Вопросы к экзамену по курсу

«Вероятностные и квантовые алгоритмы»

Лектор В.Б. Алексеев, осень 2022 г.

В билете 2 вопроса – один из части А и один из части В.

Часть А – ответ без подготовки, но по любым материалам (конспекты, книжки и т.д.).

Литература в конце приведена только как вспомогательная. Вопросы должны быть изложены в том полном объеме, как было на лекциях.

Проверяется, насколько осознаны все доказательства (основной вопрос – «почему?»). Определения и формулировки утверждений – без конспектов.

1. Алгоритм динамического программирования для задачи упаковки подмножеств. Его полиномиальность «в среднем».

2. Алгоритм динамического программирования для задачи «Выполнимость КНФ». Его полиномиальность «в среднем».

3. Задача о покрытии. Нижняя оценка сложности минимального покрытия для почти всех входов.

4. Жадный алгоритм для задачи о покрытии. Его точность для почти всех входов.

5. Вероятностный алгоритм проверки тождеств для многочлена. Оценка вероятности ошибки.

6. Полностью полиномиальная рандомизированная аппроксимационная схема с двумя параметрами для задачи о мощности объединения множеств. Следствие для задачи о числе выполняющих наборов для ДНФ.

7. Параллельный алгоритм для поиска максимального по включению независимого множества в графе. Оценка времени его работы.

8. Вероятностный протокол византийского соглашения. Оценка числа раундов.

9. Приближенный вероятностный алгоритм для задачи «Максимальная выполнимость» на основе линейной релаксации. Оценка его точности в среднем.

10. Метод условных вероятностей для дерандомизации алгоритмов. Детерминированный алгоритм для задачи «Максимальная выполнимость», построенный путем дерандомизации. Его сложность.

11. Классы сложности *RP,* co*RP*, *RPweak*, *RPstrong*. Их соотношение с классами *NP*, *coNP* и между собой.

12. Классы сложности *PP*, *PPweak*. Их соотношение между собой и с классами *NP*, *PSPACE*.

13. Теорема о связи вычислений булевыми схемами и обратимыми схемами.

14. Теорема о сложности квантовой схемы для оператора Y отражения относительно гиперплоскости, ортогональной вектору |0,0,…,0>.

15. Теорема о сложности квантовой схемы для оператора V отражения относительно гиперплоскости, ортогональной вектору |ξ>.

16. Квантовый алгоритм Гровера для задачи поиска, его сложность и точность.

Часть В – ответ без конспектов с короткой подготовкой (с доказательствами).

17. Вероятностный алгоритм Фрейвалда для проверки матричного тождества. Оценка вероятности ошибки.

18. Метод Монте-Карло, связь между числом испытаний и точностью.

19. Приближенный вероятностный алгоритм для задачи «Максимальная выполнимость» с точностью ½.

20. Приближенный вероятностный алгоритм для задачи «Максимальная выполнимость» с точностью 3/4.

21. Тензорное произведение линейных пространств, теорема о его согласованности со скалярным произведением (для унитарных пространств).

22. Тензорное произведение линейных операторов, его свойства: дистрибутивность при действии на разложимый вектор; связь с произведением операторов.

23. Теорема об унитарности тензорного произведения унитарных операторов.

Часть C – дополнительные вопросы по любым определениям, формулировкам и простым доказательствам. В частности:

24. Определение квантового компьютера, квантовой схемы и квантовых вычислений.

25. Теорема о достаточном условии унитарности оператора.

26. Определение операторов $\hat{G, }$ G[A], $\hat{F}\_{⊕}$, $σ^{z}$, H; доказательство их унитарности.

и другие …

Литература

1. Кузюрин Н.Н., Фомин С.А. Эффективные алгоритмы и сложность вычислений (авторское электронное издание), стр. 122-147, 161-195, 207-212, 273-291.

discopal.ispras.ru/img\_auth.php/f/f4/Book-advanced-algorithms.pdf

или

2. Кузюрин Н.Н., Фомин С.А. Эффективные алгоритмы и сложность вычислений: Учебное пособие. – М.: МФТИ, 2007, стр. 99-120, 129-160, 169-173, 227-244.

3. А. Китаев, А. Шень, М. Вялый. Классические и квантовые вычисления. – М.: МЦМНО, ЧеРо, 1999, стр. 48-58, 66-71.

4. Собственный конспект.