

## Экзаменационная работа по курсу «Дискретные модели управляющих систем»

**Задача 1** (3 балла). Найти число неизоморфных графов (без петель и кратных ребер) с 5-ю вершинами, содержащих ровно две компоненты связности и не содержащих изолированных вершин. Изобразить все эти неизоморфные графы.

**Задача 2** (3 балла). Выяснить, какое наименьшее число ребер надо удалить из полного графа  $K_{10}$ , чтобы получить граф без треугольников. Ответ обосновать. Изобразить этот полученный граф без треугольников.

**Задача 3** (3 балла). Проверить, представима ли полиномом по модулю 4 функция

$$f(x) = j_0(x) + 3j_2(x) \in P_4.$$

Ответ обосновать.

**Задача 4** (3 балла). Проверить, является ли множество  $S$  автоматным, если  $S$  состоит в точности из всех конечных слов в алфавите  $A = \{0, 1\}$ , которые содержат две единицы подряд и имеют четную длину. Ответ обосновать.

**Задание 5** (3 балла). Что значит, что граф планарный? Сформулировать формулу Эйлера для планарных графов? Можно ли привести пример планарного графа, для которого формула Эйлера не выполняется? Ответ обосновать.

**Задание 6** (3 балла). Сформулировать теорему о представлении функций из  $P_k$  в 1-й форме. Записать функцию  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 \in P_5$  в 1-й форме.

**Задание 7** (3 балла). Что значит, что множество регулярно? Привести примеры конечного и бесконечного регулярных множеств. Почему эти множества регулярны?

**Задание 8** (3 балла). Что значит, что множество  $B$  является базисом замкнутого класса  $A$ . Сформулировать теорему Янова о замкнутых классах в  $P_k$  при  $k \geq 3$  и их базисах. Существуют ли в  $P_k$  при  $k \geq 3$  замкнутые классы, для которых не выполняется утверждение теоремы Янова? Ответ обосновать.

**Задание 9** (4 балла). Выразить функцию  $f(x) = J_3(x) \in P_7$  формулой над множеством

$$A = \{\bar{x}, \max(x, y)\} \subseteq P_7.$$

Ответ объяснить.

**Задание 10** (4 балла). Что называется числом Рамсея  $R(m, n)$ ? Сформулировать теорему о нижней оценке числа Рамсея. Доказать, что  $R(3, 4) > 8$ .