

Дополнительные задачи к разделу
«Синтез и сложность управляющих систем»

Решения задач присылать по адресу lozhkin@cs.msu.su. Каждая задача засчитывается первому приславшему её правильное решение.

Задача 1.

Определим понятие коммуникативной сложности ФАЛ f , $f \in P_2(n)$. Пусть Алисе даётся некоторый набор $\tilde{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$, а Бобу — некоторый набор $\tilde{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_n)$ значений БП x_1, \dots, x_n , причем $f(\tilde{\alpha}) \neq f(\tilde{\beta})$, Алиса не знает $\tilde{\beta}$, а Боб не знает $\tilde{\alpha}$, но оба знают ФАЛ f . Обмениваясь информацией (битовыми сообщениями), каждый из них должен найти такой (один и тот же) разряд j , в котором наборы $\tilde{\alpha}$ и $\tilde{\beta}$ отличаются. *Коммуникативной сложностью* ФАЛ f называется минимальное число необходимых битовых сообщений, при котором Алиса и Боб гарантированно найдут искомый разряд.

Доказать, что при условии нулевой глубины элемента отрицания глубина любой ФАЛ в стандартном базисе совпадает с коммуникативной сложностью этой ФАЛ.

Задача 2.

Доказать, что для любой ФАЛ f , $f \in P_2(n)$, существует $(1, 2)$ -КС Σ_f , реализующая систему (f, \bar{f}) и такая, что $L(\Sigma_f) \lesssim \frac{2^n}{n}$.

Задача 3.

Для линейной ФАЛ $l_8 = x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_8$ построить реализующую её минимальную КС сложности 28, отличную по структуре от схемы Кардо.

Задача 4.

Пусть $Q(n)$ — множество ФАЛ f , $f \in P_2(n)$, столбец значений которых имеет префикс вида

$$\{(001); (010); (100)\}^{\lfloor \frac{2^n}{3} \rfloor}.$$

Найти асимптотику функции Шеннона $L^K(Q(n))$ для сложности реализаций функций из этого множества в классе контактных схем.