Распределенные алгоритмы и системы

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы → Распределенные алгоритмы и системы

Блок 7

Логические часы

Лектор:
Подымов Владислав Васильевич
E-mail:
valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2022/2023, весенний семестр

Логические часы

Одна из характерных особенностей распределённых систем и алгоритмов, рассматривающихся в этом курсе, — это отсутствие глобальных часов, при помощи которых можно было

- иметь одинаковые показания времени в разных узлах и
- отсчитывать время в разных узлах в одинаковом темпе
- сравнивать время выполнения действий

Для анализа свойств распределённых алгоритмов наиболее важен последний пункт: возможность отсчёта «причинно-следственного» времени для определения прошедшего порядка выполнения действий

Логическими часами будем называть отображение θ, сопоставляющее вычислению с.п. E и номеру $i \in \mathfrak{I}_E$ элемент заданного линейно упорядоченного множества $(X, <)$ и такое что

$$i \prec j \quad \Rightarrow \quad \theta(E, i) < \theta(E, j)$$

Можно рассматривать и нелинейное частично упорядоченное множество $(X, <)$, но не будем про это сейчас думать

Глобальные часы

Глобальные часы θ_g задаются соотношением $\theta_g(E, i) = i$

Можно легко убедиться в том, что это отображение является логическими часами:

$$i \prec j \Rightarrow i < j \Rightarrow \theta(E, i) = i < j = \theta(E, j)$$

Этим отображением может воспользоваться наблюдатель, имеющий возможность обозревать все события вычисления с.п.

Однако распределённые алгоритмы, кроме самых тривиальных по количеству узлов и действий, не способны вычислить такие часы

Задача 1. Докажите последнее утверждение (можете попробовать использовать теорему о перестановке соседних действий)

Часы реального времени

Можно *расширить* модель с.п. и с.п.у, добавив в каждый узел встроенный часовой механизм

Тогда для каждого действия можно зафиксировать реальное время его выполнения

При определённых условиях эти метки реального времени можно устроить так, чтобы было выполнено определение логических часов

Хотя такие часы и не вписываются в возможности введённых моделей с.п. и с.п.у. (так как вводят новые возможности синхронизации, основанные на физических свойствах часов), но всё же имеют практические применения, и поэтому встретятся позже в лекциях

Логические часы Лэмпорта

Часовая функция Лэмпорта θ_L устроена следующим образом:
$\theta_L(E, i) = k$, где k — длина самой длинной последовательности номеров $i_1, \ldots, i_k \in \mathfrak{I}_E$, такой что $i_1 \prec i_2 \prec \cdots \prec i_k = i$

Задача 2. Покажите, что часовая функция Лэмпорта является логическими часами

Вычислить значение $\theta_L(E, i)$ распределённым алгоритмом можно так:

- Заведём в каждом узле p переменную θ_p с начальным значением 0
- Внутреннее действие дополним присваиванием $\theta_p := \theta_p + 1$;
- Действие отправки сообщения дополним тем же присваиванием, и вместо сообщения m будем отправлять пару (m, θ_p)
- Действие приёма сообщения (m, θ) дополним присваиванием $\theta_p := \max(\theta_p, \theta) + 1$;

Задача 3 (непростая). Предложите отображение θ, отличающееся от логических часов тем, что

- $<$ — строгий частичный порядок, который может и не являться линейным
- определение часов исправлено так:
$$i \prec j \quad \Leftrightarrow \quad \theta(E, i) < \theta(E, j)$$
- отображение θ может быть вычислено распределённым алгоритмом

Напоминание: в определении логических часов используются линейный порядок и импликация (в одну сторону):
$$i \prec j \quad \Rightarrow \quad \theta(E, i) < \theta(E, j)$$