Математическая логика

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы → Математическая логика (318, 319/2, 241, 242)

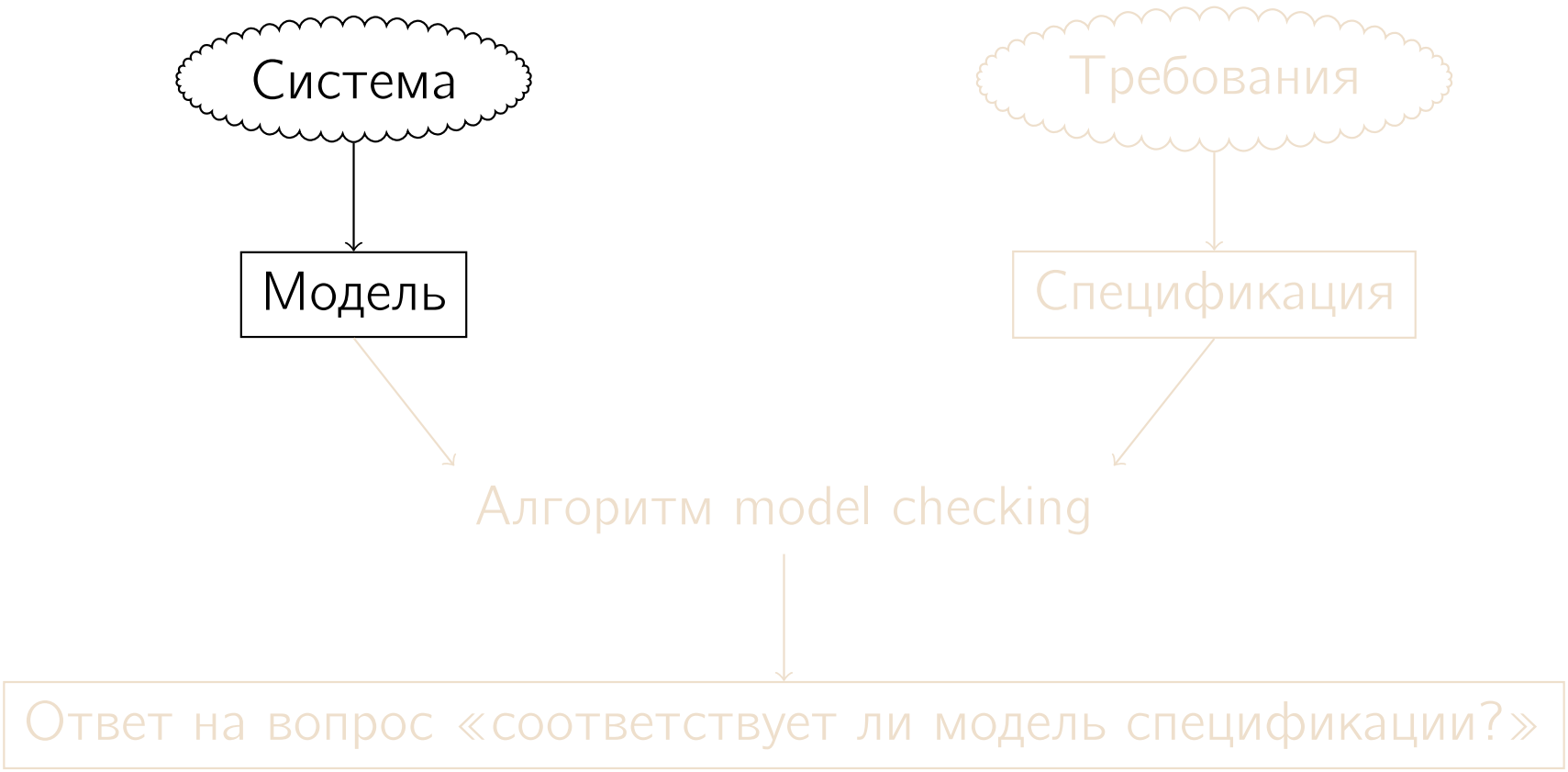
Блок 51

Размеченные системы переходов

Лектор:
Подымов Владислав Васильевич
E-mail:
valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2022/2023, весенний семестр

Вступление (краткая схема model checking)



Размеченные системы переходов

Чтобы лучше понять, как (*и почему именно так*) устроена модель вычислительной системы, используемая в model checking, рассмотрим **для примера** такую систему

Система состоит из кофейного автомата и покупателя

Кофейный автомат имеет приёмник монет и кнопки «чай» и «кофе» и запрограммирован на такое поведение:

- В режиме ожидания приёмник монет открыт
- После приёма монеты
  - приёмник закрывается, ожидается нажатие на одну из кнопок,
  - после нажатия на кнопку соответствующий напиток выдаётся покупателю, монета удаляется из приёмника и автомат переходит в режим ожидания

Покупатель в зависимости от своего желания может кидать монеты в приёмник и нажимать на кнопки

Размеченные системы переходов

Поведение кофейного автомата можно представить себе так

В каждый момент времени он находится в некотором состоянии:
«ожидает монету», «ожидает нажатия кнопки»,
«выдаёт чай», «выдаёт кофе»

Иногда автомат переходит из одного состояния в другое
согласно внешним обстоятельствам и своей программе

Некоторое состояние (начальное) отвечает запуску программы

Чтобы проверить правильность работы автомата, достаточно
выделить набор *простых* свойств состояний (атомарных высказываний)
и проанализировать изменение этих свойств с течением времени:
«приёмник открыт», «в приёмнике есть монета»,
«выдаётся чай», «выдаётся кофе»

Размеченные системы переходов

AP — так будем обозначать множество атомарных высказываний

В качестве модели системы будем использовать
размеченную систему переходов (СП)[1] $M = (S, S_0, \mapsto, L)$ над AP,
устроенную так:

- $(S, \mapsto, L)$ — это модель Крипке над переменными AP, в которой
  - миры из S называются состояниями,
  - отношение переходов $\mapsto \subseteq S \times S$ тотально: для каждого состояния s существует состояние s', такое что $s \mapsto s'$ — и
  - оценку переменных $L : S \to 2^{\mathsf{AP}}$ принято называть функцией разметки состояний
- S_0 — множество начальных состояний, $S_0 \subseteq S$

СП будем называть конечной,
если конечны множества её состояний и атомарных высказываний

1 На самом деле СП — это более широкое понятие, и модель Крипке с начальными мирами (состояниями) является частным случаем такой системы, но нет смысла всё переусложнять

Размеченные системы переходов

СП представляет собой размеченный ориентированный граф, вершинами которого являются состояния, а дугами — переходы, и поэтому будем использовать для СП терминологию теории графов

Путь в СП будем называть начальным, если он исходит из начального состояния

Бесконечный начальный путь будем называть вычислением СП

Вычисления СП отвечают (*потенциально*) бесконечным сценариям выполнения моделируемой системы

Размеченные системы переходов

Пример: СП кофейного автомата

Атомарные высказывания:

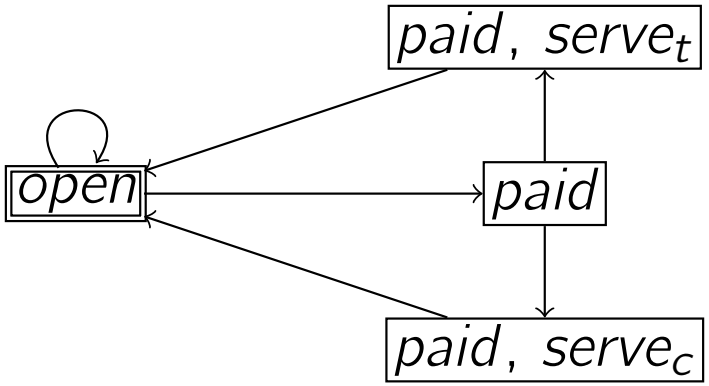
$open$ = «приёмник открыт»

$paid$ = «в приёмнике есть монета»

$serve_t$ = «выдаётся чай»

$serve_c$ = «выдаётся кофе»

СП:



□ — состояние

▣ — начальное состояние

Высказывания, размечающие состояние, записаны внутри этого состояния