

# Распределенные алгоритмы и системы

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы → Распределенные алгоритмы и системы

## Блок 39

Обнаружение завершения вычислений:  
алгоритм Шави-Франчеца

Лектор:  
**Подымов Владислав Васильевич**  
E-mail:  
**valdus@yandex.ru**

# Допущения

Алгоритм Шави-Франчеза — это обобщение алгоритма Дейкстры-Шолтена на случай децентрализованных базовых вычислений

То есть в алгоритме Шави-Франчеза используется только одно допущение:

1. Топология сети задаётся произвольным неориентированным связным графом

## Общее описание

Граф вычисления  $F = (V_F, E_F)$  в алгоритме Шави-Франчеза отличается от дерева в алгоритме Дейкстры-Шолтена только тем, что если  $V_F \neq \emptyset$ , то  $F$  — это

- ▶ не одно дерево,
- ▶ а лес, в котором корнями ориентированных деревьев являются инициаторы

Построение каждого дерева этого леса устроено в целом так же, как и в алгоритме Дейкстры-Шолтена

Каждое дерево строится так, чтобы, исчезнув, оно более не появлялось:

- ▶ Исчезновение дерева с корнем в  $p$  обозначается значением  $\dagger$  переменной  $empty_p$
- ▶ Если инициатор становится активным после исчезновения своего дерева, то он включается в соответствующее дерево другого инициатора как «рядовая» вершина

Команда *announce* выполняется инициатором, когда лес становится пустым

## Общее описание

Каждый инициатор может «непосредственно» убедиться только в исчезновении своего дерева

Для проверки исчезновения других деревьев инициатор, потерявший своё дерево, инициирует децентрализованную **волну** совместно с другими инициаторами

Каждый узел распространяет волну только в том случае, если не является корнем дерева

Команда *announce* представляет собой принятие решения относительно запущенной волны

## Код

Контрольные переменные узла  $p$ :

▶  $cou_p : \mathbb{N}_0 = 0$

▶  $parent_p : V \cup \{\perp\}$

Если  $p$  — инициатор, то начальное значение —  $p$   
Иначе начальное значение —  $\perp$

▶  $empty_p : bool$

Если  $p$  — инициатор, то начальное значение —  $\text{ff}$   
Иначе начальное значение —  $\text{tt}$

Процедура  $S_p(m, q)$ :

1.  $send(m) \rightarrow q$  (теперь  $active_p = \text{tt}$ )
2.  $cou_p := cou_p + 1$ ;

Процедура  $R_p(m, q)$ :

1.  $receive(m) \leftarrow q$  (теперь  $active_p = \text{tt}$ )
2. Если  $parent_p = \perp$ :  $parent_p := q$ ;
3. Иначе:  $send(\mathbf{ack}) \rightarrow q$

## Код

Вспомогательный фрагмент  $Leave_p$  удаления узла из дерева:

1. Если  $parent_p = p$ :  $empty_p := \top$ ;
2. Иначе:  $send(\mathbf{ack}) \rightarrow parent_p$
3.  $parent_p := \perp$ ;

Процедура  $I_p(\alpha)$ :

1.  $\alpha$  (теперь  $active_p = \mathbb{f}$ )
2. Если  $cou_p = 0$ :  $Leave_p$

Процедура  $A_p$  обработки подтверждения:

Предусловие: среди сообщений, отправленных узлу  $p$  и ещё не принятых, есть хотя бы одно подтверждение

1.  $receive(\mathbf{ack})$
2.  $cou_p := cou_p - 1$ ;
3. Если  $cou_p = 0$  и  $active_p = \mathbb{f}$ :  $Leave_p$

# Код

Кроме того, в алгоритме содержится процедура *Wave<sub>p</sub>*

Это процедура (любого) децентрализованного волнового алгоритма для произвольной неориентированной топологии,

- ▶ ко всем действиям которой добавлено предусловие *empty<sub>p</sub>* и
- ▶ в которой *decide = announce*

# Корректность

Безопасность алгоритма Шави-Франчеца обеспечивается инвариантом

$$P_{sh-f}(\gamma) = p_1 \& p_2 \& p_3 \& p_4 \& p_5 \& p_6,$$

где:

$$p_1: \forall p \in V, active_p : p \in V_\gamma$$

▶ То есть все активные узлы входят в  $T_\gamma$

$$p_2: \forall \text{ узлов и сообщений } u, v : (u, v) \in E_\gamma \Rightarrow u \in V_\gamma \& v \in V_\gamma \cap V$$

▶ То есть  $T_\gamma$  — корректный граф, все дуги которого ведут в узлы

$$p_3: \forall p \in V : cou_p = |\{v | \exists p : (v, p) \in E_\gamma\}|$$

▶ То есть  $cou_p$  — это количество детей узла  $p$  в  $T_\gamma$

$$p_4: V_\gamma \neq \emptyset \Rightarrow T_\gamma \text{ — лес}$$

$$p_5: \forall p \in V : active_p = \mathbb{f} \& cou_p = 0 \Rightarrow p \notin V_\gamma$$

▶ То есть пассивный узел не может быть листом дерева

$$p_6: \neg empty_p \Leftrightarrow p \text{ является корнем дерева в лесу } T$$



# Корректность

**Лемма (задача 1).**  $P_{sh-f}$  — инвариант алгоритма Шави-Франчета

**Теорема (задача 2).** Алгоритм Шави-Франчета — это алгоритм о.з.в., в котором отправляется  $M + W$  контрольных сообщений, где  $M$  — количество отправляемых базовых сообщений и  $W$  — коммуникационная сложность используемого волнового алгоритма