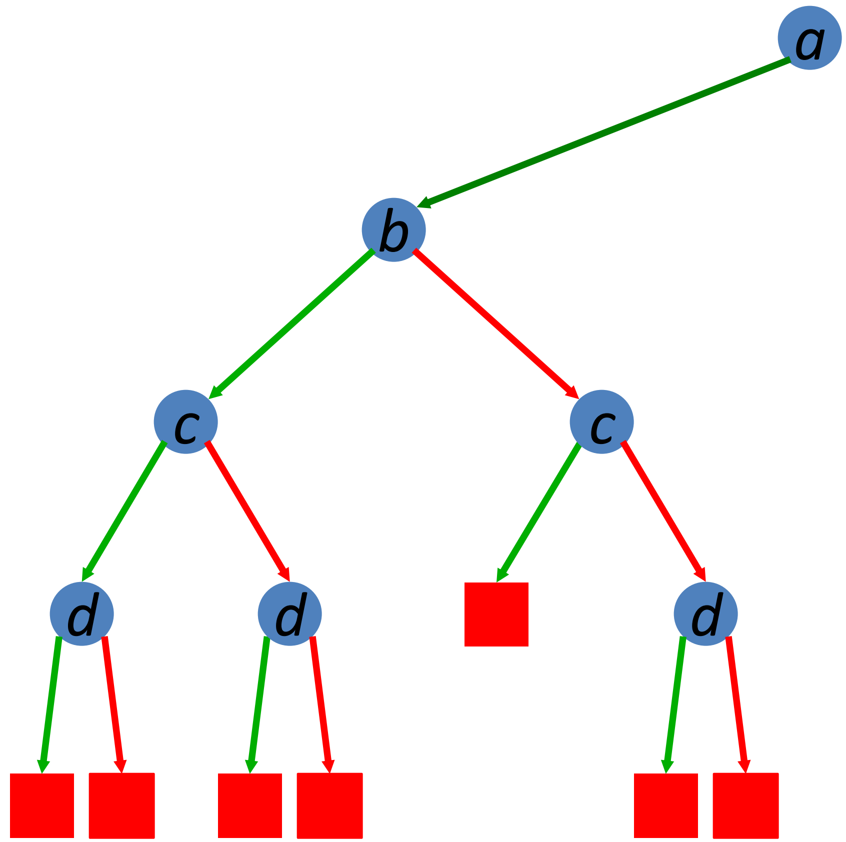
1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Элементарный алгоритм выполнимости

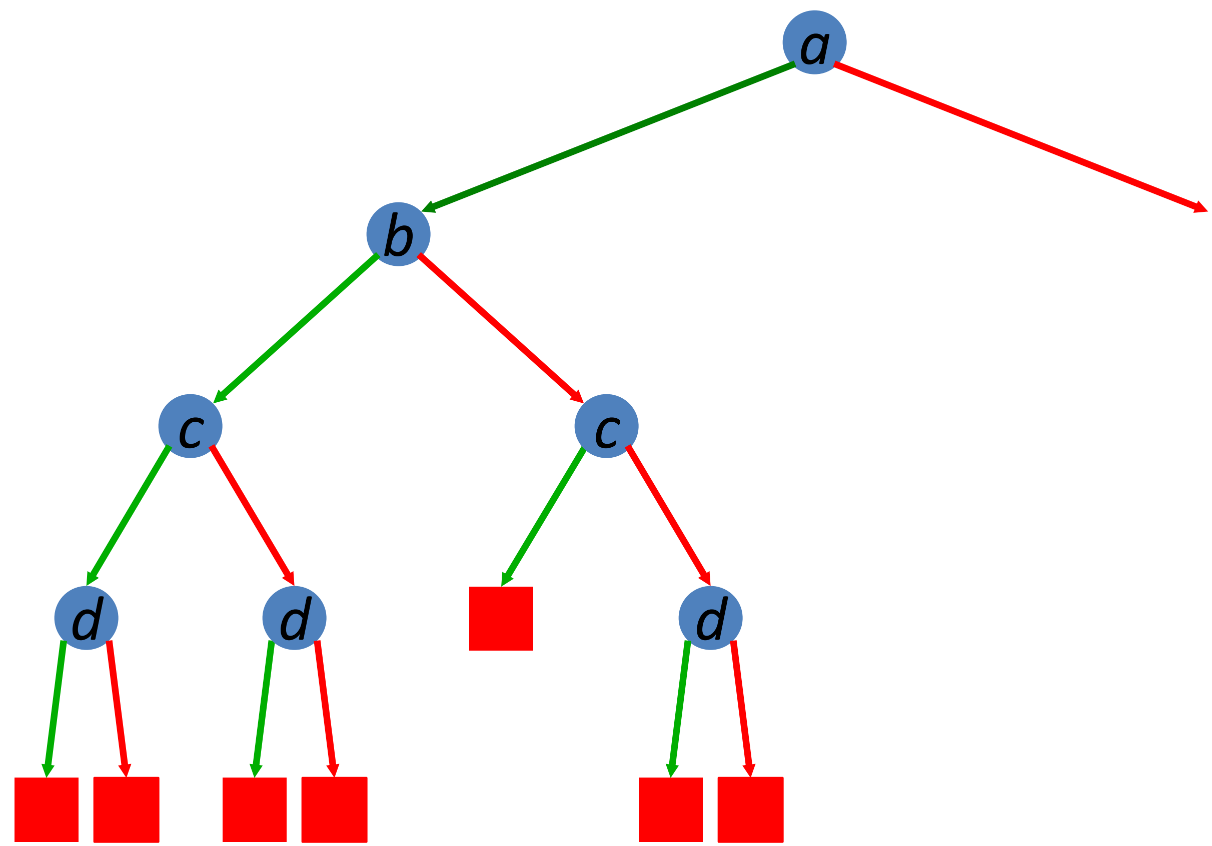
1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Элементарный алгоритм выполнимости

1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Элементарный алгоритм выполнимости

1 $(a \vee b \vee c)$

2 $(a \vee b \vee \overline{c})$

3 $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$

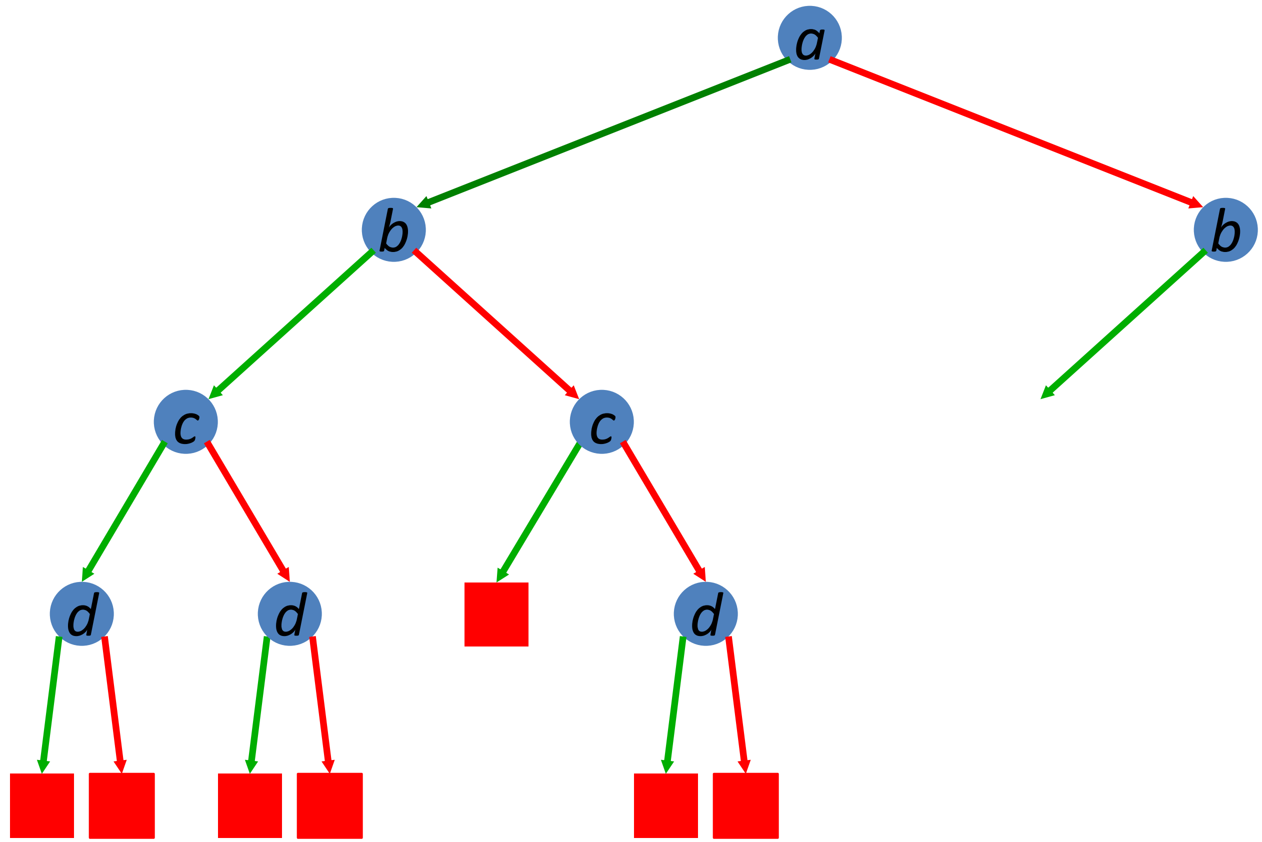
4 $(a \vee c \vee d)$

5 $(\overline{a} \vee c \vee d)$

6 $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$

7 $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$

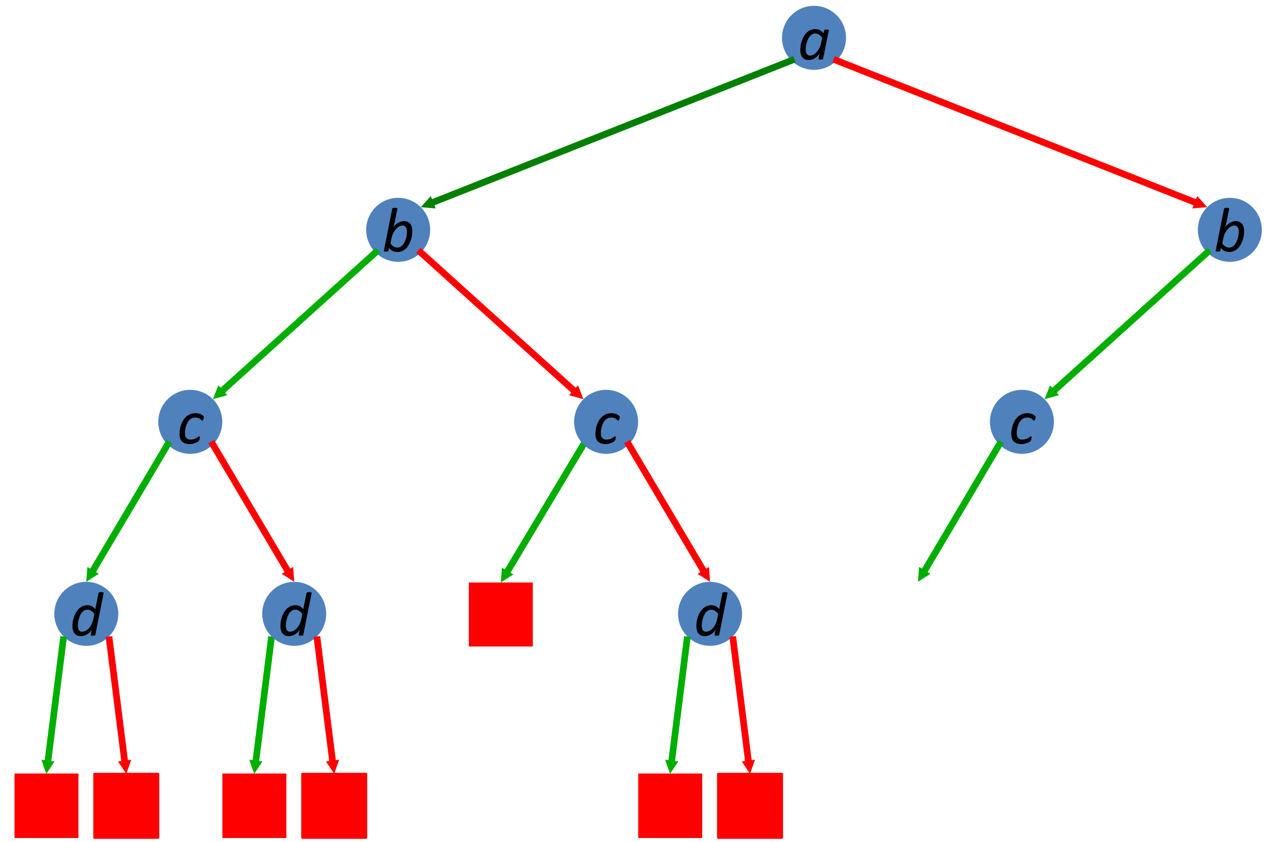
8 $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Элементарный алгоритм выполнимости

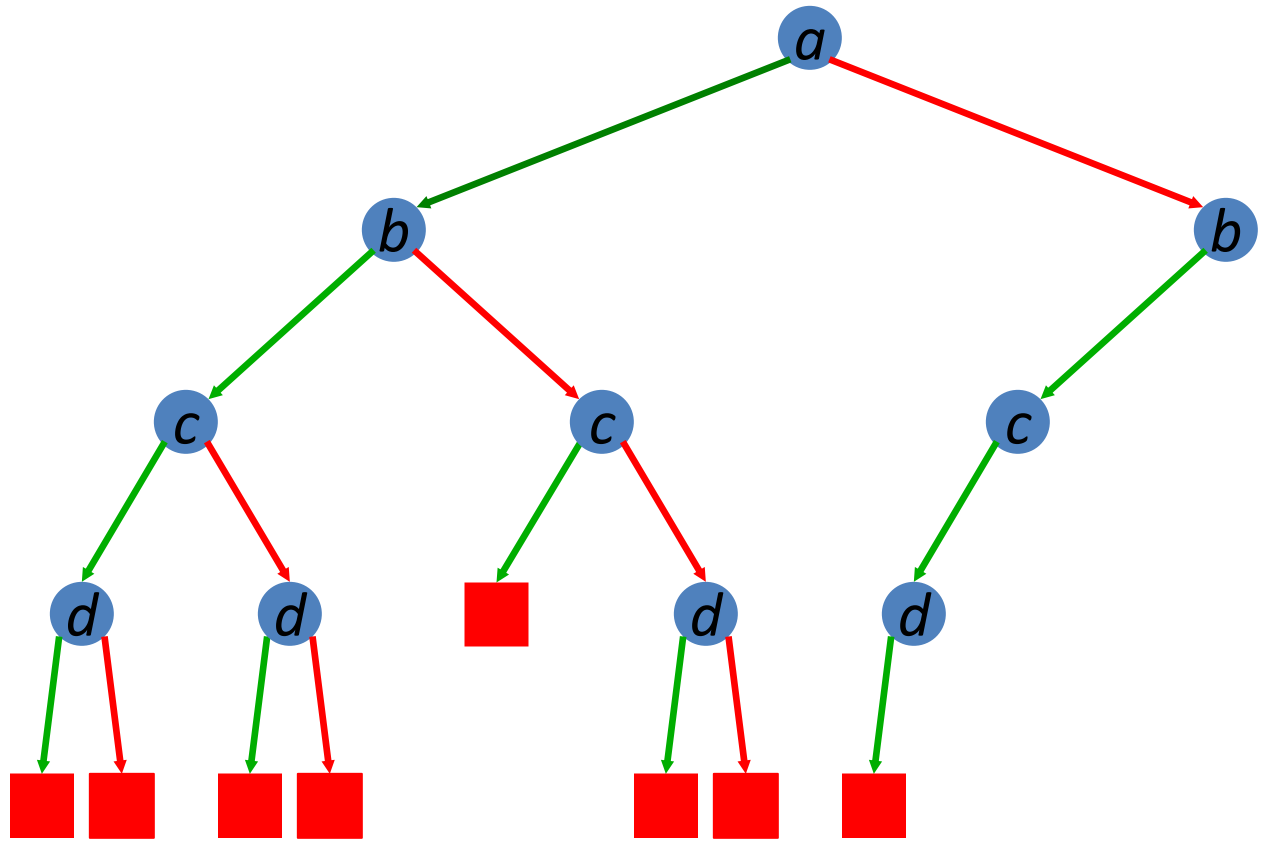
1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Элементарный алгоритм выполнимости

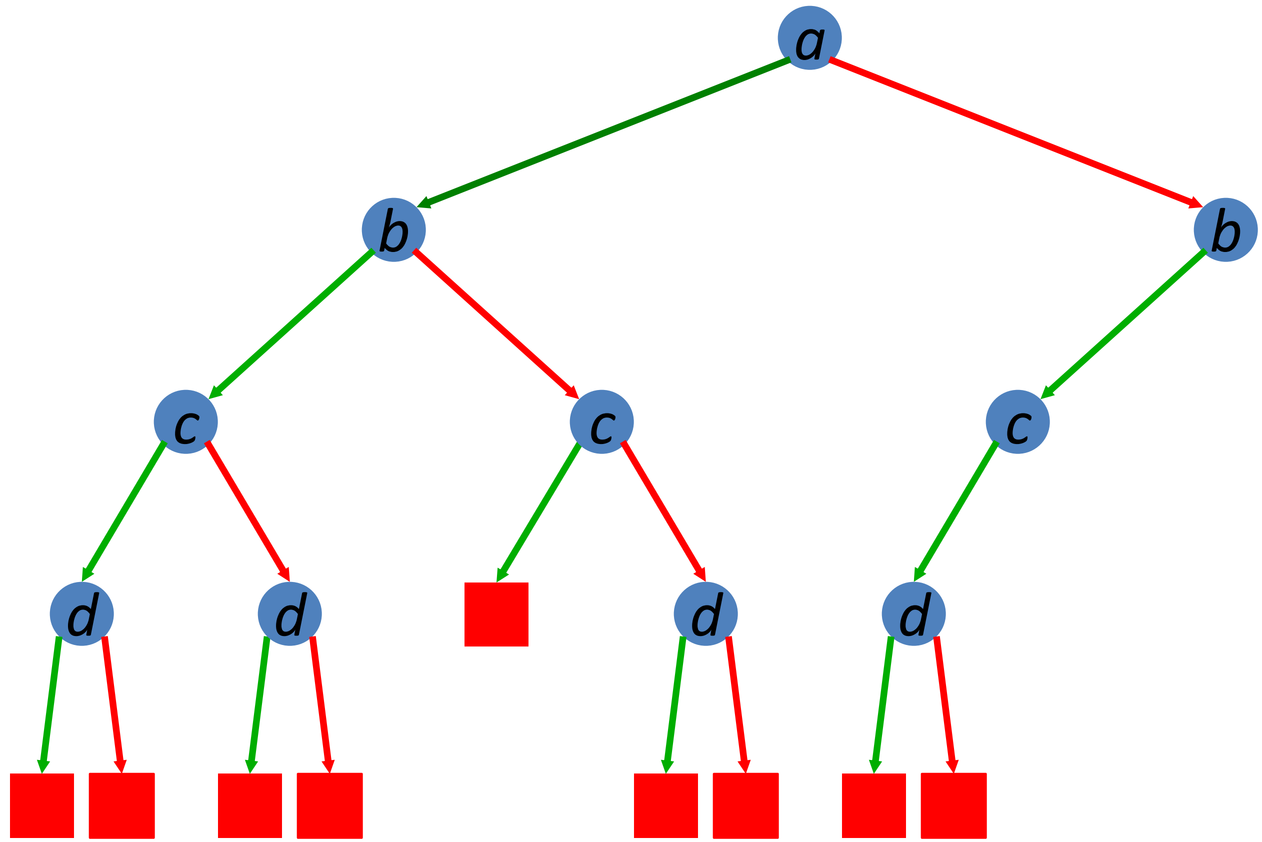
1. $(a \lor b \lor c)$
2. $(a \lor b \lor \overline{c})$
3. $(\overline{a} \lor b \lor \overline{c})$
4. $(a \lor c \lor d)$
5. $(\overline{a} \lor c \lor d)$
6. $(\overline{a} \lor c \lor \overline{d})$
7. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor \overline{d})$
8. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Элементарный алгоритм выполнимости

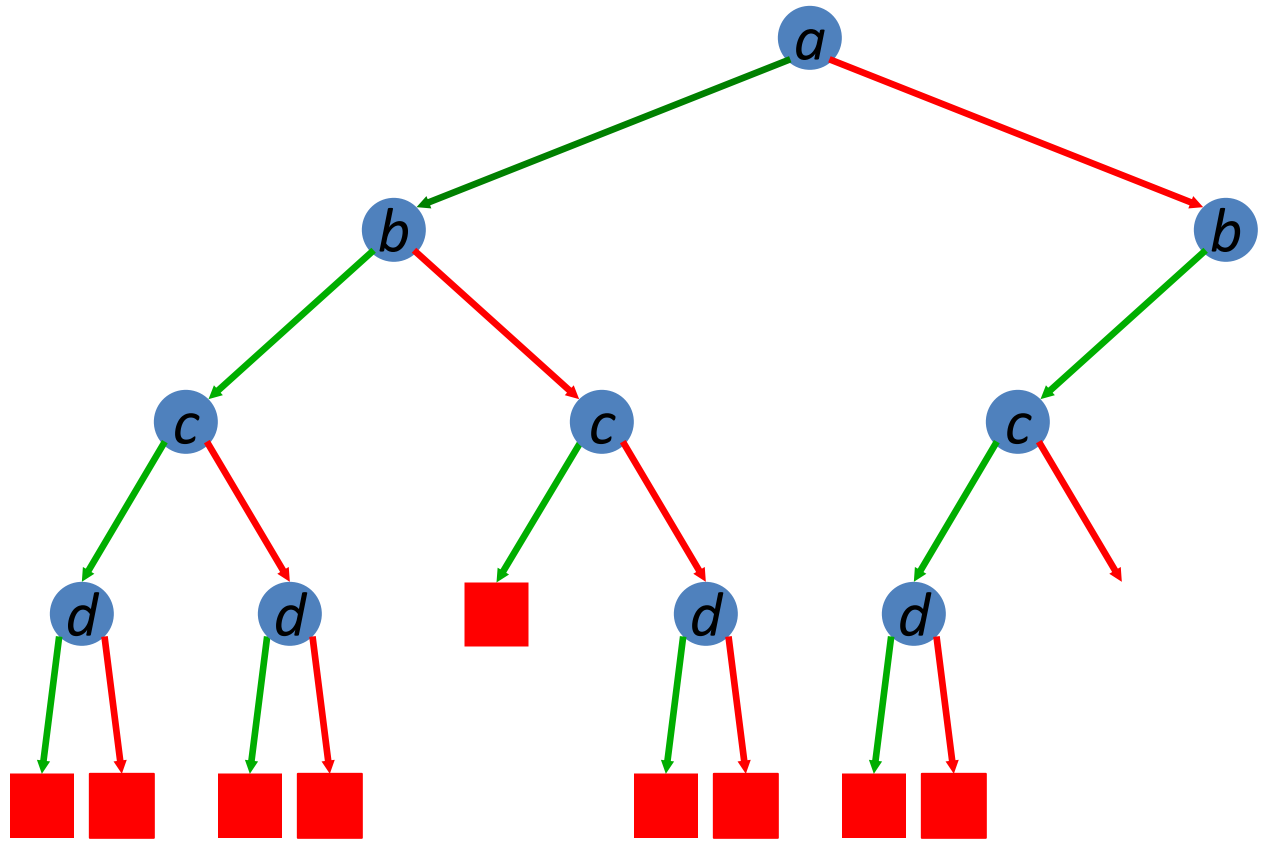
1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Элементарный алгоритм выполнимости

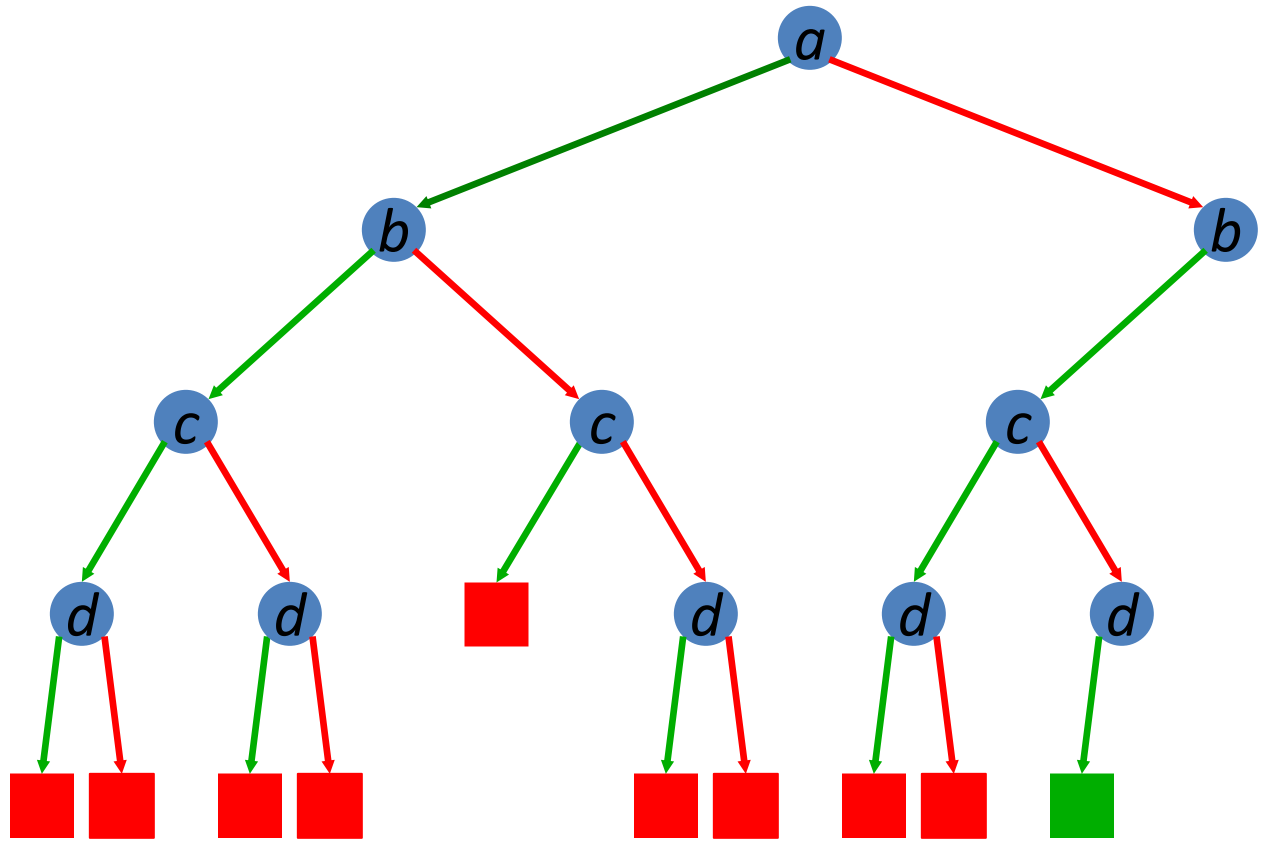
1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Элементарный алгоритм выполнимости

1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$

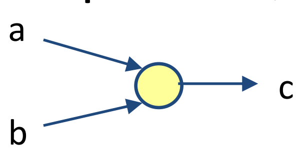


Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Логический вывод - импликации

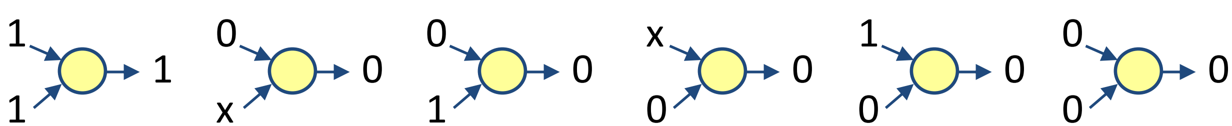
- Импликации в КНФ возникают в одноэлементных слагаемых
  - Одноэлементное слагаемое – ЭД КНФ в которой всем переменным, кроме одной были присвоены значения и слагаемое не пропало.
    - Значение этой переменной определяется автоматически

    Пример: (a+^b+c) (a=0)(b=1) $\Rightarrow$ (c=1)

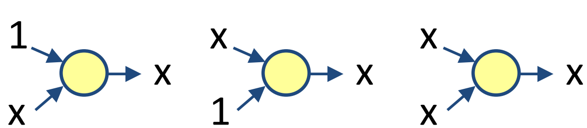


(^a+^b+c)(a+^c)(b+^c)

- Анализ схемы без импликаций:
  - КНФ полностью определена:



  - КНФ не определена



Использование импликаций

1 $(a \vee b \vee c)$

2 $(a \vee b \vee \overline{c})$

3 $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$

4 $(a \vee c \vee d)$

5 $(\overline{a} \vee c \vee d)$

6 $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$

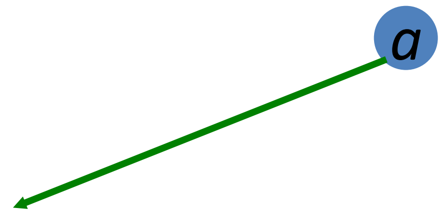
7 $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$

8 $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$

Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1 $(a \vee b \vee c)$

2 $(a \vee b \vee \overline{c})$

3 $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$

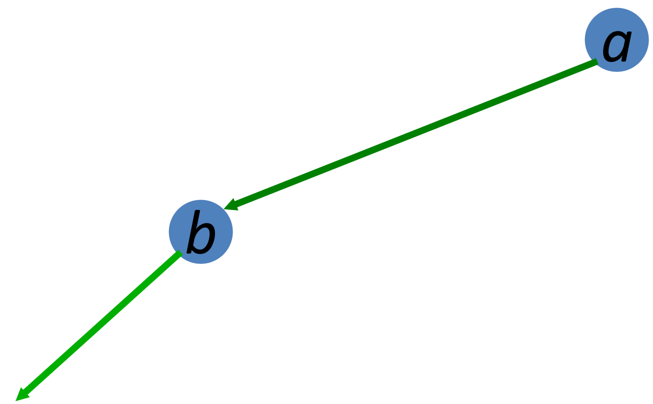
4 $(a \vee c \vee d)$

5 $(\overline{a} \vee c \vee d)$

6 $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$

7 $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$

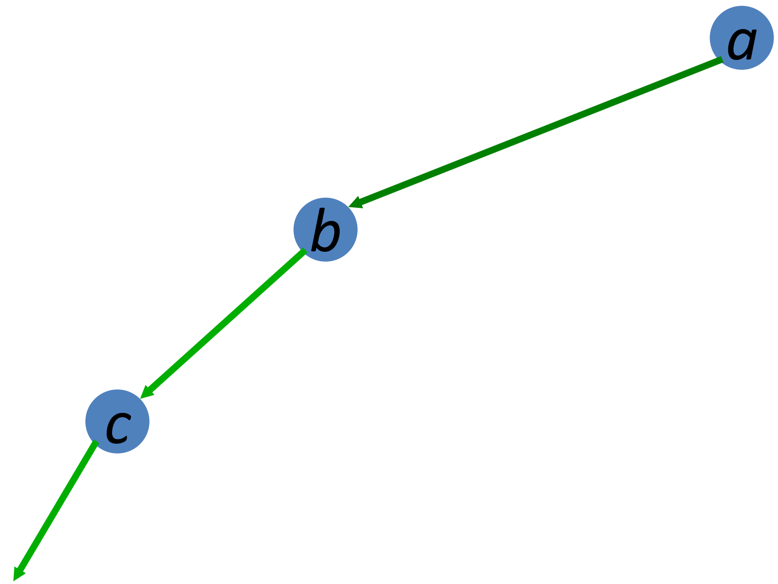
8 $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

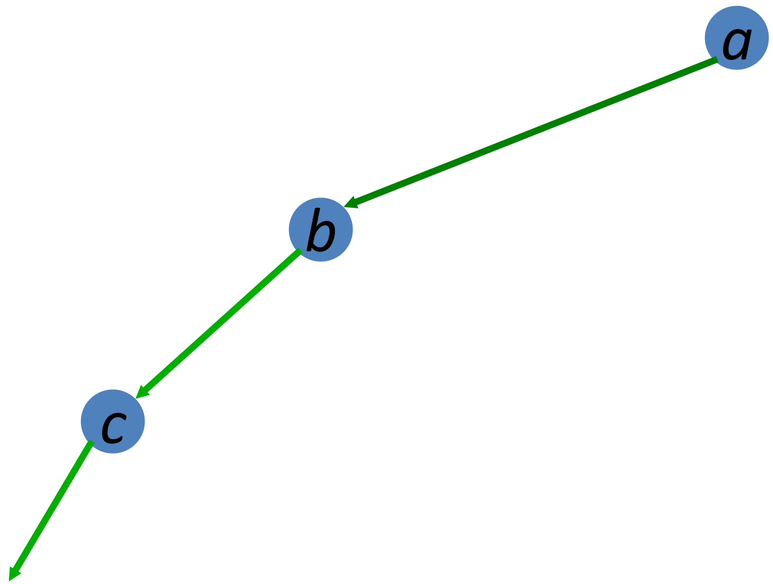
1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$

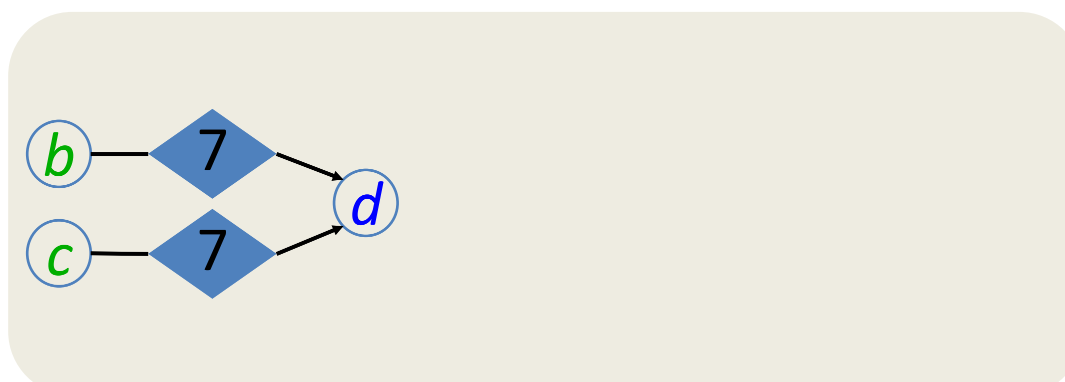


Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1. $(a \lor b \lor c)$
2. $(a \lor b \lor \overline{c})$
3. $(\overline{a} \lor b \lor \overline{c})$
4. $(a \lor c \lor d)$
5. $(\overline{a} \lor c \lor d)$
6. $(\overline{a} \lor c \lor \overline{d})$
7. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor \overline{d})$
8. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor d)$





Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1 $(a \lor b \lor c)$

2 $(a \lor b \lor \overline{c})$

3 $(\overline{a} \lor b \lor \overline{c})$

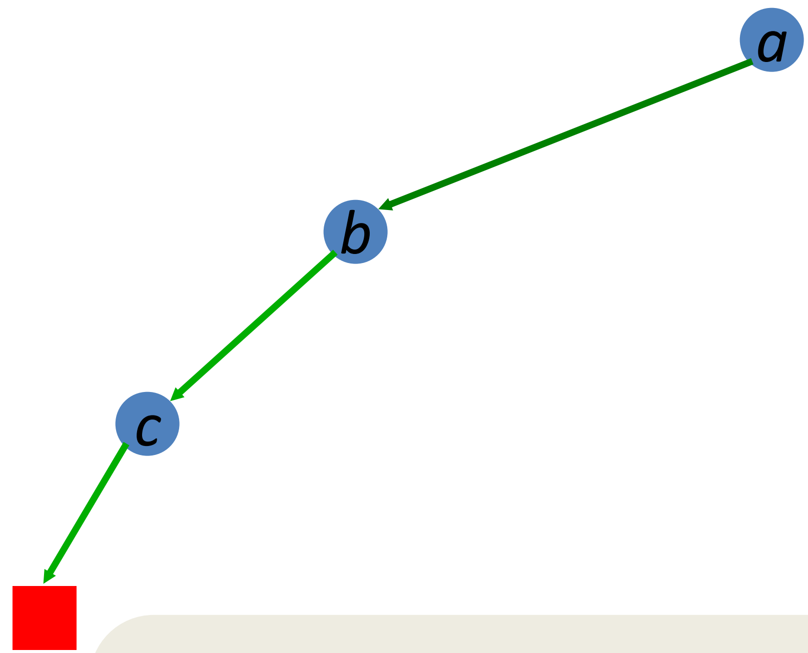
4 $(a \lor c \lor d)$

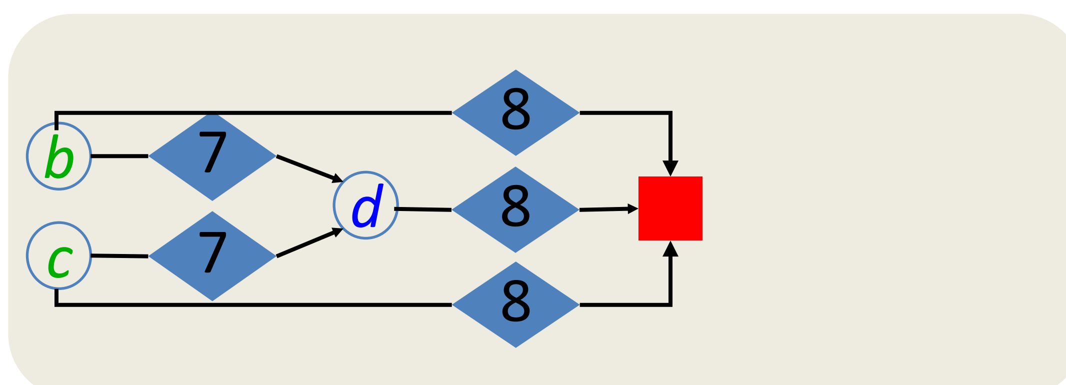
5 $(\overline{a} \lor c \lor d)$

6 $(\overline{a} \lor c \lor \overline{d})$

7 $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor \overline{d})$

8 $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor d)$

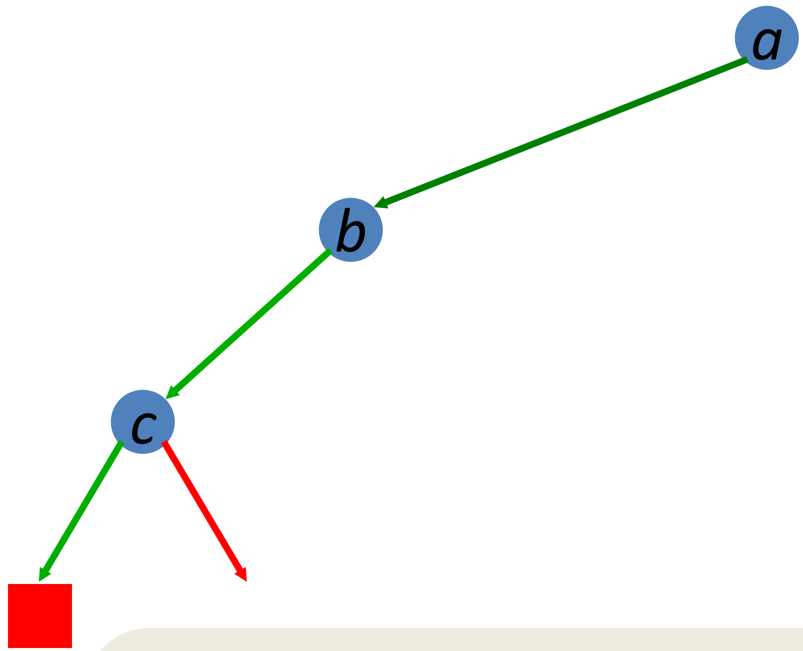




Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1 $(a \lor b \lor c)$

2 $(a \lor b \lor \overline{c})$

3 $(\overline{a} \lor b \lor \overline{c})$

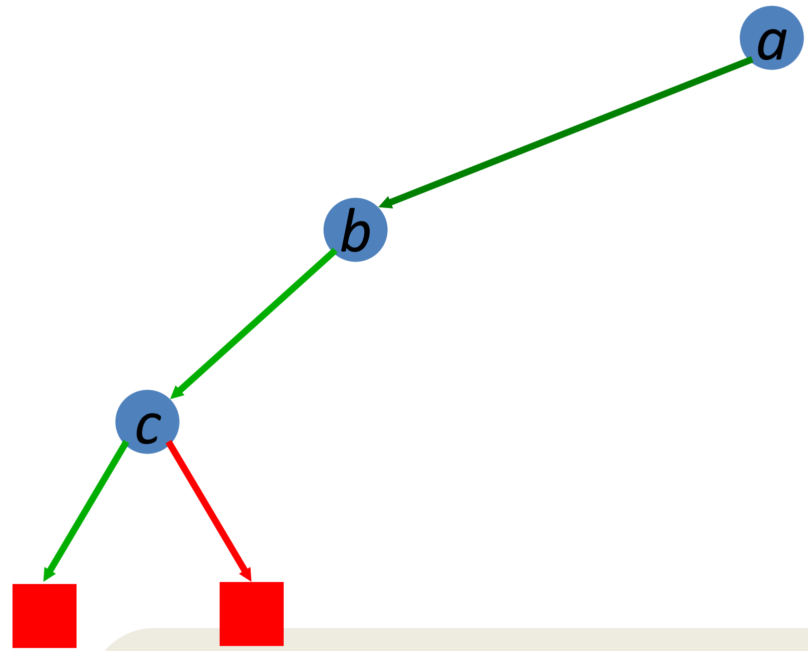
4 $(a \lor c \lor d)$

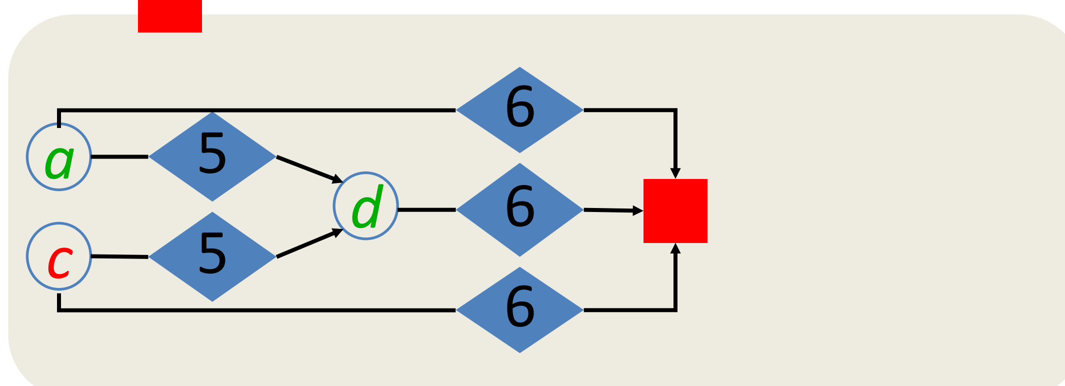
5 $(\overline{a} \lor c \lor d)$

6 $(\overline{a} \lor c \lor \overline{d})$

7 $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor \overline{d})$

8 $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor d)$





Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1 $(a \lor b \lor c)$

2 $(a \lor b \lor \overline{c})$

3 $(\overline{a} \lor b \lor \overline{c})$

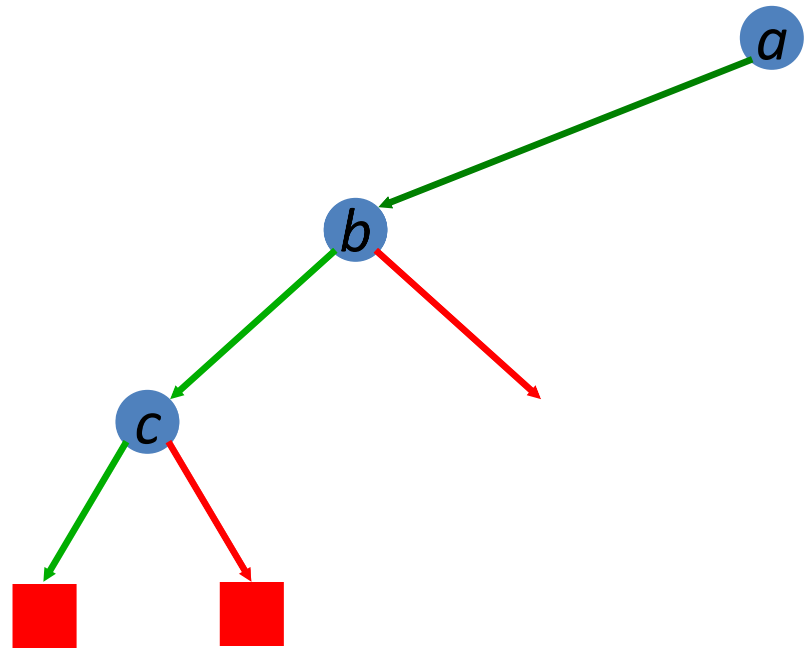
4 $(a \lor c \lor d)$

5 $(\overline{a} \lor c \lor d)$

6 $(\overline{a} \lor c \lor \overline{d})$

7 $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor \overline{d})$

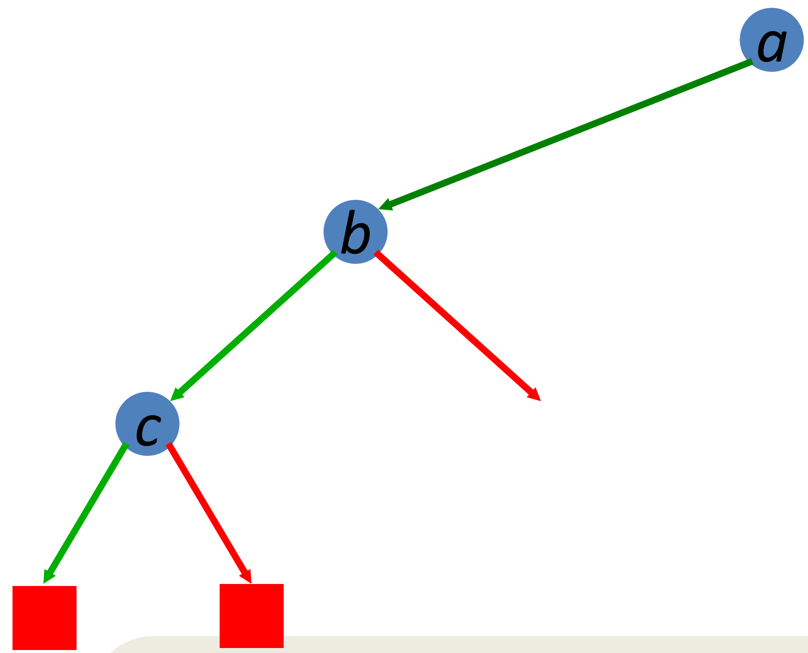
8 $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor d)$

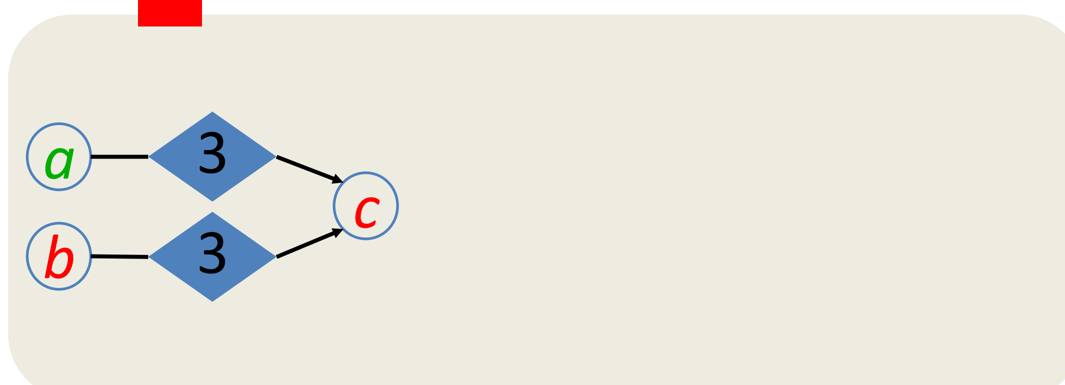


Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$

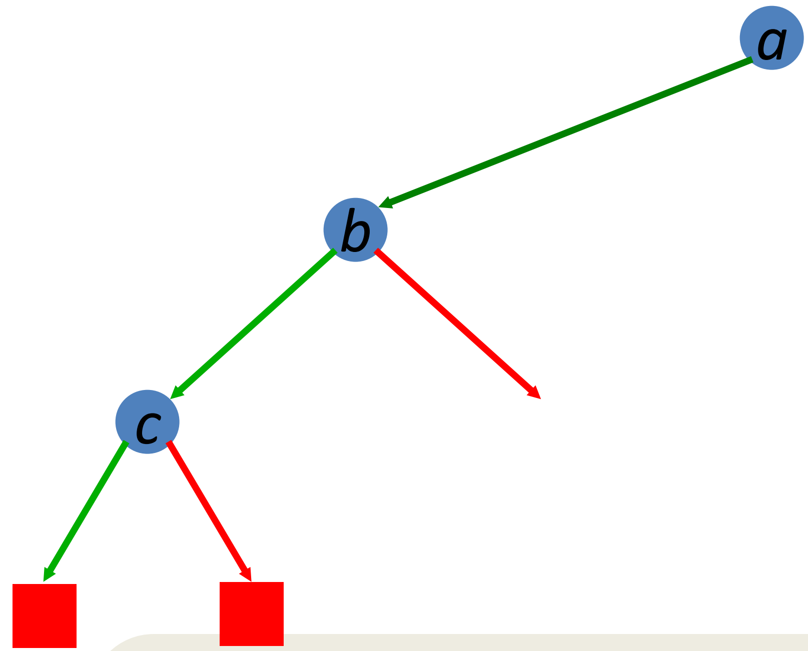


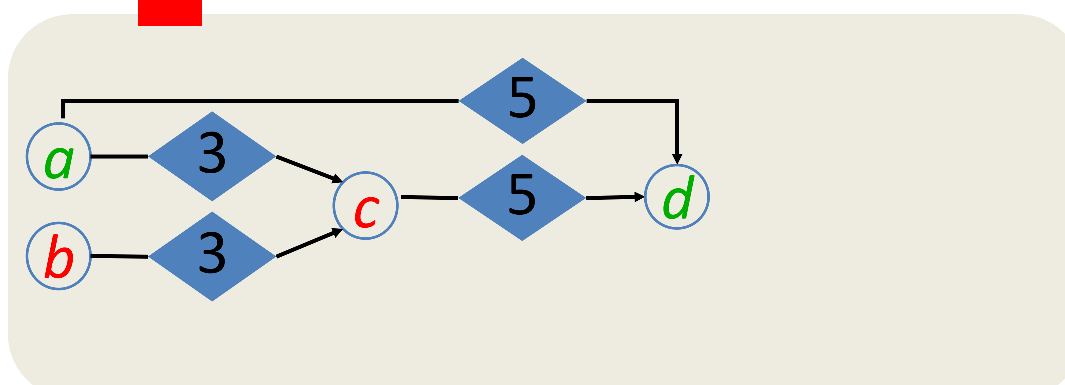


Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$

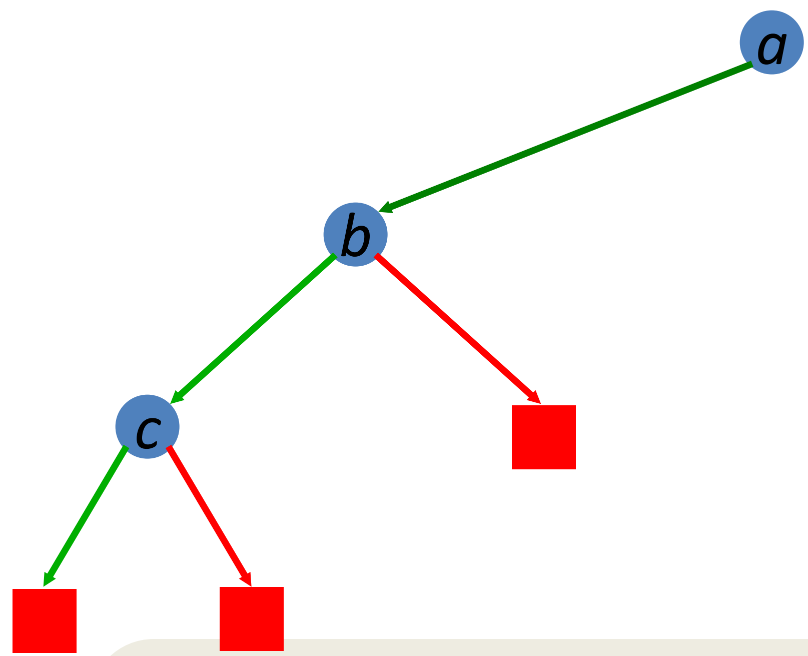


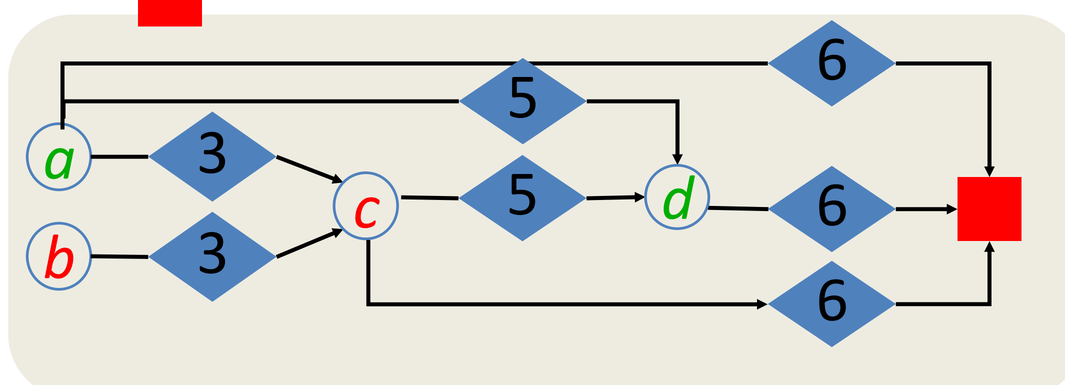


Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$

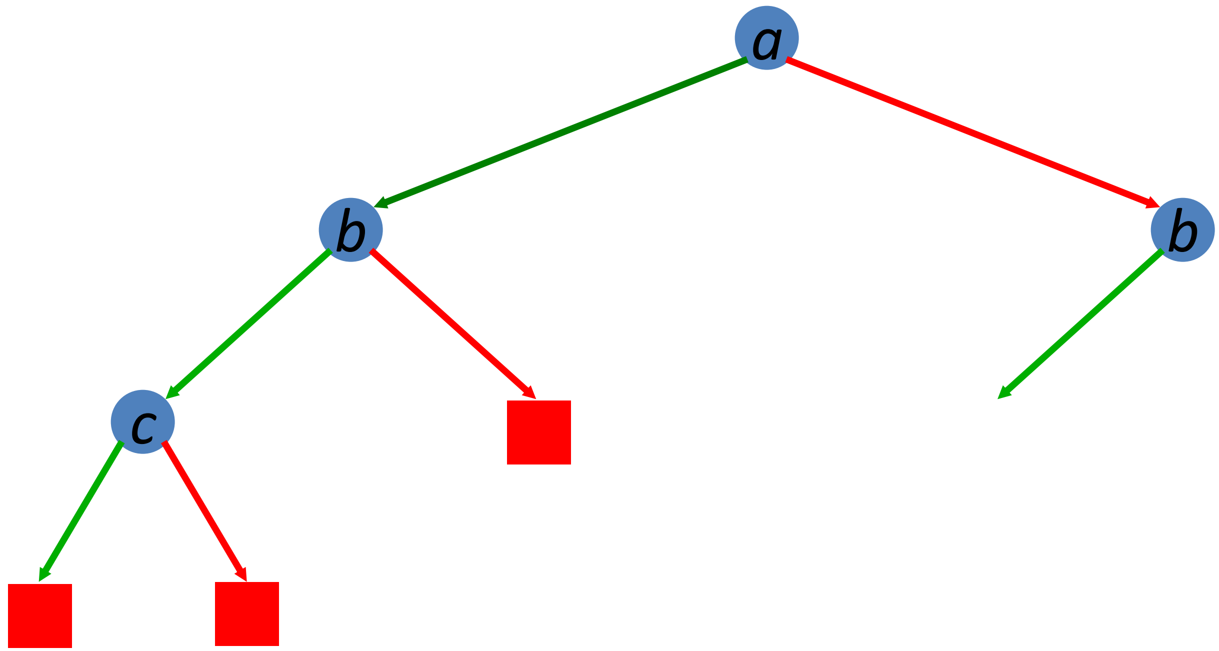




Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1 $(a \lor b \lor c)$

2 $(a \lor b \lor \overline{c})$

3 $(\overline{a} \lor b \lor \overline{c})$

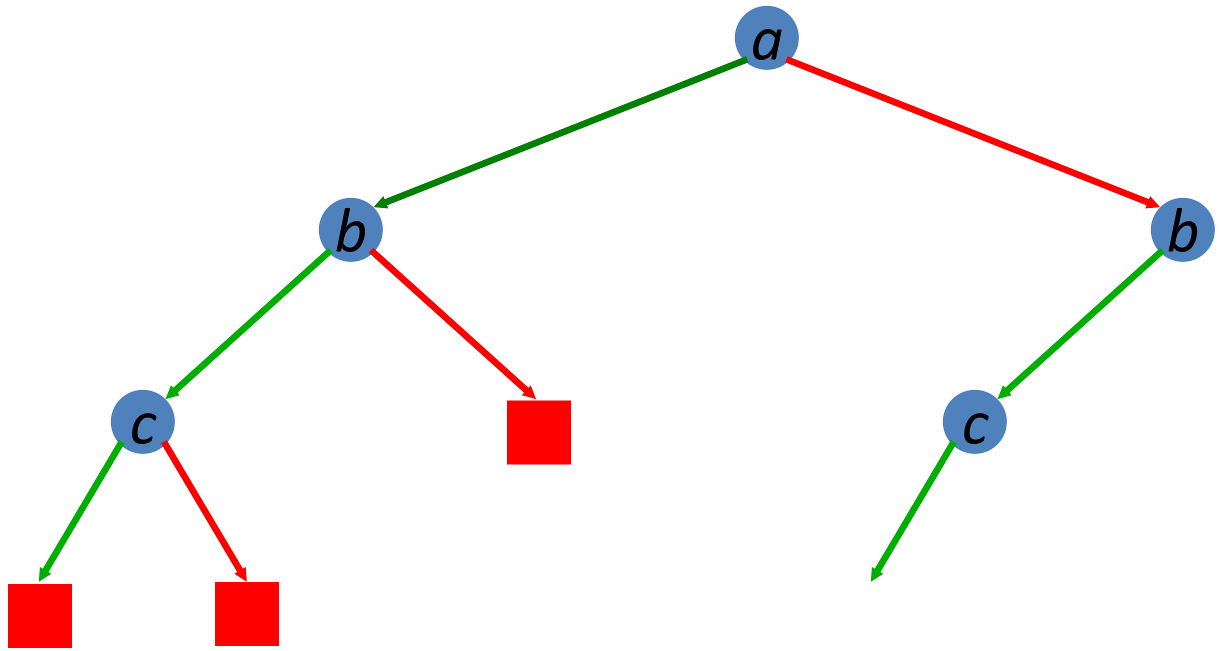
4 $(a \lor c \lor d)$

5 $(\overline{a} \lor c \lor d)$

6 $(\overline{a} \lor c \lor \overline{d})$

7 $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor \overline{d})$

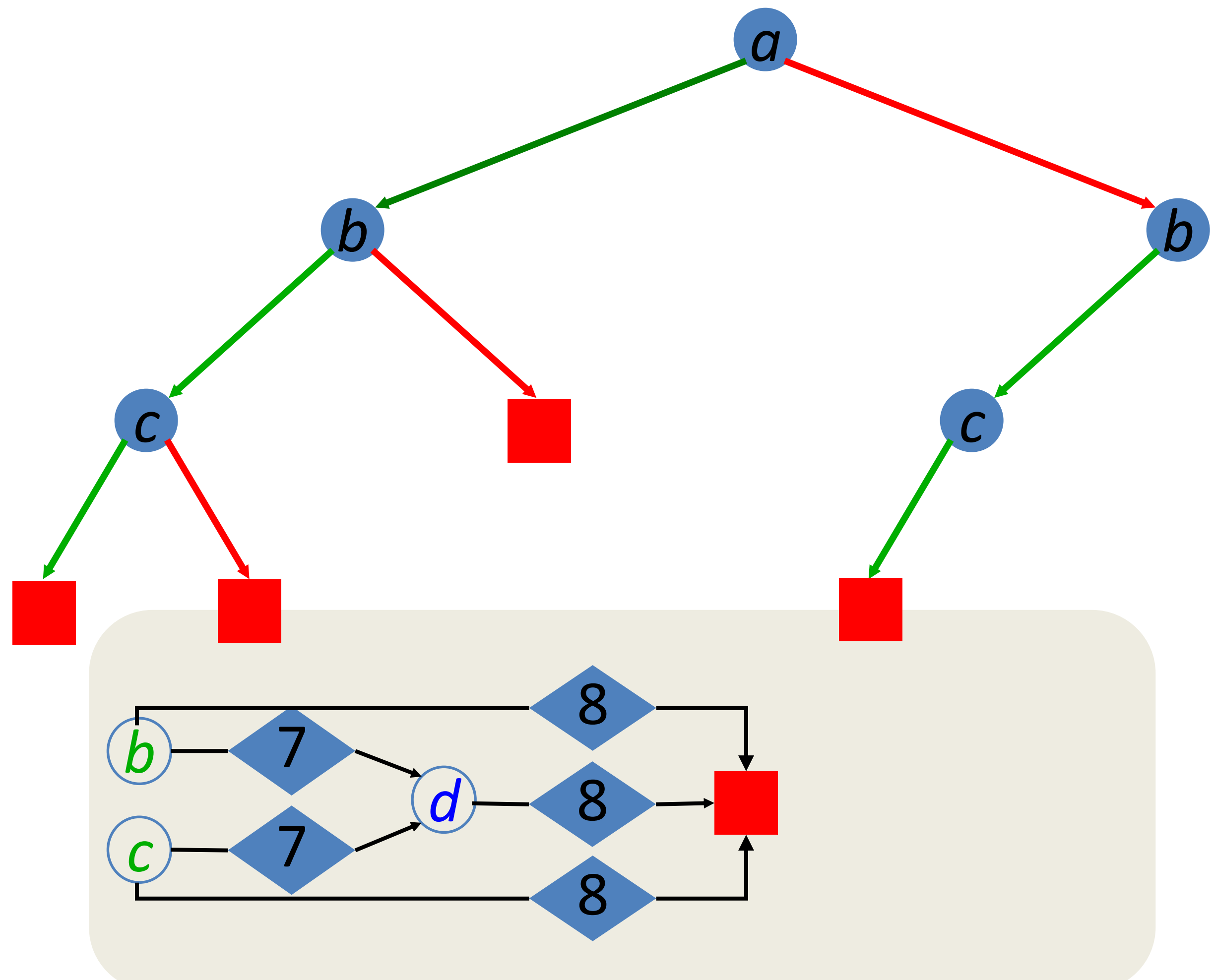
8 $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

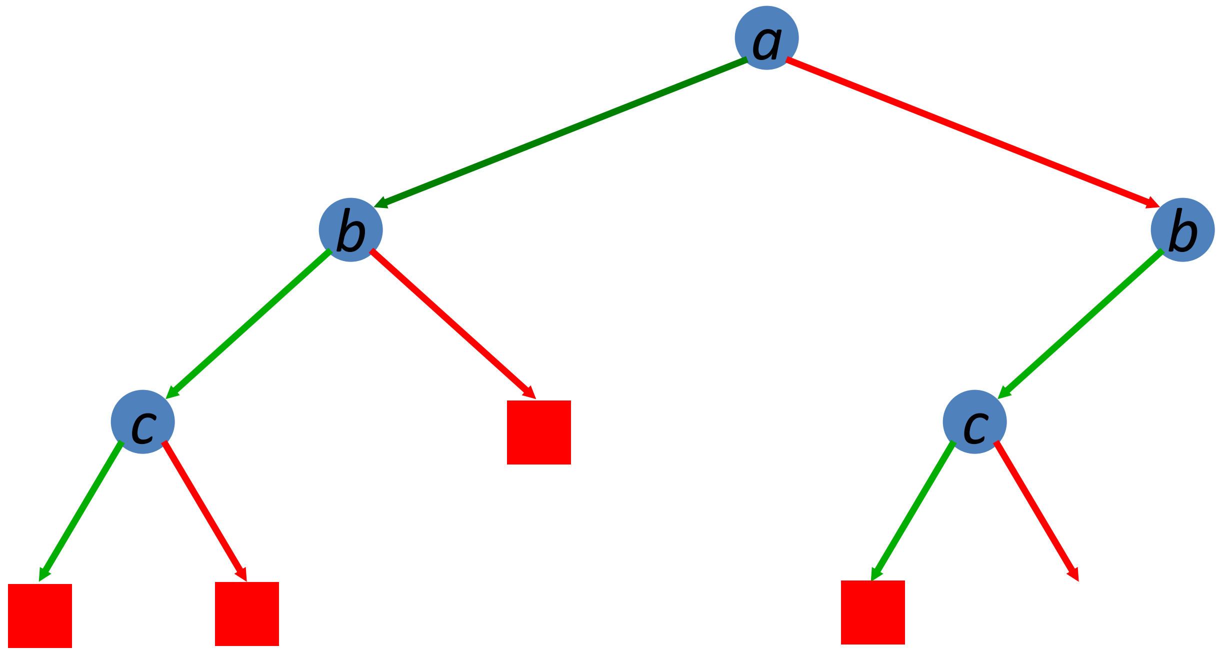
1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

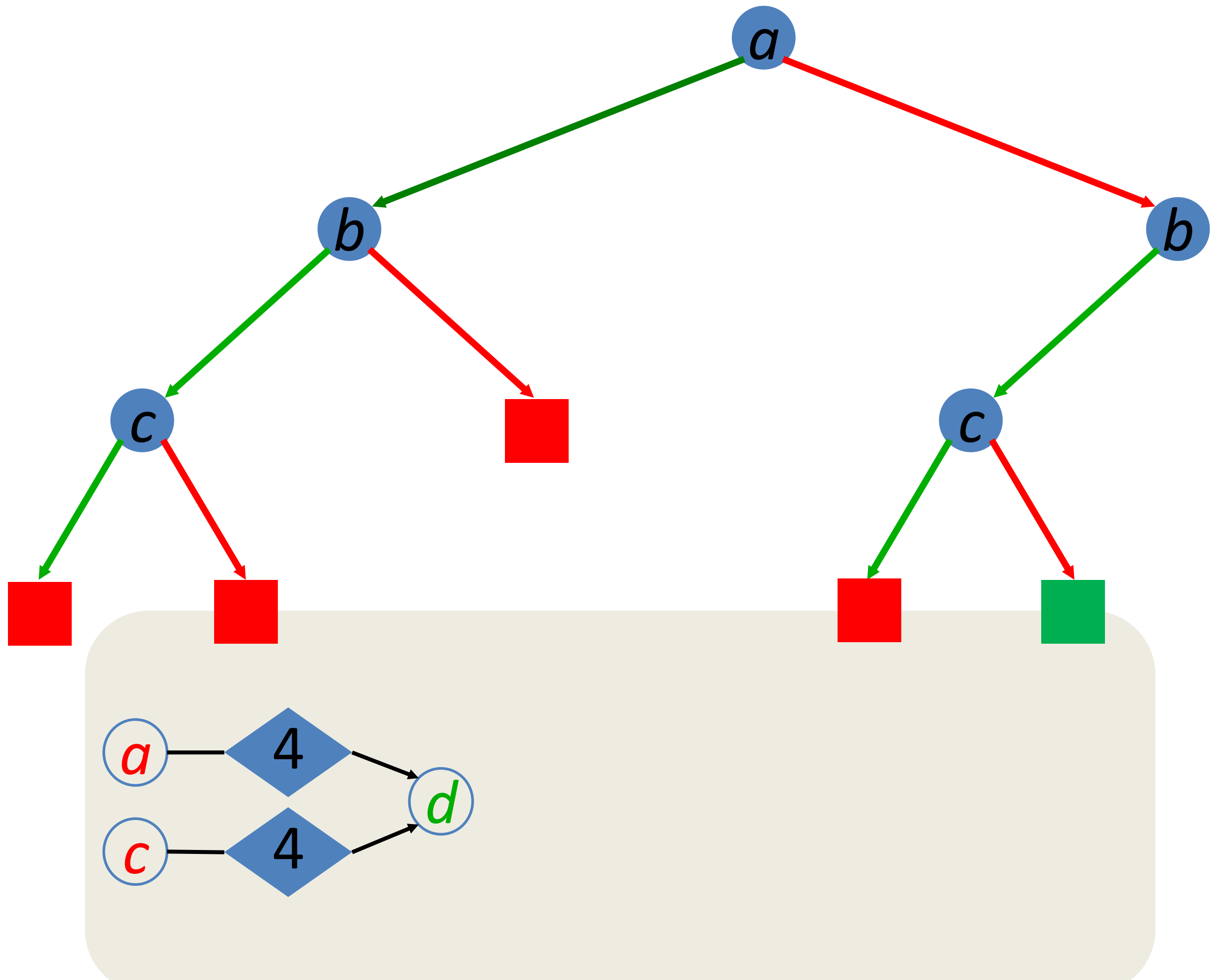
1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Реализация и обучение конфликтам

- Слагаемые сохраняются в массиве
- Требуется отслеживать существенность слагаемого по переменным:
  - Все литералы, кроме одного определены -> импликация
  - Все литералы, кроме двух определены -> слагаемое чувствительно к изменению любого литерала
  - Все остальные слагаемые нечувствительны и их не нужно отслеживать
- Обучение конфликтам:
  - Импликации можно запоминать и добавлять в качестве дополнительных слагаемых в КНФ
    - Ограничение на размер добавляемых слагаемых
    - Ограничение на «время жизни» слагаемого

Обучение конфликтам

1 $(a \lor b \lor c)$

2 $(a \lor b \lor \overline{c})$

3 $(\overline{a} \lor b \lor \overline{c})$

4 $(a \lor c \lor d)$

5 $(\overline{a} \lor c \lor d)$

6 $(\overline{a} \lor c \lor \overline{d})$

7 $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor \overline{d})$

8 $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor d)$

Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Обучение конфликтам

1 $(a \vee b \vee c)$

2 $(a \vee b \vee \overline{c})$

3 $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$

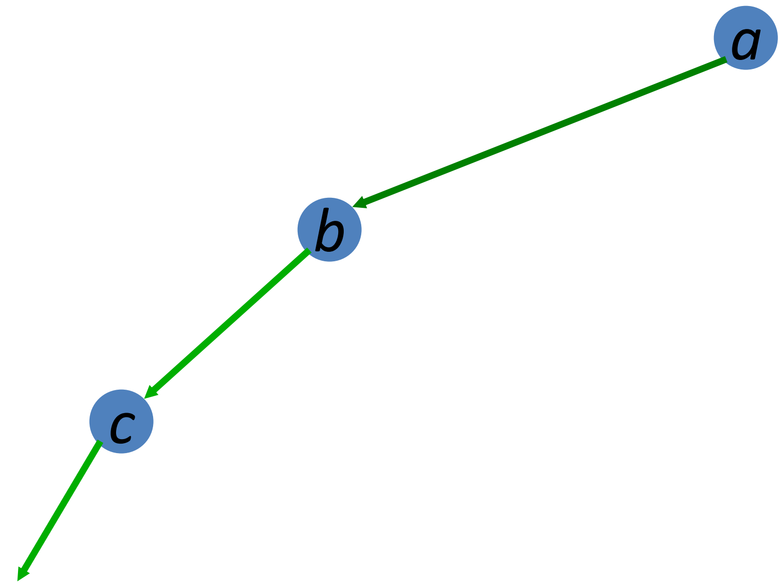
4 $(a \vee c \vee d)$

5 $(\overline{a} \vee c \vee d)$

6 $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$

7 $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$

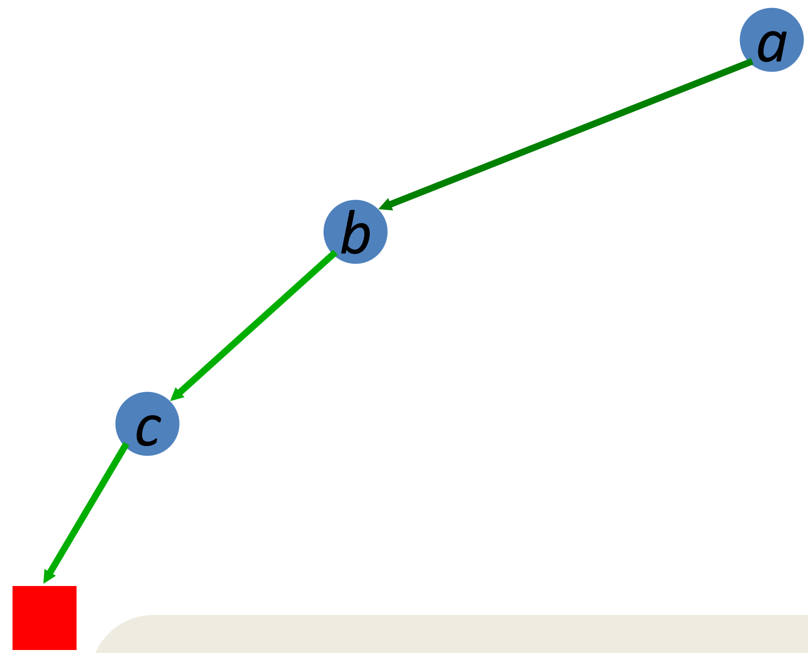
8 $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$

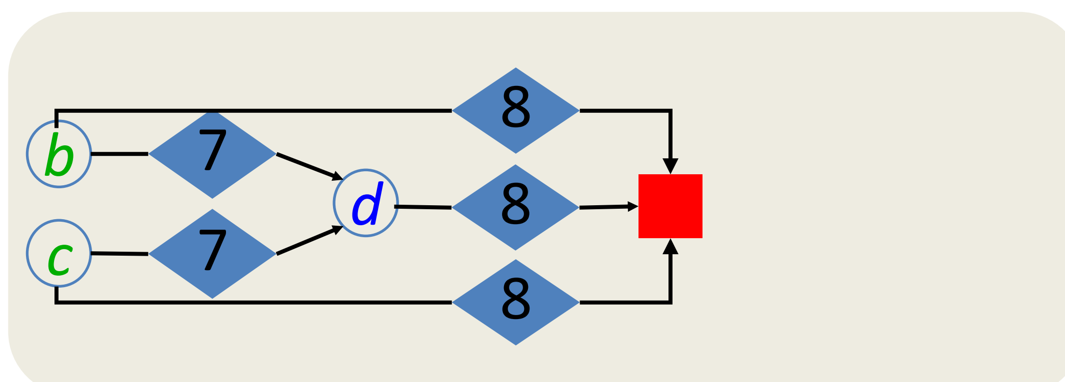


Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$

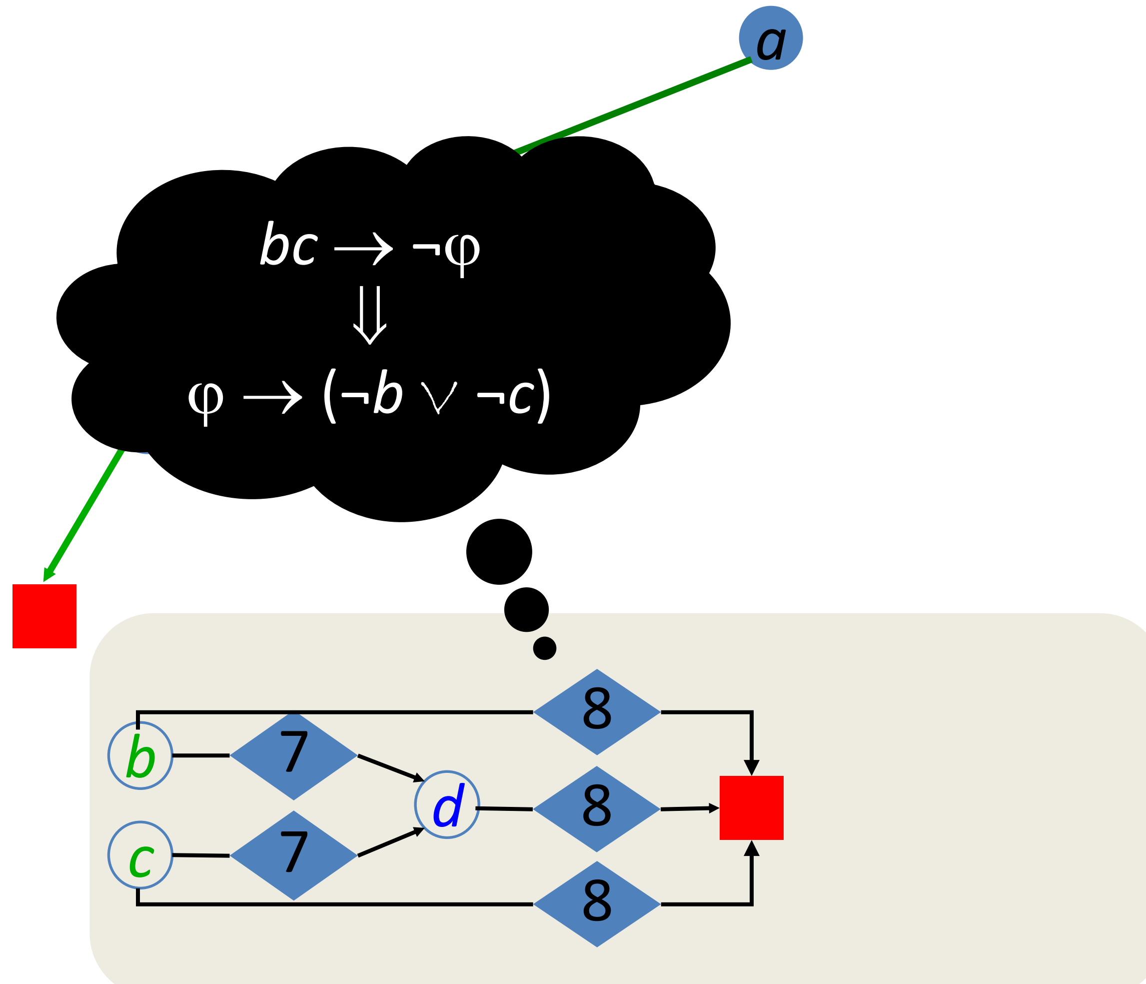




Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1. $(a \lor b \lor c)$
2. $(a \lor b \lor \overline{c})$
3. $(\overline{a} \lor b \lor \overline{c})$
4. $(a \lor c \lor d)$
5. $(\overline{a} \lor c \lor d)$
6. $(\overline{a} \lor c \lor \overline{d})$
7. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor \overline{d})$
8. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor d)$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1 $(a \vee b \vee c)$

2 $(a \vee b \vee \overline{c})$

3 $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$

4 $(a \vee c \vee d)$

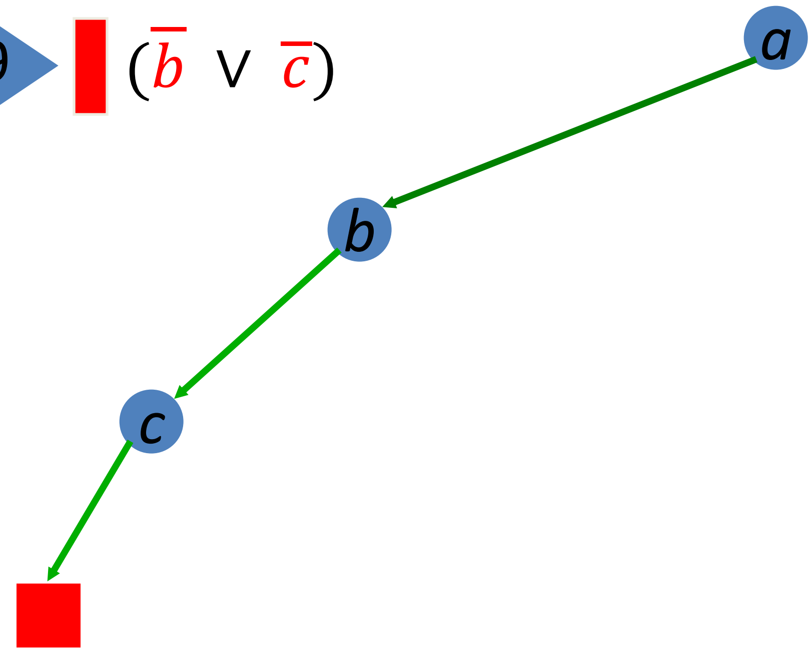
5 $(\overline{a} \vee c \vee d)$

6 $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$

7 $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$

8 $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$

9 $(\overline{b} \vee \overline{c})$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1 $(a \vee b \vee c)$

2 $(a \vee b \vee \overline{c})$

3 $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$

4 $(a \vee c \vee d)$

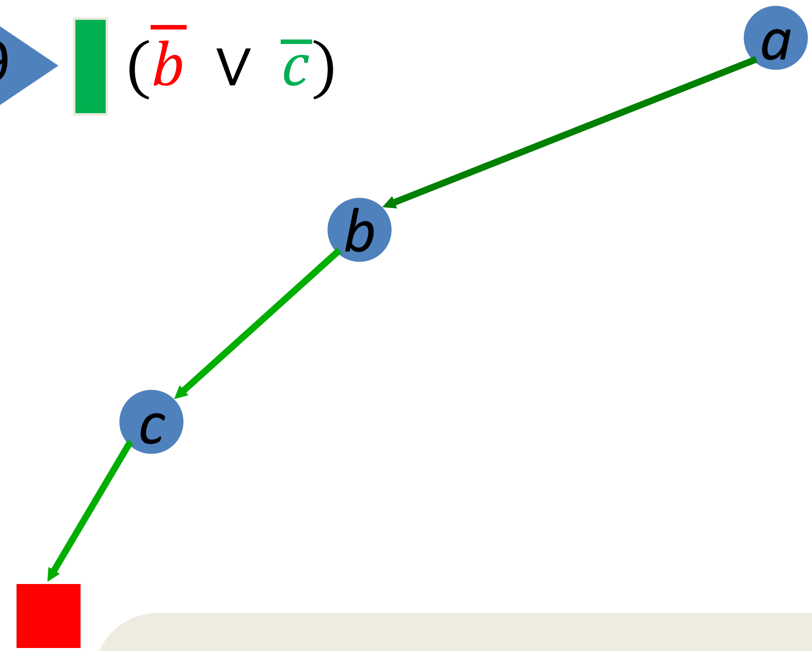
5 $(\overline{a} \vee c \vee d)$

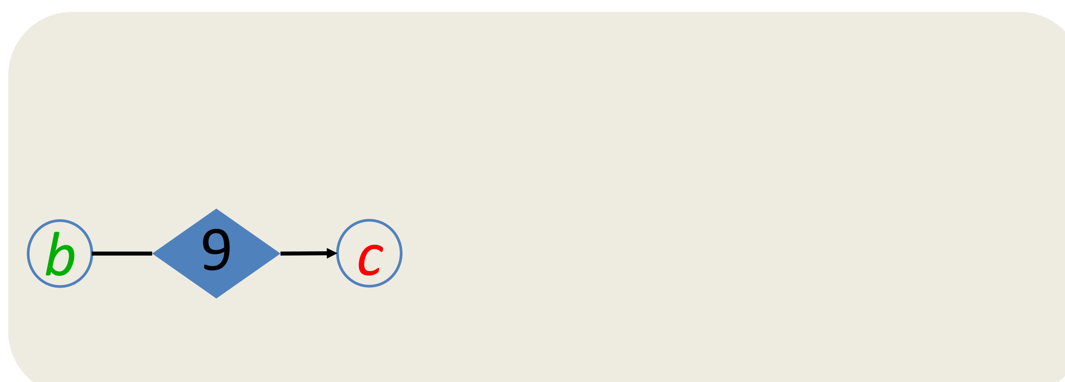
6 $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$

7 $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$

8 $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$

9 $(\overline{b} \vee \overline{c})$

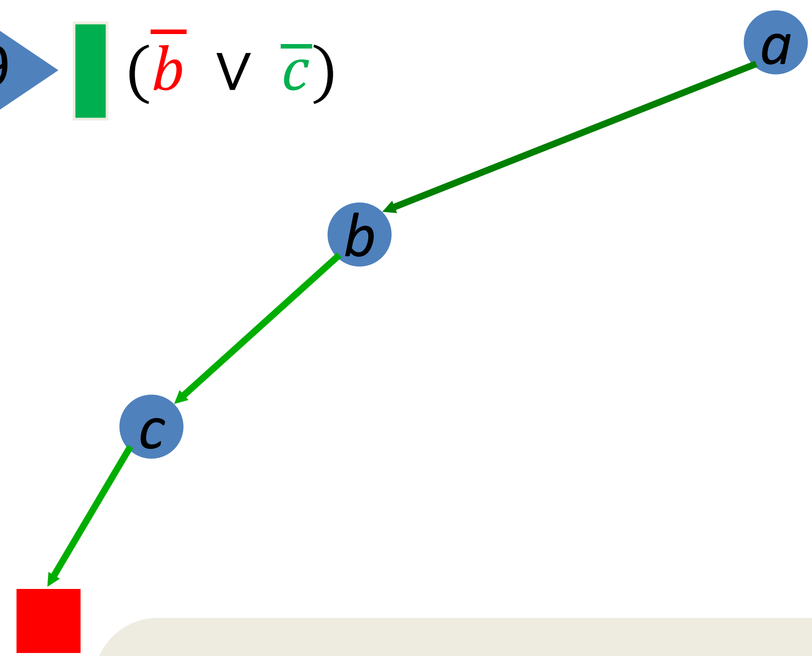


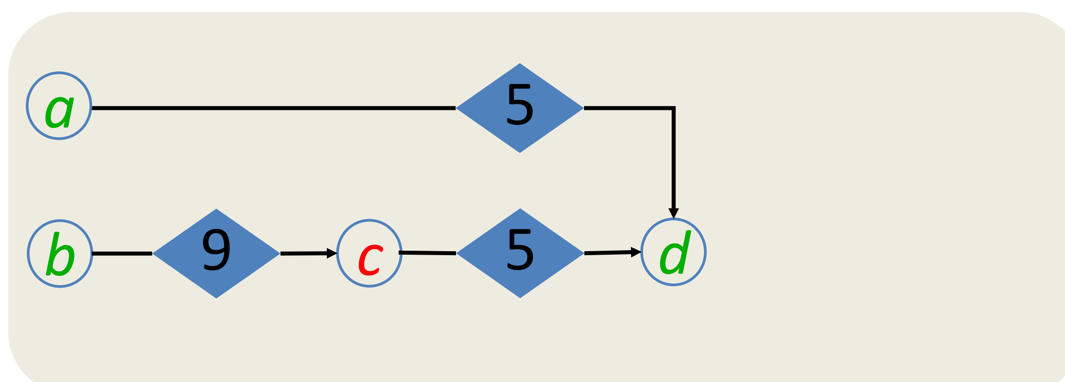


Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1. $(a \lor b \lor c)$
2. $(a \lor b \lor \overline{c})$
3. $(\overline{a} \lor b \lor \overline{c})$
4. $(a \lor c \lor d)$
5. $(\overline{a} \lor c \lor d)$
6. $(\overline{a} \lor c \lor \overline{d})$
7. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor \overline{d})$
8. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor d)$
9. $(\overline{b} \lor \overline{c})$

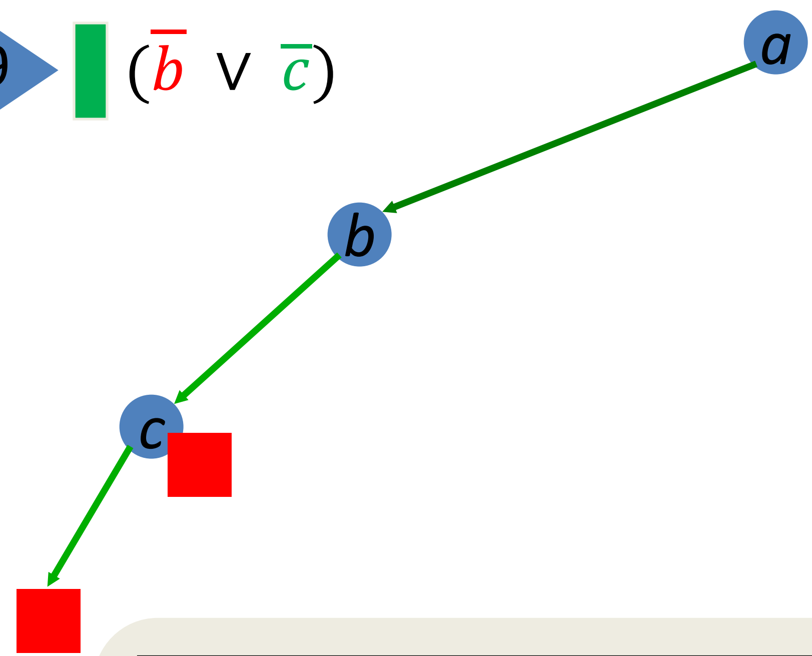


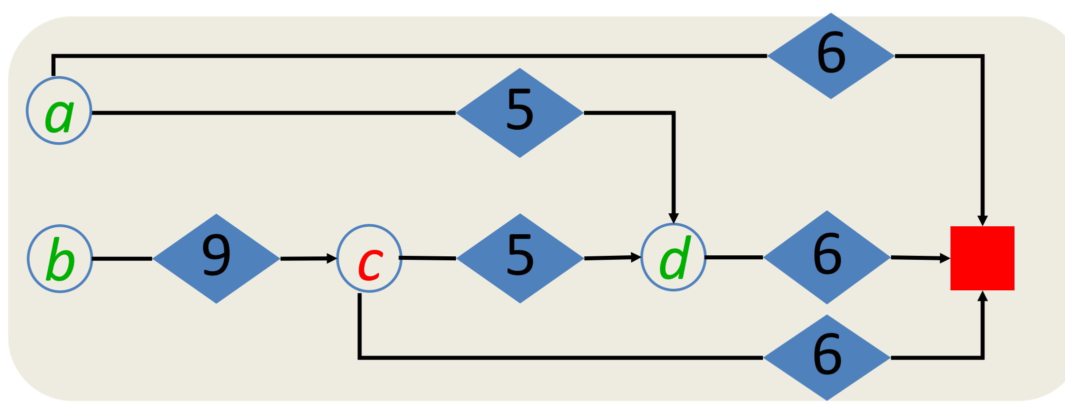


Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$
9. $(\overline{b} \vee \overline{c})$





Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1 $(a \vee b \vee c)$

2 $(a \vee b \vee \bar{c})$

3 $(\bar{a} \vee b \vee \bar{c})$

4 $(a \vee c \vee d)$

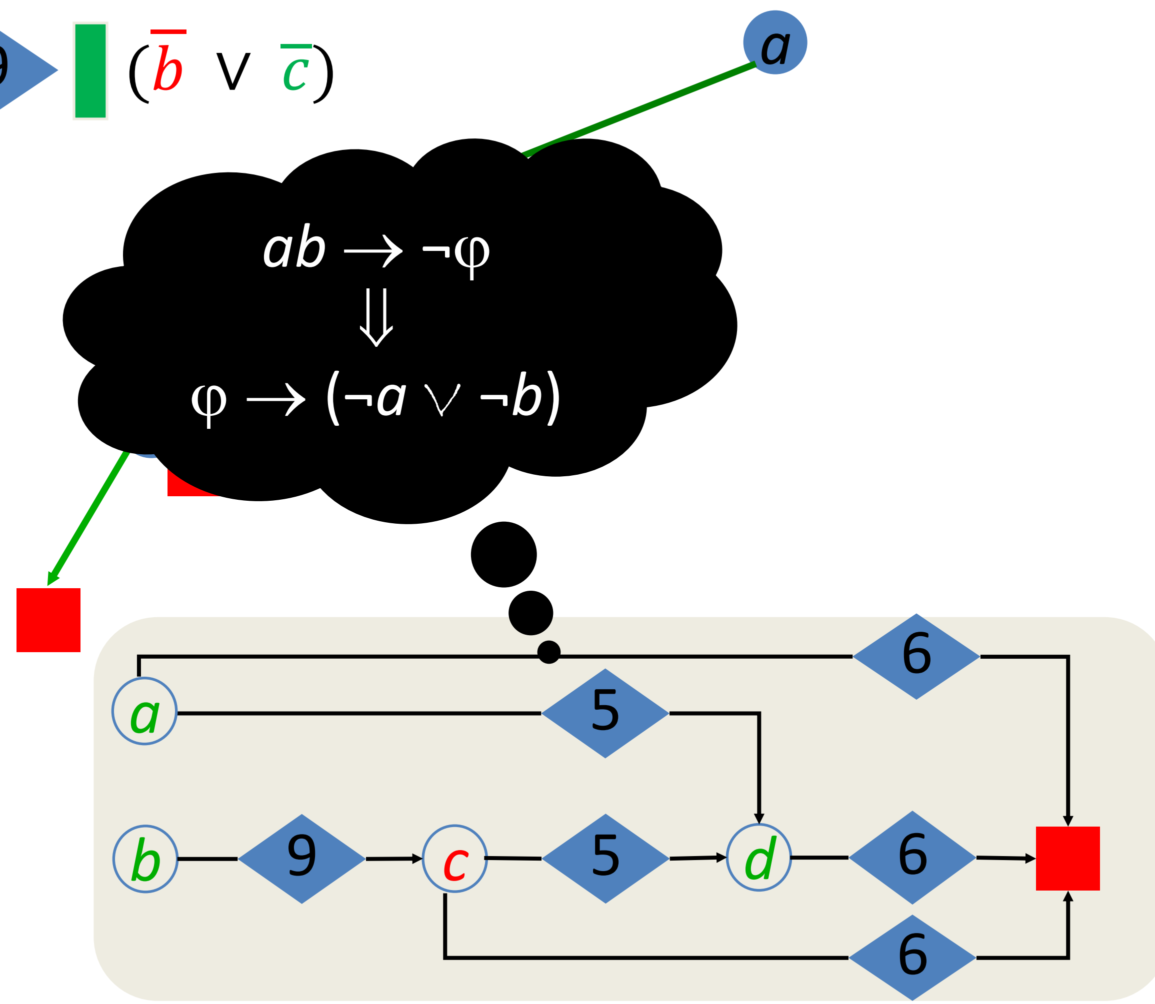
5 $(\bar{a} \vee c \vee d)$

6 $(\bar{a} \vee c \vee \bar{d})$

7 $(\bar{b} \vee \bar{c} \vee \bar{d})$

8 $(\bar{b} \vee \bar{c} \vee d)$

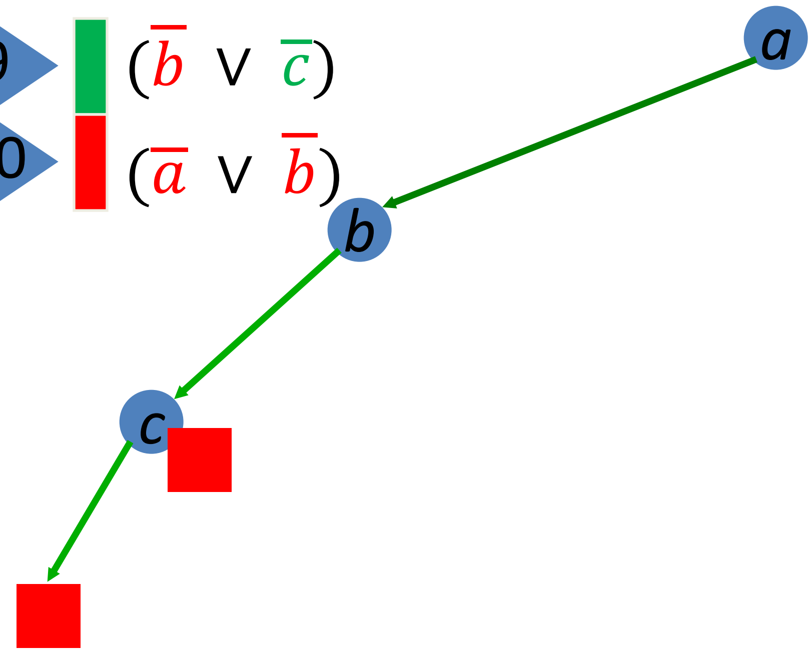
9 $(\bar{b} \vee \bar{c})$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

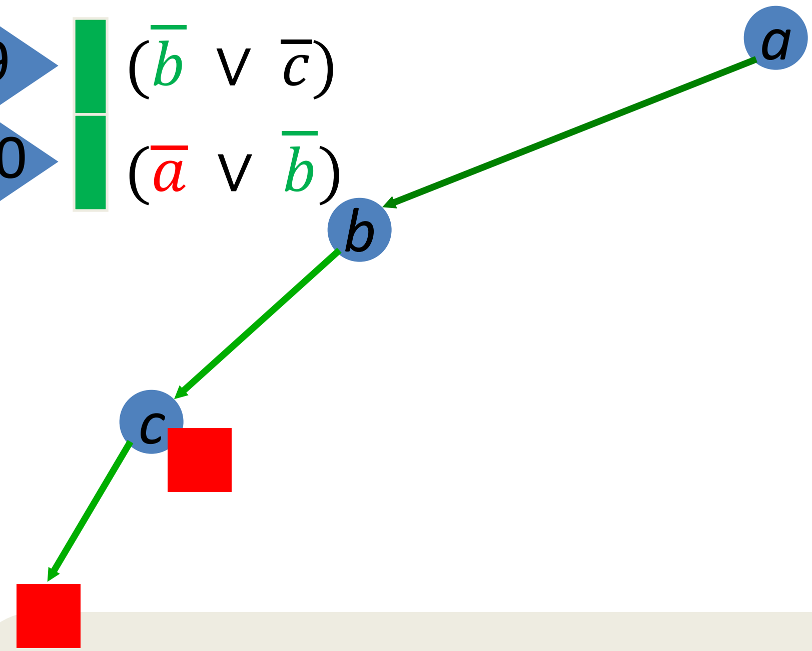
1. $(a \lor b \lor c)$
2. $(a \lor b \lor \overline{c})$
3. $(\overline{a} \lor b \lor \overline{c})$
4. $(a \lor c \lor d)$
5. $(\overline{a} \lor c \lor d)$
6. $(\overline{a} \lor c \lor \overline{d})$
7. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor \overline{d})$
8. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor d)$
9. $(\overline{b} \lor \overline{c})$
10. $(\overline{a} \lor \overline{b})$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

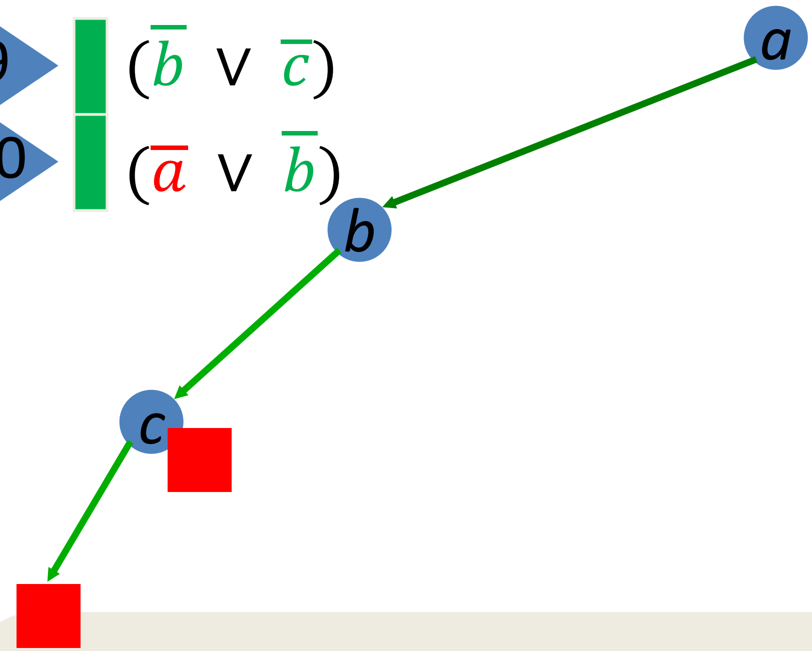
1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$
9. $(\overline{b} \vee \overline{c})$
10. $(\overline{a} \vee \overline{b})$

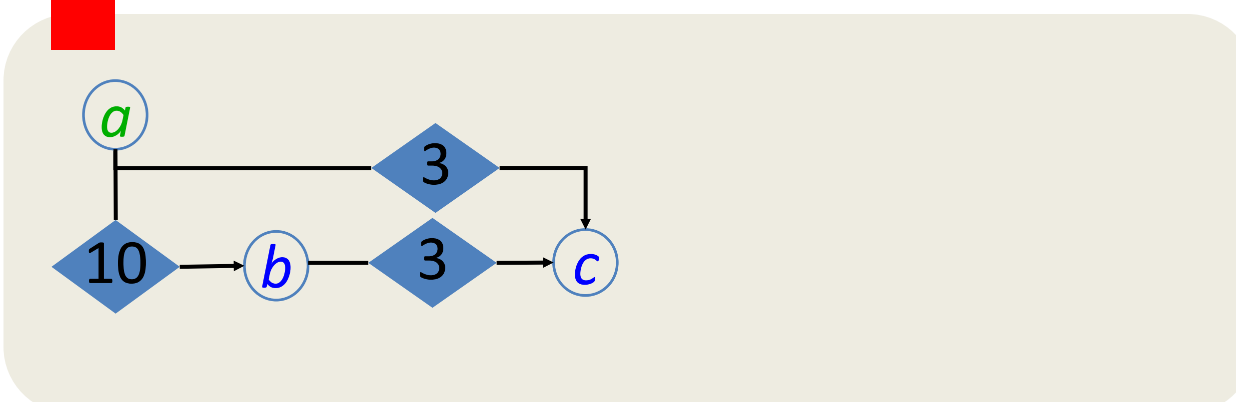


Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$
9. $(\overline{b} \vee \overline{c})$
10. $(\overline{a} \vee \overline{b})$

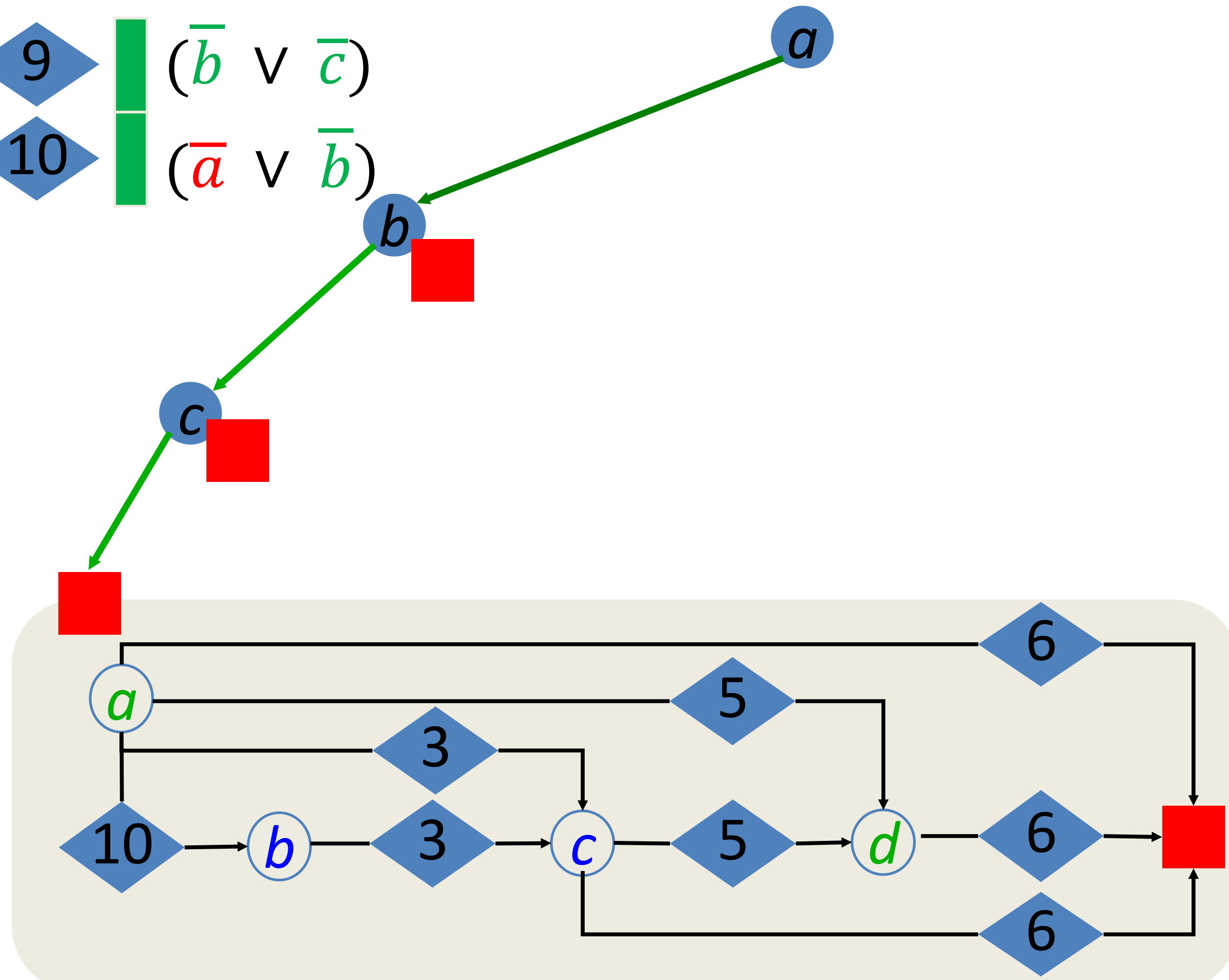




Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \bar{c})$
3. $(\bar{a} \vee b \vee \bar{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\bar{a} \vee c \vee d)$
6. $(\bar{a} \vee c \vee \bar{d})$
7. $(\bar{b} \vee \bar{c} \vee \bar{d})$
8. $(\bar{b} \vee \bar{c} \vee d)$
9. $(\bar{b} \vee \bar{c})$
10. $(\bar{a} \vee \bar{b})$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1 $(a \vee b \vee c)$

2 $(a \vee b \vee \bar{c})$

3 $(\bar{a} \vee b \vee \bar{c})$

4 $(a \vee c \vee d)$

5 $(\bar{a} \vee c \vee d)$

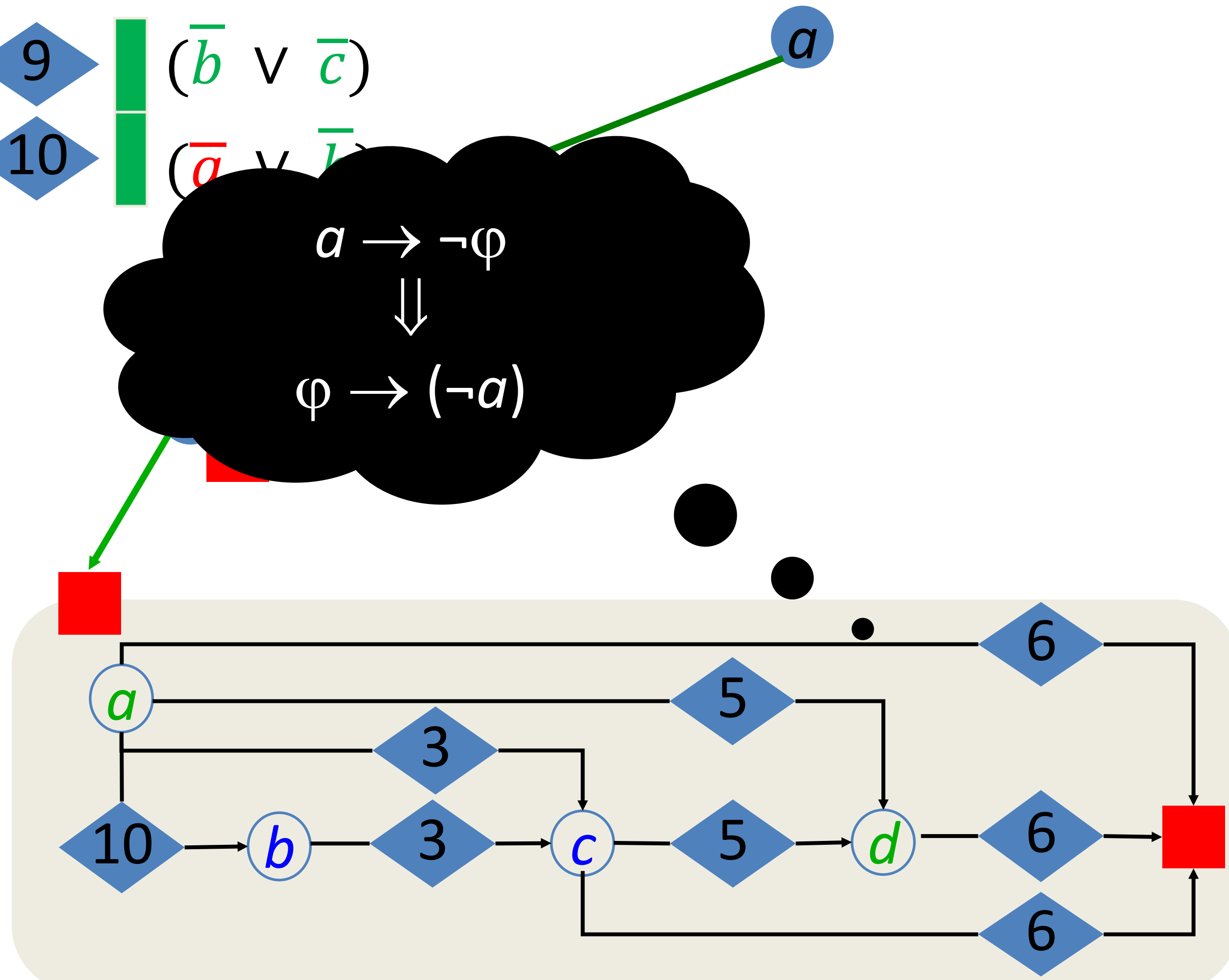
6 $(\bar{a} \vee c \vee \bar{d})$

7 $(\bar{b} \vee \bar{c} \vee \bar{d})$

8 $(\bar{b} \vee \bar{c} \vee d)$

9 $(\bar{b} \vee \bar{c})$

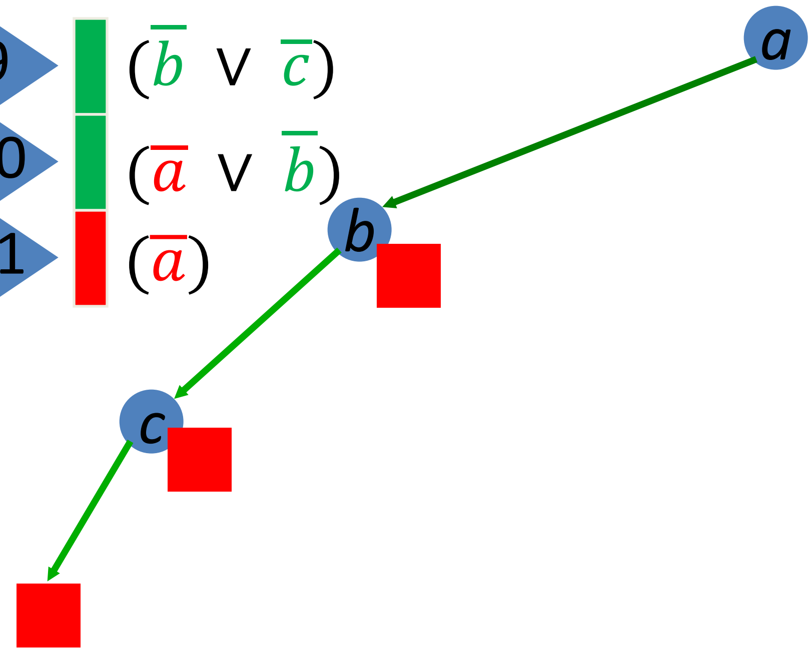
10 $(\bar{a} \vee \bar{b})$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

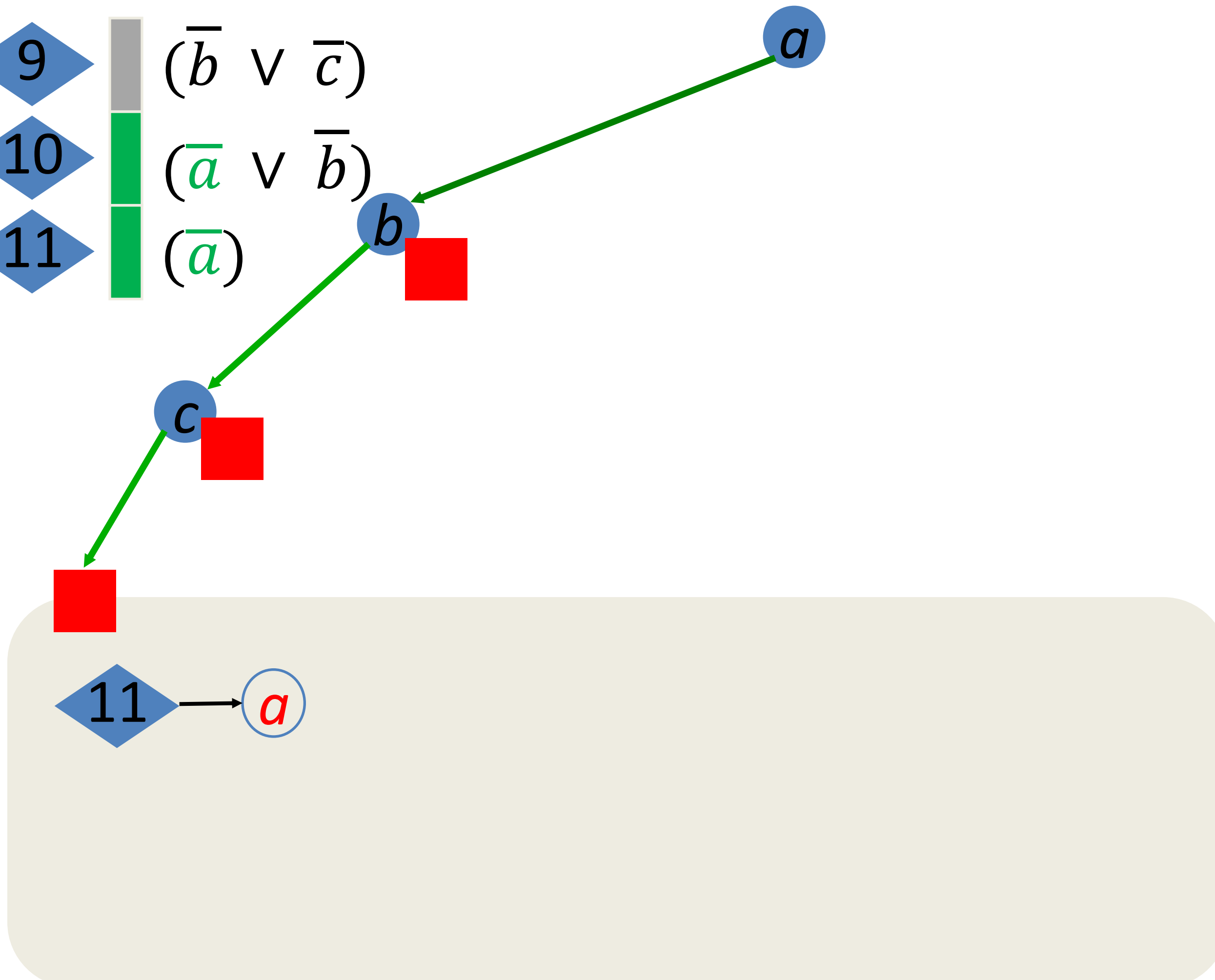
1. $(a \lor b \lor c)$
2. $(a \lor b \lor \overline{c})$
3. $(\overline{a} \lor b \lor \overline{c})$
4. $(a \lor c \lor d)$
5. $(\overline{a} \lor c \lor d)$
6. $(\overline{a} \lor c \lor \overline{d})$
7. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor \overline{d})$
8. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor d)$
9. $(\overline{b} \lor \overline{c})$
10. $(\overline{a} \lor \overline{b})$
11. $(\overline{a})$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

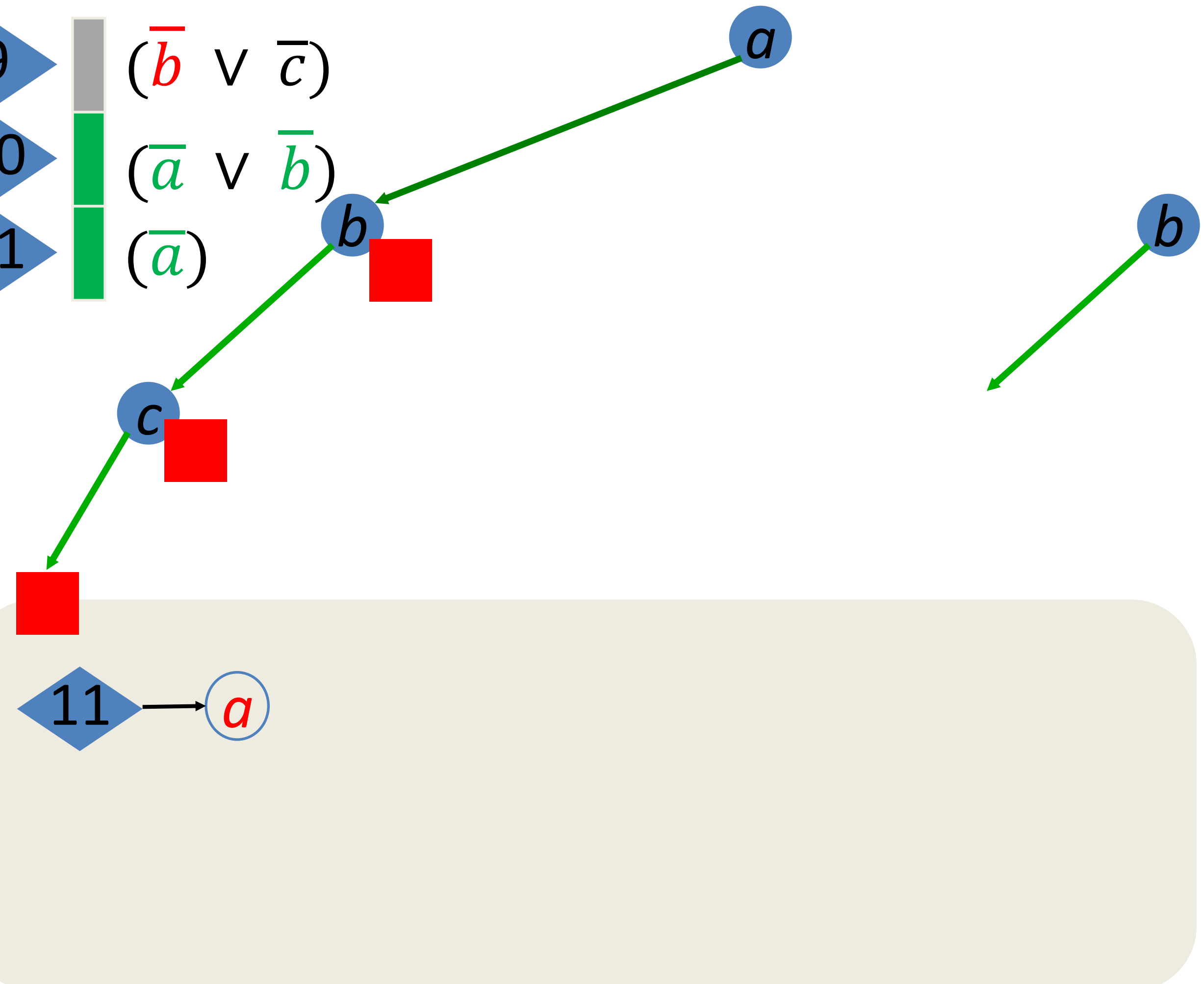
1. $(a \vee b \vee c)$
2. $(a \vee b \vee \overline{c})$
3. $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c})$
4. $(a \vee c \vee d)$
5. $(\overline{a} \vee c \vee d)$
6. $(\overline{a} \vee c \vee \overline{d})$
7. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
8. $(\overline{b} \vee \overline{c} \vee d)$
9. $(\overline{b} \vee \overline{c})$
10. $(\overline{a} \vee \overline{b})$
11. $(\overline{a})$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

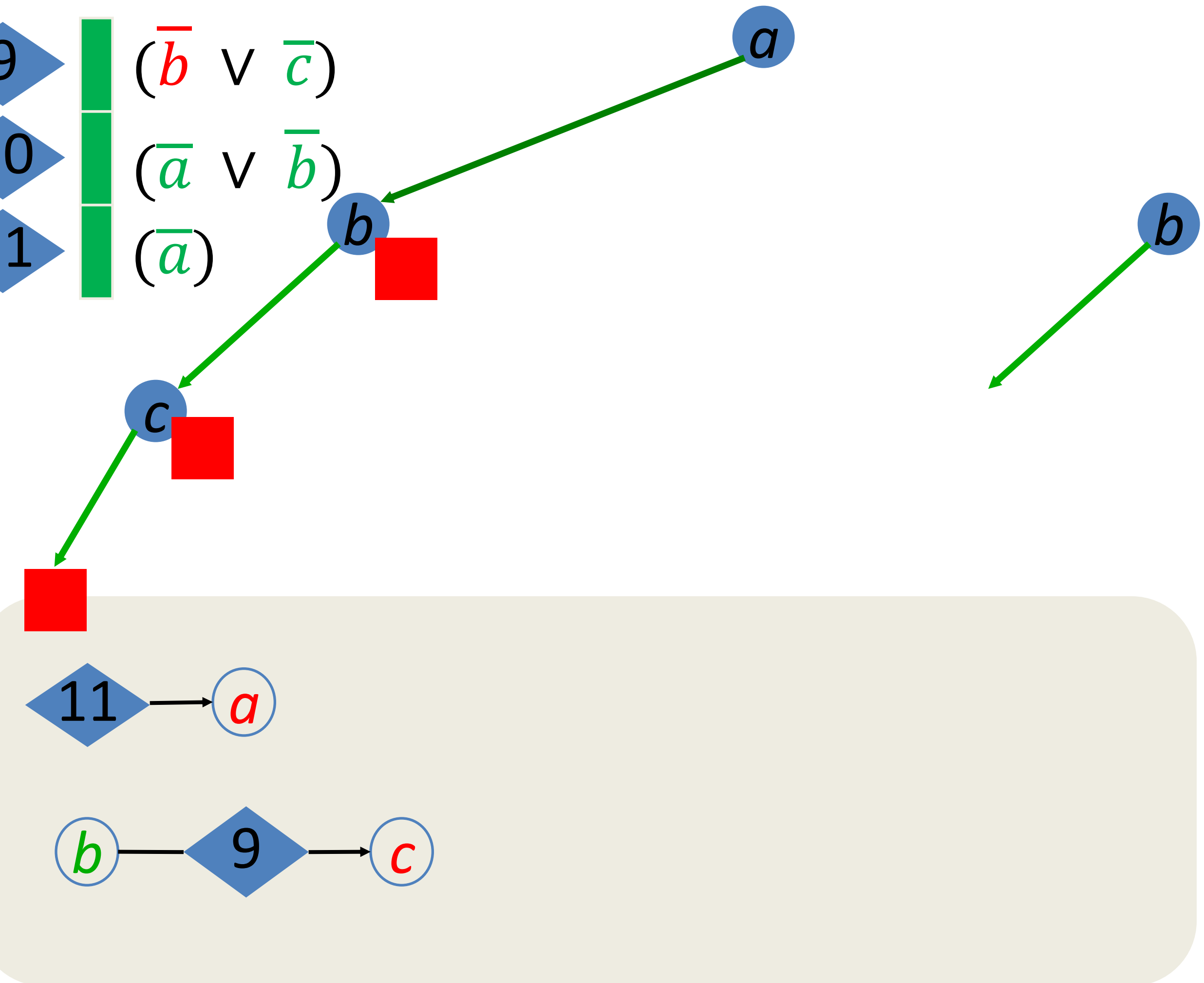
1. $(a \lor b \lor c)$
2. $(a \lor b \lor \overline{c})$
3. $(\overline{a} \lor b \lor \overline{c})$
4. $(a \lor c \lor d)$
5. $(\overline{a} \lor c \lor d)$
6. $(\overline{a} \lor c \lor \overline{d})$
7. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor \overline{d})$
8. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor d)$
9. $(\overline{b} \lor \overline{c})$
10. $(\overline{a} \lor \overline{b})$
11. $(\overline{a})$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

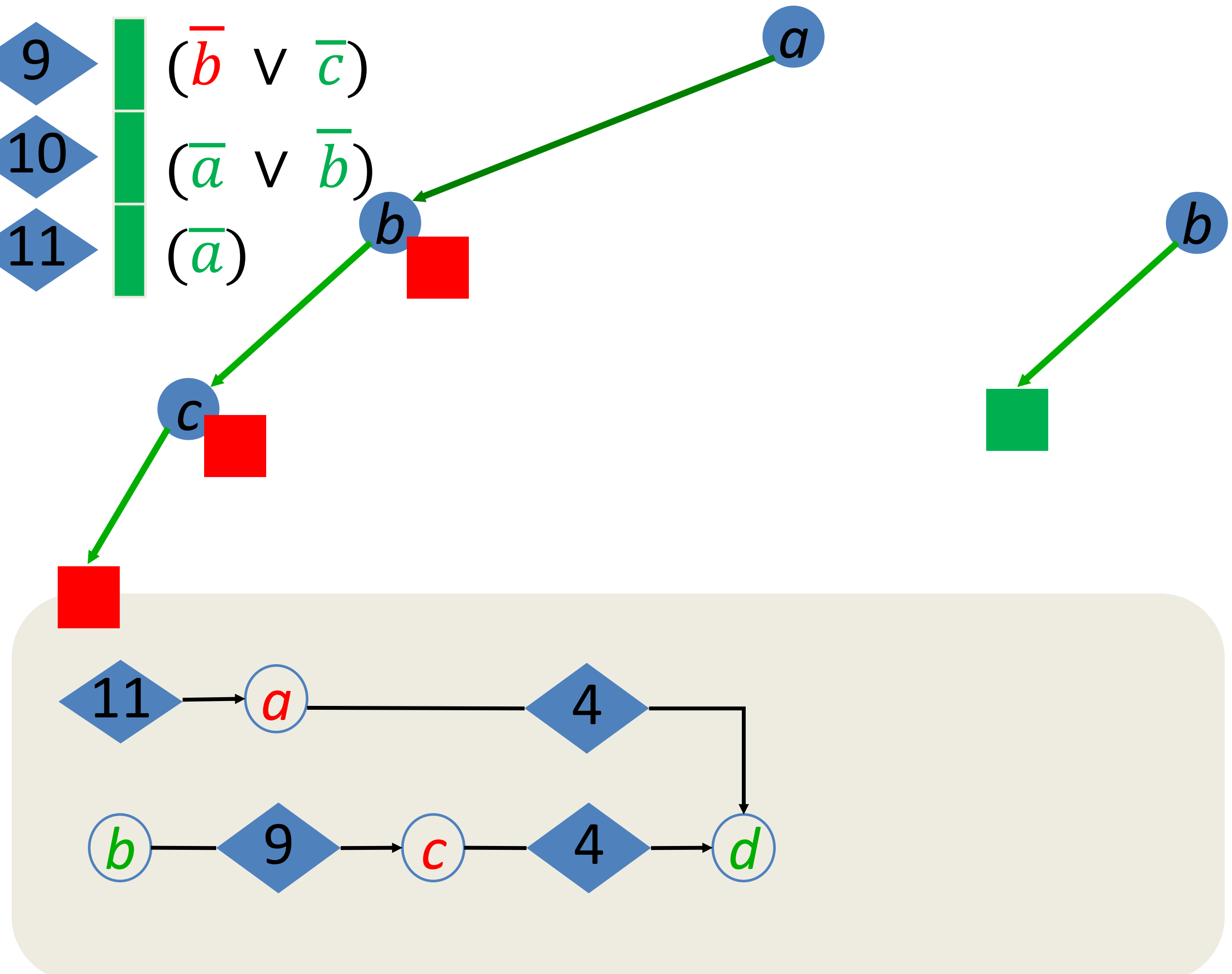
1. $(a \lor b \lor c)$
2. $(a \lor b \lor \overline{c})$
3. $(\overline{a} \lor b \lor \overline{c})$
4. $(a \lor c \lor d)$
5. $(\overline{a} \lor c \lor d)$
6. $(\overline{a} \lor c \lor \overline{d})$
7. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor \overline{d})$
8. $(\overline{b} \lor \overline{c} \lor d)$
9. $(\overline{b} \lor \overline{c})$
10. $(\overline{a} \lor \overline{b})$
11. $(\overline{a})$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan

Использование импликаций

1. $(a \lor b \lor c)$
2. $(a \lor b \lor \bar{c})$
3. $(\bar{a} \lor b \lor \bar{c})$
4. $(a \lor c \lor d)$
5. $(\bar{a} \lor c \lor d)$
6. $(\bar{a} \lor c \lor \bar{d})$
7. $(\bar{b} \lor \bar{c} \lor \bar{d})$
8. $(\bar{b} \lor \bar{c} \lor d)$
9. $(\bar{b} \lor \bar{c})$
10. $(\bar{a} \lor \bar{b})$
11. $(\bar{a})$



Источник: Karem A. Sakallah, Univ. of Michigan