Распределённые алгоритмы

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы → Распределённые алгоритмы

Блок 22

Логические часы

Лектор:
Подымов Владислав Васильевич
E-mail:
valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2023/2024, весенний семестр

Логические часы

Одна из характерных особенностей распределённых алгоритмов и систем, рассматривающихся в этом курсе, — это отсутствие глобальных часов, при помощи которых можно было бы

- задавать одинаковые показания времени в разных узлах,
- отсчитывать время в разных узлах в одинаковом темпе и
- сравнивать время выполнения действий

Для анализа распределённых алгоритмов наиболее важен последний пункт: возможность сравнения времени выполнения действий

Избежать использования недоступного «физического» времени позволяет причинно-следственный порядок ($\prec$)

Логическими часами для последовательности действий $(\alpha_1, \alpha_2, \dots)$ вычисления р.с. будем называть отображение θ, сопоставляющее этим действиям элемент заданного линейно упорядоченного множества $(X, <)$ так, что верно соотношение

$$\alpha_i \prec \alpha_j \quad \Rightarrow \quad \theta(\alpha_i) < \theta(\alpha_j)$$

Глобальные часы

Глобальные часы θ_g для последовательности попарно событий $(\alpha_1, \alpha_2, \dots)$ вычисления р.с. задаются соотношением $\theta_g(\alpha_i) = i$

Можно легко убедиться в том, что это отображение является логическими часами:

$$\alpha_i \prec \alpha_j \Rightarrow i < j \Rightarrow \theta(\alpha_i) = i < j = \theta(\alpha_j)$$

Этим отображением может воспользоваться наблюдатель, имеющий возможность обозревать все события вычисления с.п. р.с.

Однако распределённые алгоритмы, кроме самых тривиальных по количеству узлов и действий, не способны вычислить такие часы

Д.з. 1. Доказать последнее предложение (можете попробовать, рассуждая от противного, найти противоречие, основываясь на теореме о перестановке соседних действий)

Логические часы Лэмпорта

Часы Лэмпорта θ_L для последовательности событий $(\alpha_1, \alpha_2, \dots)$ вычисления р.с. устроены так: $\theta_L(\alpha_i)$ — это длина k самой длинной последовательности действий $\alpha_{i_1}, \dots, \alpha_{i_k}$, такой что

$$\alpha_{i_1} \prec \alpha_{i_2} \prec \dots \prec \alpha_{i_k} = \alpha_i$$

Д.з. 2. Доказать, что часы Лэмпорта являются логическими часами

Вычислить часы Лэмпорта распределённым алгоритмом можно так:

- Заведём в каждом узле p переменную θ_p с начальным значением 0
- Каждое внутреннее действие и каждое действие отправки сообщения дополним присваиванием $\theta_p := \theta_p + 1$;
- Вместо сообщения m будем отправлять пару (m, θ_p)
- Каждое действие приёма сообщения (m, θ) дополним присваиванием $\theta_p := \max(\theta_p, \theta) + 1$;

Д.з. 3. Доказать, что для любой р.с. и любого её узла p значение θ_p после выполнения действия α узла p и дополняющего его присваивания — это значение $\theta_L(\alpha)$

Д.з. 4 (непростое). Предложите (с обоснованием) пример отображения θ, отличающегося от логических часов тем, что:

1. $<$ — строгий частичный порядок, который может и не являться линейным
2. Основное соотношение в определении часов исправлено так:
$$\alpha \prec \beta \quad \Leftrightarrow \quad \theta(\alpha) < \theta(\beta)$$
3. Отображение θ может быть вычислено распределённым алгоритмом

Напоминание: соотношение, упомянутое в пункте 2, имеет такой вид:
$$\alpha \prec \beta \quad \Rightarrow \quad \theta(\alpha) < \theta(\beta)$$