

1 Конечнoзначные функции.

2 Группы. Теория Пойа.

2.1. Найти все возможные группы (с точностью до изоморфизма), состоящие из n элементов, если

- 1) $n = 3$;
- 2) $n = 4$;
- 3) $n = 5$;
- 4) $n = p$, где p — простое число.

2.2. Найти левое регулярное представление Кэли группы G , если

- 1) G — группа сложения целых чисел по модулю 3;
- 2) G — группа сложения целых чисел по модулю 4;
- 3) G — группа сложения целых чисел по модулю 5;
- 4) G — группа умножения целых чисел по модулю 5.

2.3. Разложить перестановку π в произведение циклов и найти ее тип, если

- 1) $\pi = [2314]$;
- 2) $\pi = [3421]$;
- 3) $\pi = [23541]$;
- 4) $\pi = [43152]$;
- 5) $\pi = [234651]$;
- 6) $\pi = [314263]$;
- 7) $\pi = [6712345]$;
- 8) $\pi = [43218765]$.

2.4. Найти все перестановки группы G и ее цикловой индекс, если

- 1) G — группа перестановок вершин правильного треугольника при его вращениях в плоскости;
- 2) G — группа перестановок вершин квадрата при его вращениях в плоскости;
- 3) G — группа перестановок вершин правильного пятиугольника при его вращениях в плоскости;
- 4) G — группа перестановок правильного шестиугольника при его вращениях в плоскости;

5) G — группа перестановок вершин правильного p -угольника при его вращениях в плоскости, где p — простое число.

2.5. Найти все перестановки группы G и ее цикловой индекс, если

1) G — группа перестановок вершин правильного треугольника при его вращениях в пространстве;

2) G — группа перестановок вершин квадрата при его вращениях в пространстве;

3) G — группа перестановок ребер квадрата при его вращениях в пространстве;

4) G — группа перестановок вершин правильного тетраэдра при его вращениях в пространстве;

5) G — группа перестановок граней правильного тетраэдра при его вращениях в пространстве;

6) G — группа перестановок вершин правильного тетраэдра при его отражениях относительно осей, соединяющих середины несмежных ребер;

7) G — группа перестановок ребер правильного тетраэдра при его отражениях относительно осей, соединяющих середины несмежных ребер

8) G — группа перестановок граней куба при его вращениях в пространстве.

2.6. Найти наименьшую группу G , содержащую все перестановки, которые получаются при

1) отражениях правильного треугольника относительно осей его симметрии;

2) отражениях квадрата относительно осей его симметрии, параллельных сторонам;

3) отражениях квадрата относительно всех осей его симметрии;

4) отражениях правильного шестиугольника относительно его главных диагоналей.

Найти цикловой индекс группы G .

2.7. Найти все собственные подгруппы H группы G , определить индекс группы H в группе G и ответить, является ли группа H нормальной подгруппой в группе G , если

1) G — группа перестановок вершин квадрата при его вращениях в плоскости;

2) G — группа перестановок правильного шестиугольника при его вращениях в плоскости.

2.8. Найти число различных ожерелий из n бусин m цветов, если

- 1) $n = 3, m = 2$;
- 2) $n = 3, m = 3$;
- 3) $n = 4, m = 2$;
- 4) $n = 4, m = 3$;
- 5) $n = 5, m = 2$;
- 6) $n = 5, m = 3$;
- 7) $n = 6, m = 2$;
- 8) $n = 6, m = 3$.

2.9. Найти число различных ожерелий из n бусин белого, красного и синего цветов, если

- 1) $n = 3$ и есть хотя бы одна белая бусина;
- 2) $n = 4$ и есть хотя бы две красные бусины;
- 3) $n = 5$ и есть бусины всех цветов;
- 4) $n = 5$ и не более двух синих бусин;
- 5) $n = 5$ и есть ровно одна красная бусина и не менее одной белой бусины;
- 6) $n = 6$ и не менее четырех синих бусин;
- 7) $n = 6$ и не более двух красных бусин;
- 8) $n = 6$ и есть бусины всех цветов, среди которых ровно две красные бусины.

2.10. Найти число различных раскрасок граней правильного тетраэдра в красный, синий и зеленый цвета, в которых

- 1) нет особенностей (раскраски общего вида);
- 2) ровно одна зеленая грань;
- 3) есть грани всех цветов;
- 4) не менее одной синей и не более одной красной грани.

2.11. Найти число различных раскрасок граней куба в белый, желтый и красный цвета, в которых

- 1) нет особенностей (раскраски общего вида);
- 2) ровно две желтые грани;
- 3) одна белая и две желтые грани;
- 4) не менее двух синих граней.

2.12. Найти число различных раскрасок граней куба в белый, желтый и красный цвета, в которых

- 1) нет особенностей (раскраски общего вида);
- 2) ровно две желтые грани;
- 3) одна белая и две желтые грани;
- 4) не менее двух синих граней.