# Распределенные алгоритмы и системы

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы → Распределенные алгоритмы и системы

Блок 32

Избрание лидера:
нижние оценки

Лектор:
**Подымов Владислав Васильевич**
E-mail:
**valdus@yandex.ru**

ВМК МГУ, 2022/2023, весенний семестр

# Нижняя оценка сложности выборов в кольце

Рассмотрим задачу избрания лидера в таких допущениях (*):

1. Обмен сообщениями производится асинхронно
2. Все узлы являются инициаторами
3. В каналах поддерживается очерёдность
4. Среди начальных знаний узла нет размера кольца

При помощи алгоритма Ченя-Робертса можно избрать лидера в однонаправленном кольце с $N$ узлами в условиях (*) с коммуникационной сложностью $O(N \log N)$ в среднем относительно всех порядков идентификаторов в кольце

Упоминался и алгоритм избрания лидера для этих топологии и допущений со сложностью $O(N \log N)$ в худшем случае

# Нижняя оценка сложности выборов в кольце

**Теорема (Задача 1, трудная).** **Любой алгоритм избрания лидера в однонаправленном кольце** $(V, E)$ **в допущениях (*) имеет коммуникационную сложность** $\Omega(|V| \log |V|)$

**Теорема (без доказательства; Бодлендер, 1988, 1991).** **Любой алгоритм избрания лидера как однонаправленном, так и в двунаправленном (неориентированном) кольце** $(V, E)$ **имеет коммуникационную сложность** $\Omega(|V| \log |V|)$ **в среднем и в худшем случаях, даже если каждый узел знает размер кольца**

**Следствие.** **Любой алгоритм избрания лидера в произвольной (неориентированной) топологии** $(V, E)$ **имеет коммуникационную сложность** $\Omega(|V| \log |V|)$

# Нижняя оценка сложности выборов в кольце

**Теорема.** **Любой алгоритм избрания лидера в произвольной топологии $(V, E)$ имеет коммуникационную сложность $\Omega(|E|)$**

Доказательство. *Предположим от противного*, что в некотором вычислении для избрания лидера потребовалось менее $|E|$ сообщений и лидером был избран узел с идентификатором $p$

Тогда существует канал, через который не пересылалось ни одно сообщение

Добавим в этот канал новый узел-последователь с идентификатором $r$, таким что $r < p$: $\qquad x - y \qquad \mapsto \qquad x - r - y$

Так как через канал $x - y$ в вычислении не пересылалось ни одно сообщение, то и через каналы $x - r$ и $r - y$ не пересылается ни одно сообщение, а значит, узел $r$ не считает себя проигравшим (*противоречие*) ▼

**Следствие.** **Любой алгоритм избрания лидера в произвольной топологии $(V, E)$ имеет коммуникационную сложность $\Omega(|V| \log |V| + |E|)$**