Математическая логика

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы → Математическая логика (318, 319/2, 241, 242)

Блок 14

Общая схема метода резолюций

Лектор:
Подымов Владислав Васильевич
E-mail:
valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2023/2024, весенний семестр

Вступление

Проблему общезначимости формул логики предикатов

$$\models \varphi?$$

можно *до некоторой степени* решить с помощью
метода семантических таблиц

Но этот метод оказался **неэффективным**:
в «плохих» случаях может потребоваться

- перебирать много формул и
- подставлять много термов

На ближайших лекциях будет обсуждаться более эффективный метод проверки общезначимости формул логики предикатов:

метод резолюций

Без ограничения общности далее полагаем, что формула φ, общезначимость которой проверяется методом резолюций, замкнута

Общая схема метода резолюций

Сквозной пример: обоснование общезначимости формулы

$$\models \exists x\,(P(x)\,\&(\forall x\,P(x)\to\exists y\,R(x,y))\to\exists y\,R(x,y))$$

Этап 1: перейти к проверке невыполнимости отрицания формулы

$$\cdots\rightsquigarrow\neg\exists x\,(P(x)\,\&(\forall x\,P(x)\to\exists y\,R(x,y))\to\exists y\,R(x,y))$$

Этап 2: упростить формулу, сохранив её смысл (привести к ПНФ)

$$\cdots\rightsquigarrow\forall x\,\exists z\,\exists y\,\forall u\,(P(x)\,\&(\neg P(z)\vee R(x,y))\,\&\,\neg R(x,u))$$

Этап 3: сделать формулу ещё проще *с изменением смысла*, сохранив её выполнимость/невыполнимость (привести к ССФ)

$$\cdots\rightsquigarrow\forall x\,\forall u\,(P(x)\,\&(\neg P(\mathbf{f}(x))\vee R(x,\mathbf{g}(x)))\,\&\,\neg R(x,u))$$

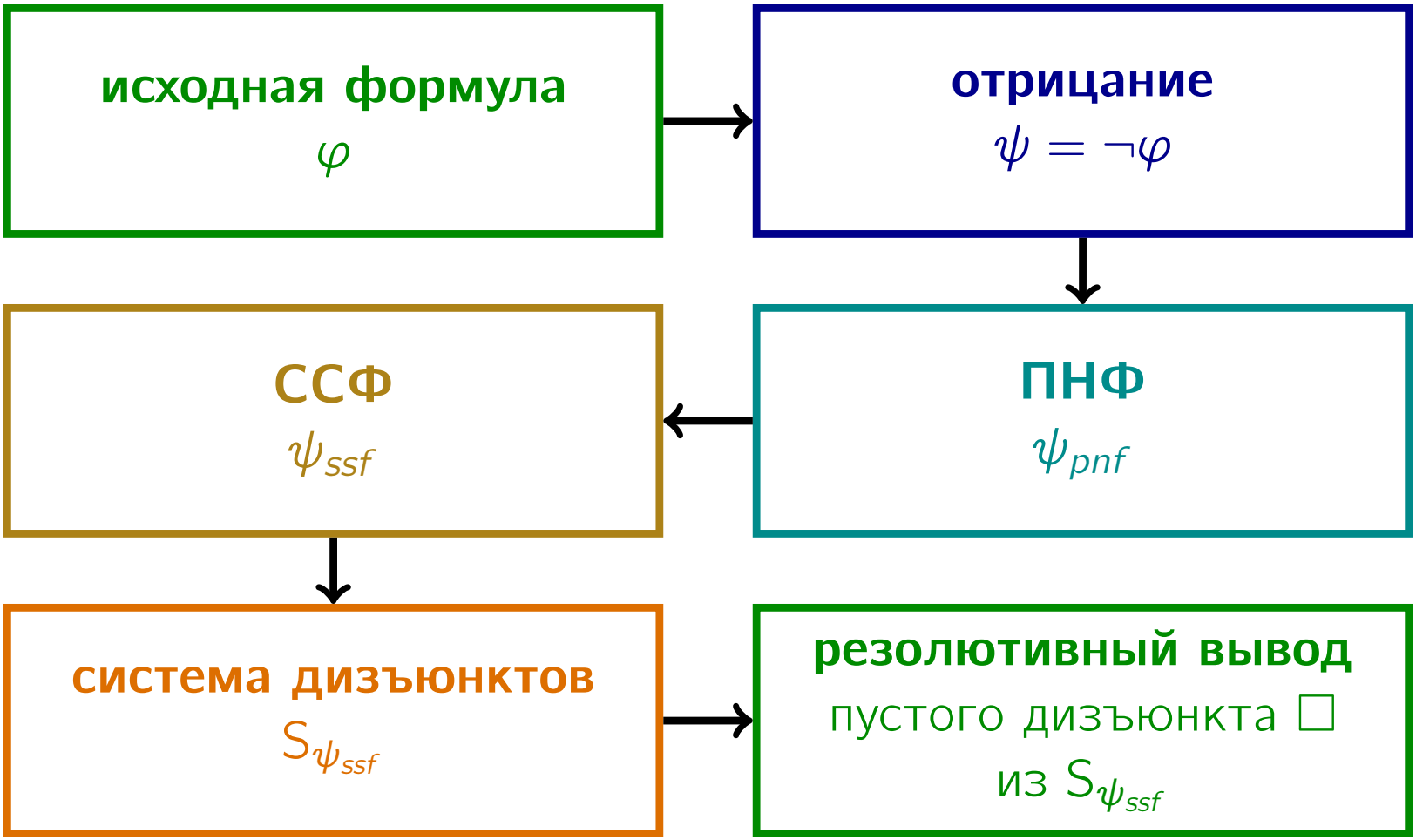
Этап 4: перейти к проверке невыполнимости системы *очень* простых формул — дизъюнктов

$$\cdots\rightsquigarrow\{P(x),\neg P(\mathbf{f}(x))\vee R(x,\mathbf{g}(x)),\neg R(x,u)\}$$

Этап 5: построить логический вывод особого дизъюнкта ($\square$), обозначающего невыполнимость системы

$$\neg P(\mathbf{f}(x))\vee R(x,\mathbf{g}(x))\quad \underbrace{P(x')\to R(x,\mathbf{g}(x))}_{\{x'/\mathbf{f}(x)\}}\quad \underbrace{\neg R(x',u')\to\square}_{\{x'/x,\,u'/\mathbf{f}(x)\}}$$

Общая схема метода резолюций



Отдельно будет показана справедливость цепочки равносильностей:

$$\models \varphi \quad \Leftrightarrow \quad \not\models \psi \quad \Leftrightarrow \quad \not\models \psi_{pnf} \quad \Leftrightarrow \quad \not\models \psi_{ssf} \quad \Leftrightarrow \quad \not\models S_{\psi_{ssf}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \text{существует вывод } \square \text{ из } S_{\psi_{ssf}}$$