Распределенные алгоритмы

ЛЕКТОР: В.А. Захаров

Лекция 4.

Коммуникационный протокол с таймерами.
Допущения о времени. Таймеры.
Устройство протокола с таймерами.
Обоснование корректности протокола с таймерами.
Модификации протокола.

Коммуникационный протокол с таймерами

При передаче сообщений на «дальние» расстояния приходится использовать промежуточные узлы в качестве ретрансляционных станций. В этом случае возникают следующие дополнительные трудности:

Коммуникационный протокол с таймерами

При передаче сообщений на «дальние» расстояния приходится использовать промежуточные узлы в качестве ретрансляционных станций. В этом случае возникают следующие дополнительные трудности:

- необходимо устанавливать и завершать соединения (сеансы связи);

Коммуникационный протокол с таймерами

При передаче сообщений на «дальние» расстояния приходится использовать промежуточные узлы в качестве ретрансляционных станций. В этом случае возникают следующие дополнительные трудности:

- необходимо устанавливать и завершать соединения (сеансы связи);
- сообщения могут не только теряться, но также дублироваться и перемешиваться (изменять относительный порядок следования).

Коммуникационный протокол с таймерами

При передаче сообщений на «дальние» расстояния приходится использовать промежуточные узлы в качестве ретрансляционных станций. В этом случае возникают следующие дополнительные трудности:

- необходимо устанавливать и завершать соединения (сеансы связи);
- сообщения могут не только теряться, но также дублироваться и перемешиваться (изменять относительный порядок следования).

Для решения этой задачи Флетчер и Ватсон предложили Δt **-протокол сквозной передачи сообщений** с использованием синхронизованных таймеров.

Коммуникационный протокол с таймерами

Мы рассмотрим упрощенный вариант этого протокола. Упрощения касаются следующих четырех аспектов этого протокола.

Коммуникационный протокол с таймерами

Мы рассмотрим упрощенный вариант этого протокола. Упрощения касаются следующих четырех аспектов этого протокола.

Однонаправленность. Передача данных идет только в одном направлении от процесса p к процессу q. Мы будем называть процесс p **отправителем**, а процесс q — **получателем**.

Коммуникационный протокол с таймерами

Мы рассмотрим упрощенный вариант этого протокола. Упрощения касаются следующих четырех аспектов этого протокола.

Однонаправленность. Передача данных идет только в одном направлении от процесса p к процессу q. Мы будем называть процесс p **отправителем**, а процесс q — **получателем**.

В окне приема — одно слово. Поступивший пакет получатель доставляет по назначению только в том случае, когда его порядковый номер совпадает с ожидаемым номером.

Коммуникационный протокол с таймерами

Мы рассмотрим упрощенный вариант этого протокола. Упрощения касаются следующих четырех аспектов этого протокола.

Однонаправленность. Передача данных идет только в одном направлении от процесса p к процессу q. Мы будем называть процесс p **отправителем**, а процесс q — **получателем**.

В окне приема — одно слово. Поступивший пакет получатель доставляет по назначению только в том случае, когда его порядковый номер совпадает с ожидаемым номером.

Упрощенные допущения о времени. Используется минимальное количество таймеров. Например, предполагается, что подтверждение может быть отправлено в любое время до тех пор, пока получатель поддерживает соединение открытым.

Коммуникационный протокол с таймерами

Мы рассмотрим упрощенный вариант этого протокола. Упрощения касаются следующих четырех аспектов этого протокола.

Однонаправленность. Передача данных идет только в одном направлении от процесса p к процессу q. Мы будем называть процесс p **отправителем**, а процесс q — **получателем**.

В окне приема — одно слово. Поступивший пакет получатель доставляет по назначению только в том случае, когда его порядковый номер совпадает с ожидаемым номером.

Упрощенные допущения о времени. Используется минимальное количество таймеров. Например, предполагается, что подтверждение может быть отправлено в любое время до тех пор, пока получатель поддерживает соединение открытым.

Пакеты состоят из одного слова. В каждый пакет данных отправитель может поместить одно-единственное слово.

Допущения о времени. Таймеры

Таймеры — устройства, измеряющие физическое время. Мы будем опираться на следующие основные предположения о времени и таймерах.

Допущения о времени. Таймеры

Таймеры — устройства, измеряющие физическое время. Мы будем опираться на следующие основные предположения о времени и таймерах.

1. *Глобальное время.*
2. *Ограниченное время жизни пакета.*
3. *Таймеры*

Допущения о времени. Таймеры

Таймеры — устройства, измеряющие физическое время. Мы будем опираться на следующие основные предположения о времени и таймерах.

1. *Глобальное время.* Все процессы системы функционируют в рамках единой глобальной шкалы времени. Каждое событие происходит мгновенно, и процессы не могут регистрировать те моменты времени, в которые происходят события.
2. *Ограниченное время жизни пакета.*
3. *Таймеры*

Допущения о времени. Таймеры

Таймеры — устройства, измеряющие физическое время. Мы будем опираться на следующие основные предположения о времени и таймерах.

1. *Глобальное время.*
2. *Ограниченное время жизни пакета.* Время жизни пакета ограничено некоторой константой μ (максимальное время жизни пакета). Если пакет был отправлен в момент времени σ и получен в момент времени τ, то справедливо неравенство

$$\sigma < \tau < \sigma + \mu.$$

   Если в канале произошло дублирование пакета, то каждая копия должна быть получена спустя не более μ единиц времени после отправления исходного пакета (в противном случае копии будут утрачены).
3. *Таймеры*

Допущения о времени. Таймеры

Таймеры — устройства, измеряющие физическое время. Мы будем опираться на следующие основные предположения о времени и таймерах.

1. *Глобальное время.*
2. *Ограниченное время жизни пакета.*
3. *Таймеры* Таймер — вещественная переменная Xt , значение которой со временем постоянно убывает (или присваивается этой переменной явным образом). Запись $Xt^{(t)}$ обозначает значение таймера в момент времени t . Если в период времени между моментами t_1 и t_2 переменной Xt не было присвоено какое-либо значение, то справедливо неравенство

$$Xt^{(t_1)} - Xt^{(t_2)} = t_2 - t_1.$$

Уточнение условий задачи коммуникации

Поступление входных слов.

Входные слова, подлежащие отправлению, моделируются бесконечным массивом in_p . В каждый момент времени процесс p имеет доступ только к некоторой части массива. Предполагается, что имеется некоторый процесс-генератор (агент), порождающий слова входного массива. Процесс-отправитель p получает все новые и новые слова от агента, порождающего эти слова. Эту операцию будем называть поступлением слов к процессу-отправителю.

Уточнение условий задачи коммуникации

Поступление входных слов.

Входные слова, подлежащие отправлению, моделируются бесконечным массивом in_p . В каждый момент времени процесс p имеет доступ только к некоторой части массива. Предполагается, что имеется некоторый процесс-генератор (агент), порождающий слова входного массива. Процесс-отправитель p получает все новые и новые слова от агента, порождающего эти слова. Эту операцию будем называть поступлением слов к процессу-отправителю.

Вручение выходных слов.

Предполагается, что имеется некоторый процесс-потребитель (агент), которому должны быть доставлены слова входного массива. Процесс-получатель будет вручать эти слова процессу-потребителю посредством операции, которую условимся называть вручением слова.

Задача надежного обмена информацией

Рис.: Упрощенная архитектура сети.

Уточнение условий задачи коммуникации

Свойства протокола.

1. Отсутствие потерь.

2. Соблюдение порядка.

Уточнение условий задачи коммуникации

Свойства протокола.

1. Отсутствие потерь. Каждое слово из массива in_p будет вручено процессом q потребителю или зарегистрировано процессом p (как «вероятно потерянное») спустя ограниченный отрезок времени с момента поступления этого слова от генератора к процессу p .
2. Соблюдение порядка.

Уточнение условий задачи коммуникации

Свойства протокола.

1. Отсутствие потерь.

2. Соблюдение порядка. Слова, которые вручаются потребителю процессом q , следуют в порядке строгого возрастания номеров в массиве in_p .

Уточнение условий задачи коммуникации

Свойства протокола.

1. Отсутствие потерь. Каждое слово из массива in_p будет вручено процессом q потребителю или зарегистрировано процессом p (как «вероятно потерянное») спустя ограниченный отрезок времени с момента поступления этого слова от генератора к процессу p .
2. Соблюдение порядка. Слова, которые вручаются потребителю процессом q , следуют в порядке строгого возрастания номеров в массиве in_p .

Уточнение условий задачи коммуникации

Свойства протокола.

1. Отсутствие потерь. Каждое слово из массива in_p будет вручено процессом q потребителю или зарегистрировано процессом p (как «вероятно потерянное») спустя ограниченный отрезок времени с момента поступления этого слова от генератора к процессу p .
2. Соблюдение порядка. Слова, которые вручаются потребителю процессом q , следуют в порядке строгого возрастания номеров в массиве in_p .

Никакой протокол не может предоставить гарантии того, что слово будет доставлено по назначению за ограниченный срок времени.

Почему?

Описание протокола с таймерами

Список констант.

Сетевая константа:

μ : **real**; (* максимальное время жизни пакета *)

Константы протокола:

U : **real**; (* Продолжительность периода отправления сообщения *)

R : **real**; (* Продолжительность перерыва при приеме сообщения:
$R \geq U + \mu$ *)

S : **real**; (* Продолжительность перерыва при передаче сообщения:
$S \geq R + 2\mu$ *)

Описание протокола с таймерами

Список переменных и массивов.

Учетные записи отправителя:

Low : **integer**; (* Подтвержденные слова текущего сеанса связи *)
High : **integer**; (* Поступившие слова текущего сеанса связи *)
Ut : array of timers ; (* Массив таймеров *)
St : timer ; (* Таймер отправителя*)

Учетные записи получателя:

Exp : **integer**; (* Очередной ожидаемый порядковый номер *)
Rt : timer ; (* Таймер получателя *)

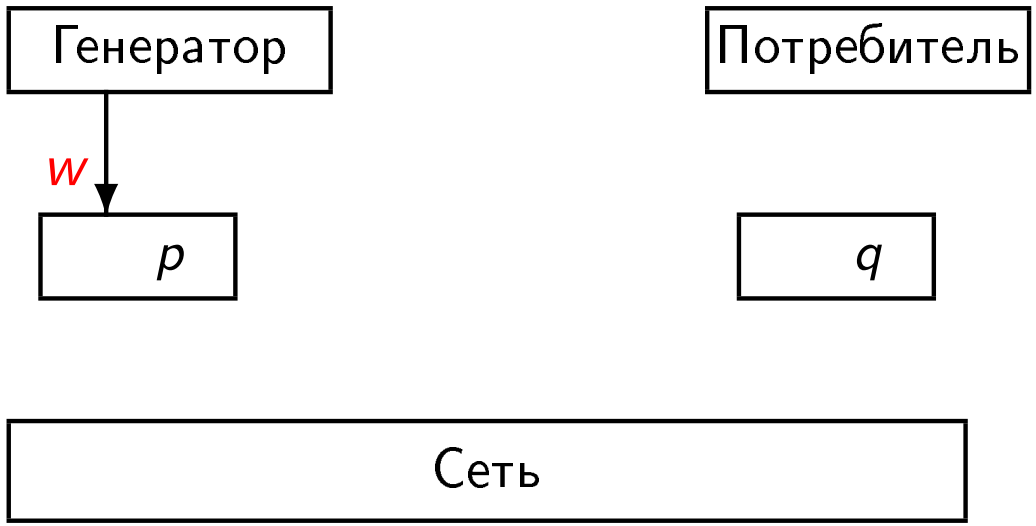
Коммуникационная подсистема:

M_q : channel ; (* Пакеты данных для процесса q *)
M_p : channel ; (* Пакеты подтверждений для процесса p *)

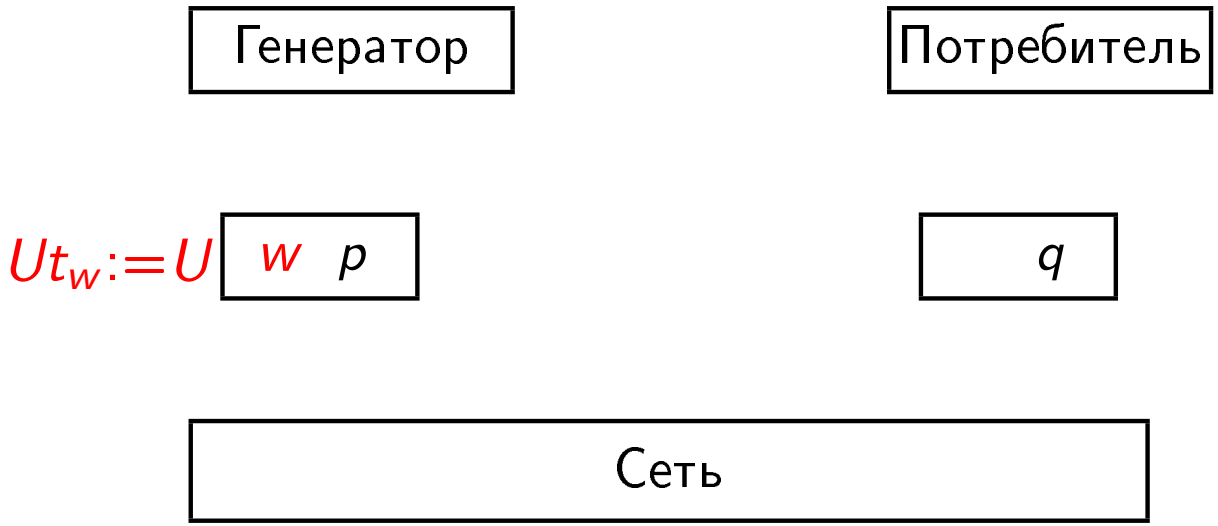
Вспомогательные переменные:

B : **integer init** 0 (* Слова из предыдущего сеанса связи *)
cr : **bool init** false ; (* Участие получателя в сеансе связи *)
cs : **bool init** false ; (* Участие отправителя в сеансе связи *)

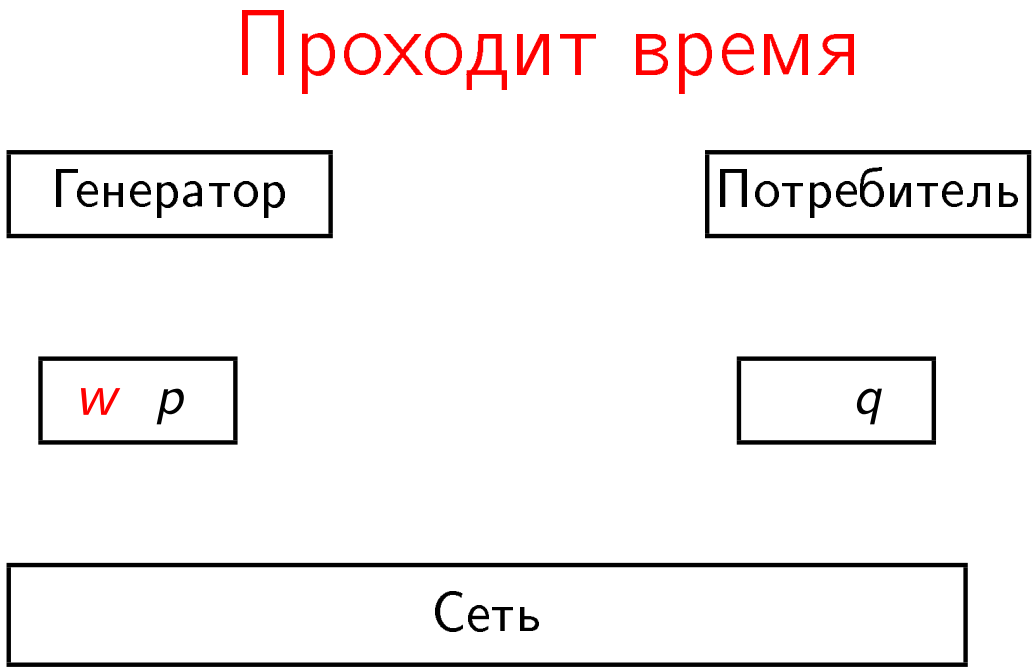
Сценарий работы протокола



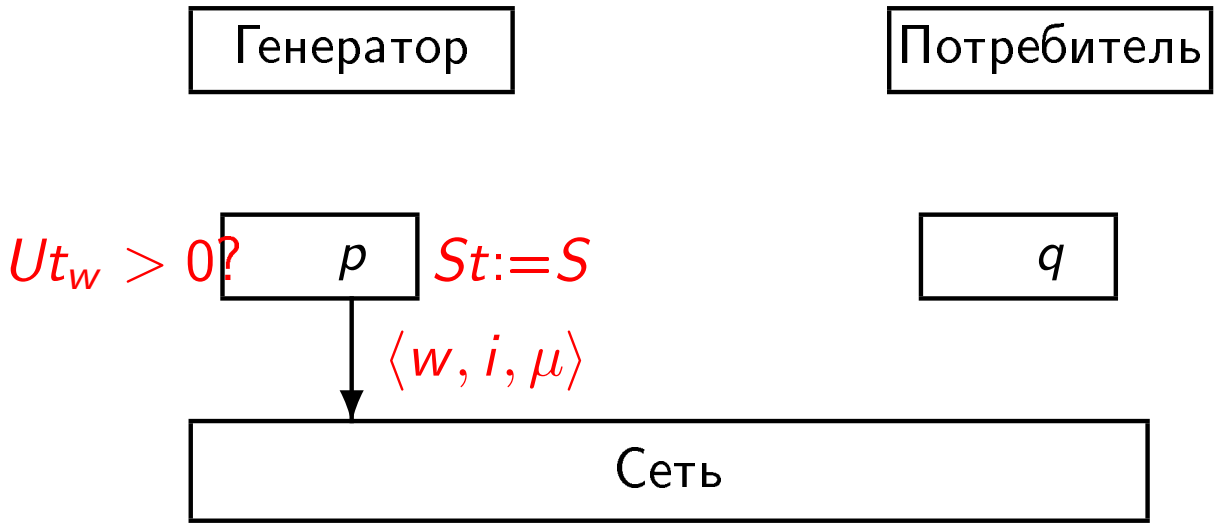
Сценарий работы протокола



Сценарий работы протокола

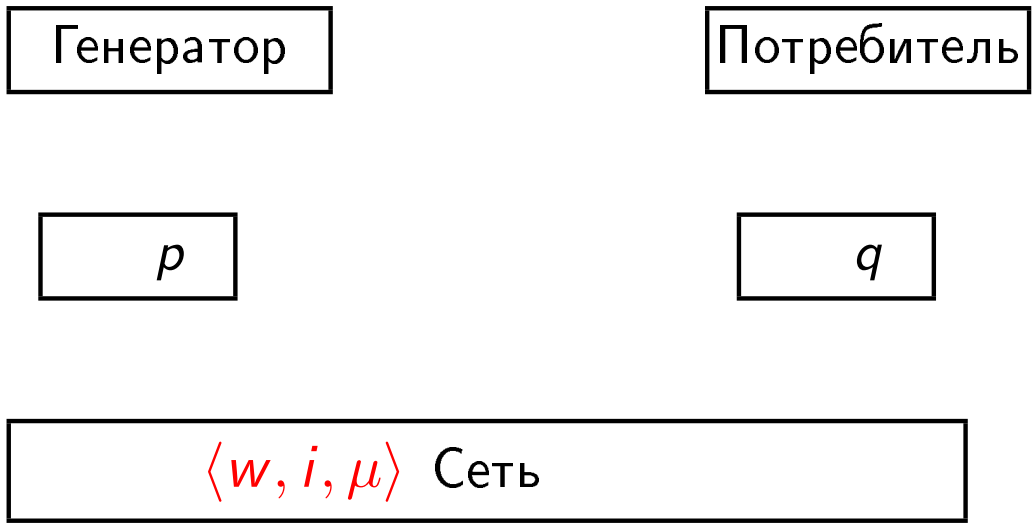


Сценарий работы протокола

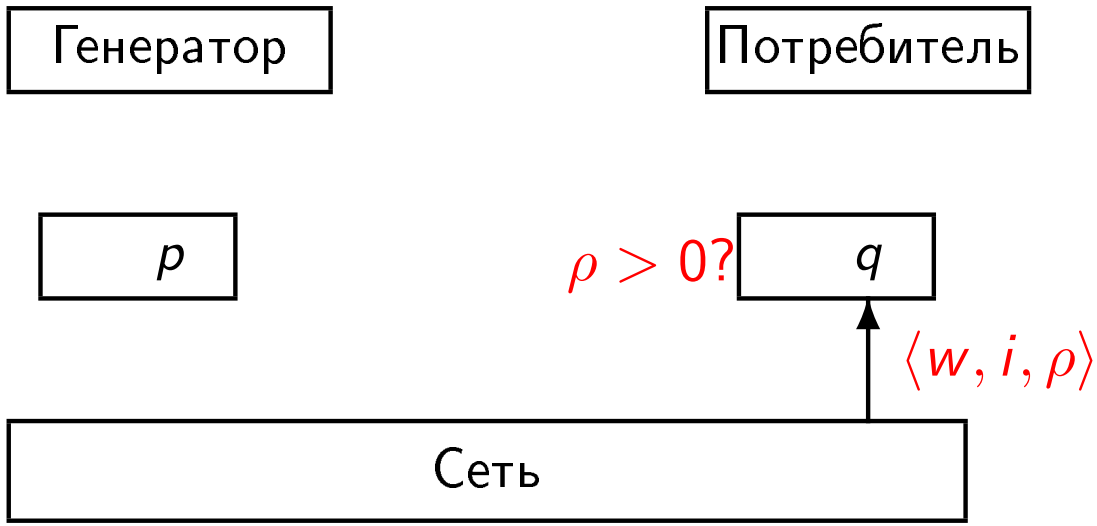


Сценарий работы протокола

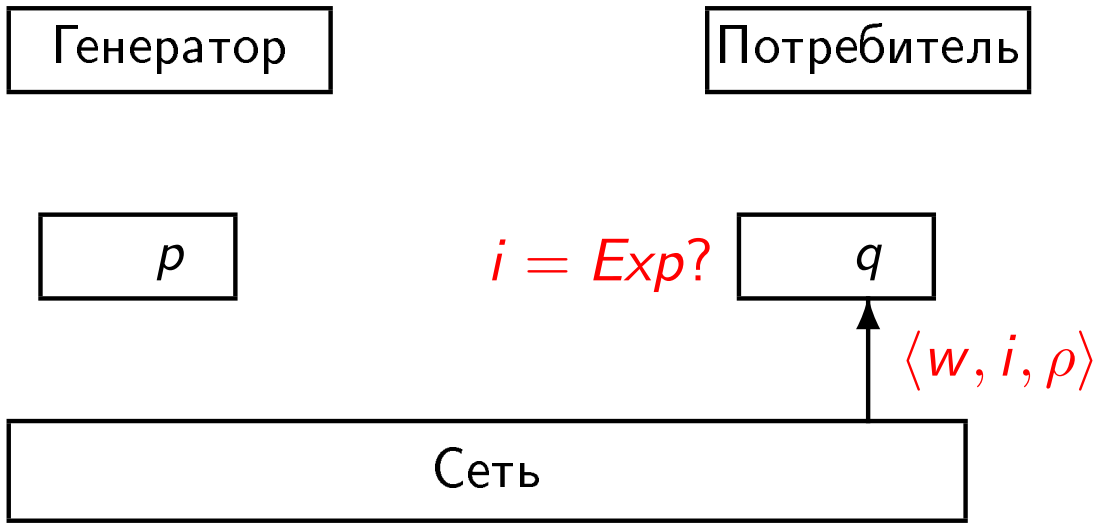
Проходит время



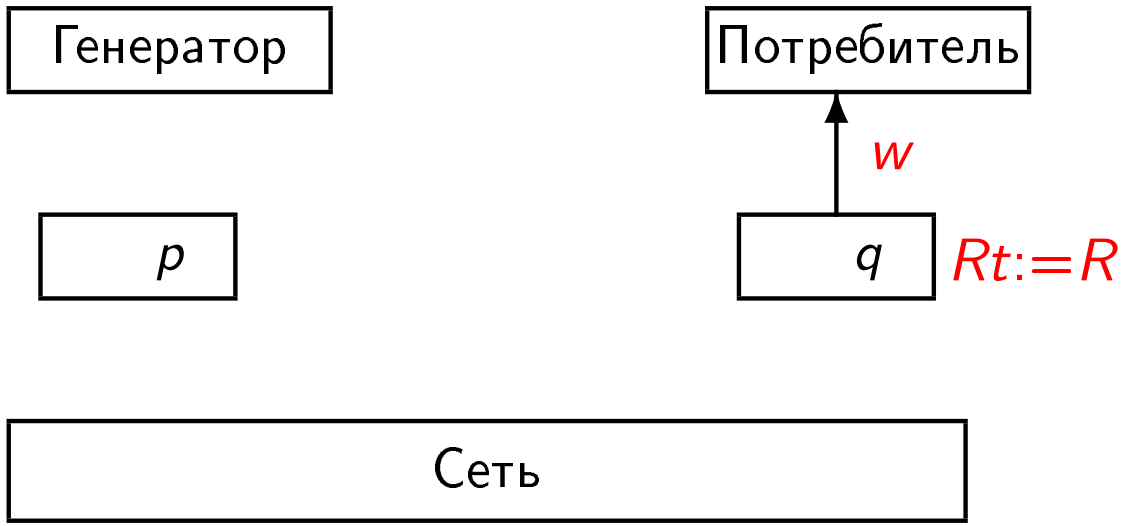
Сценарий работы протокола



Сценарий работы протокола

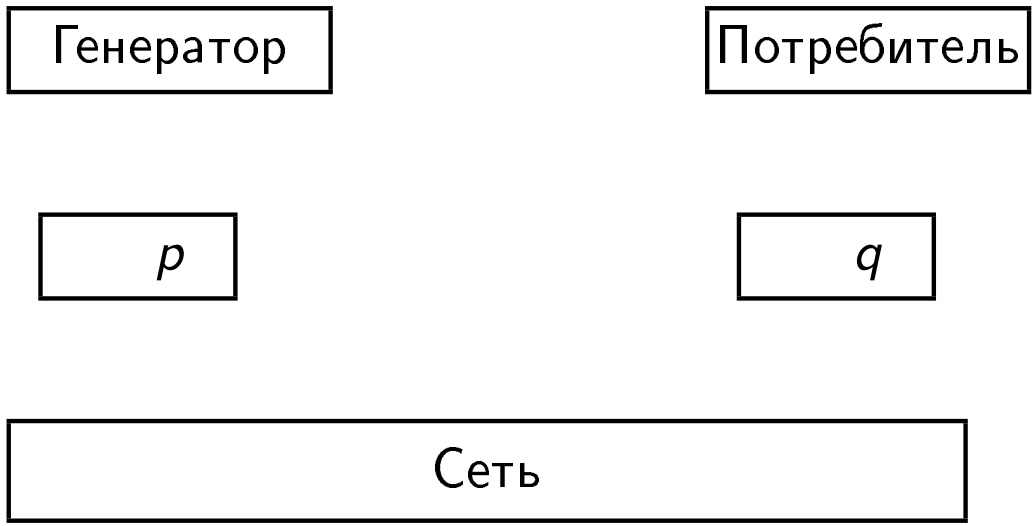


Сценарий работы протокола

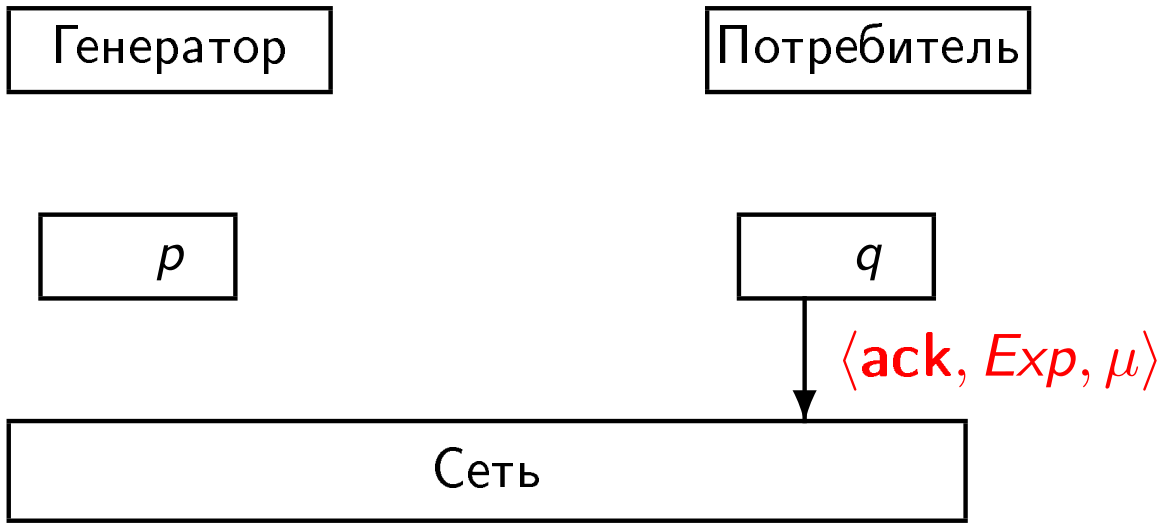


Сценарий работы протокола

Проходит время

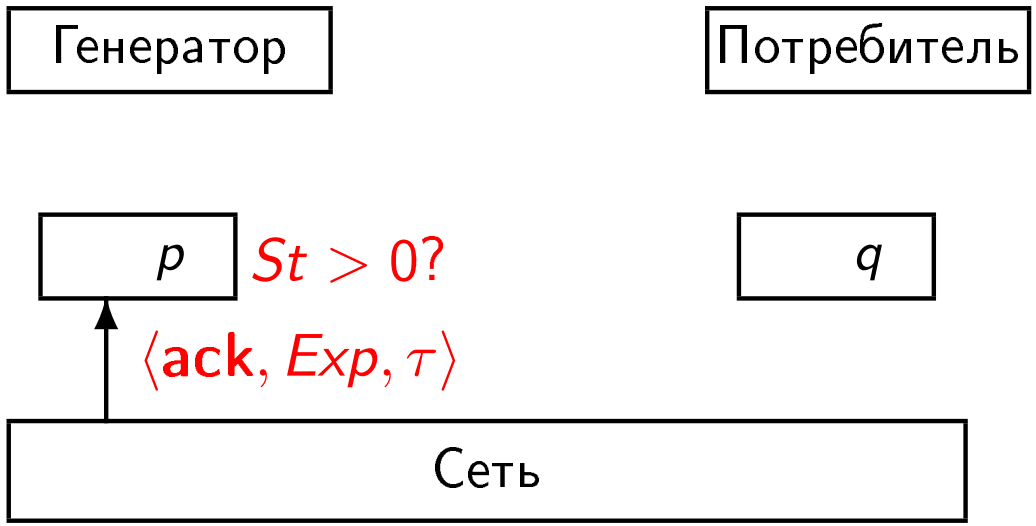


Сценарий работы протокола

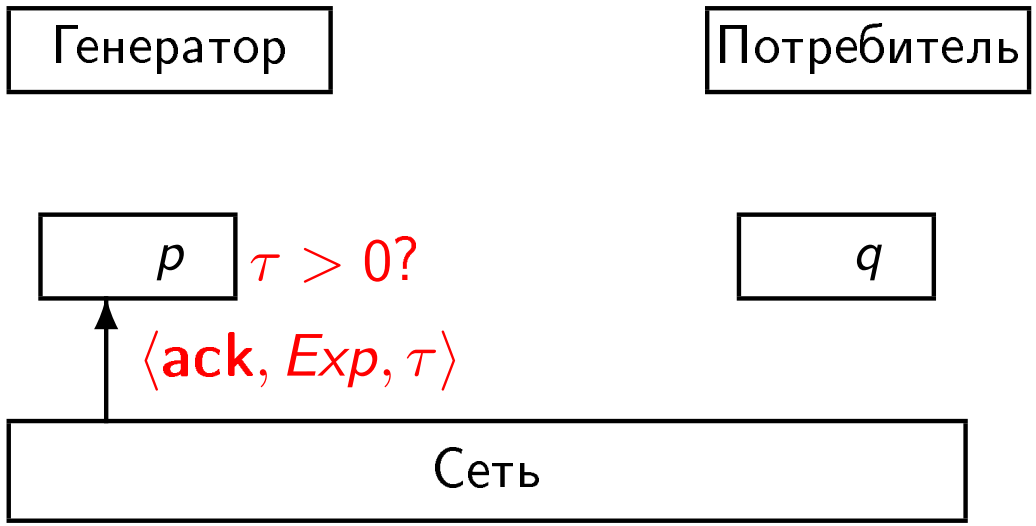


Сценарий работы протокола

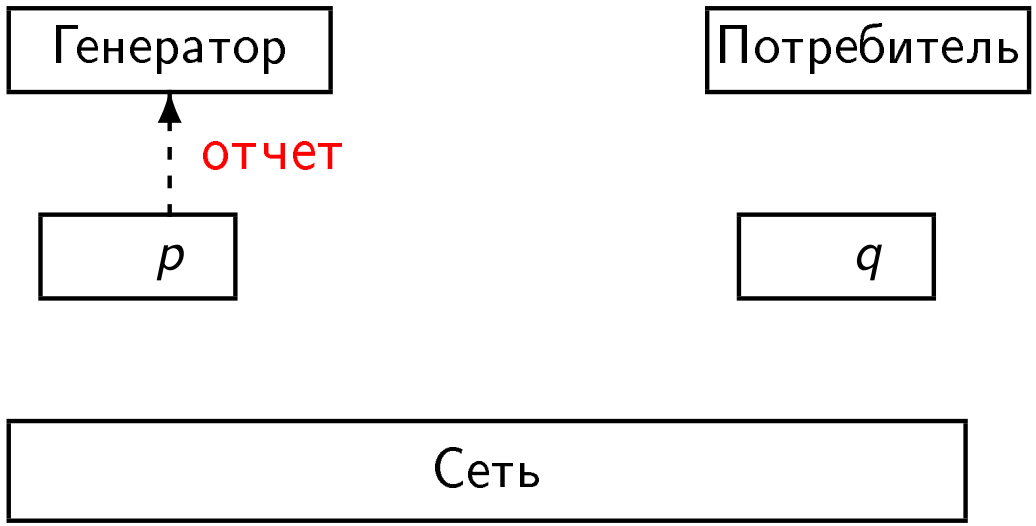
Сценарий работы протокола



Сценарий работы протокола

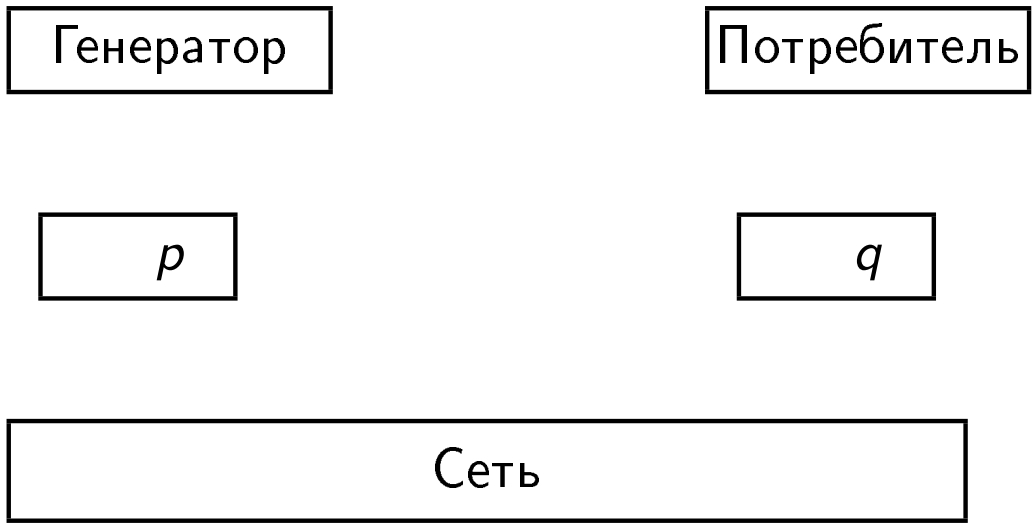


Сценарий работы протокола

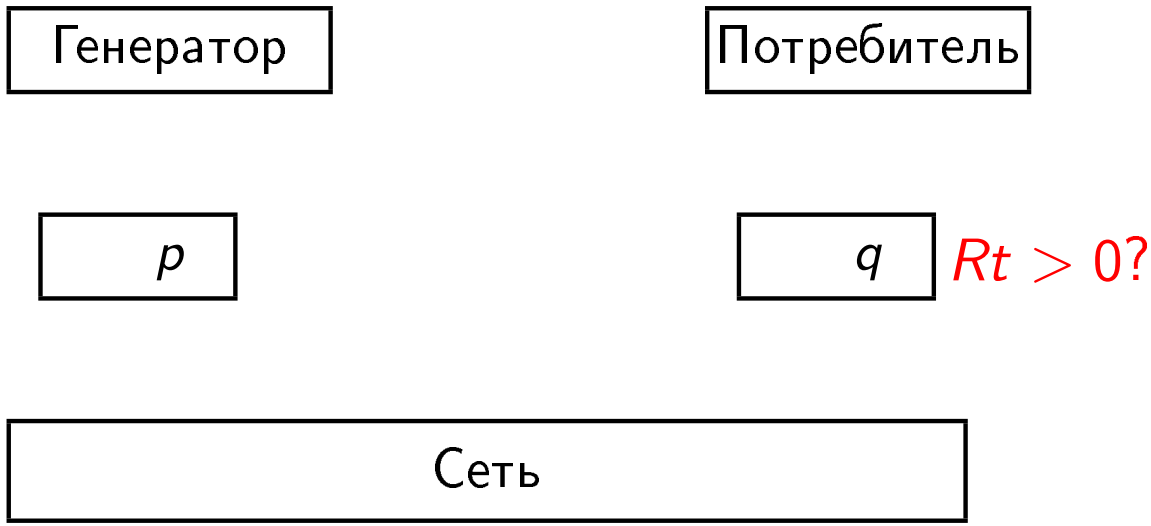


Сценарий работы протокола

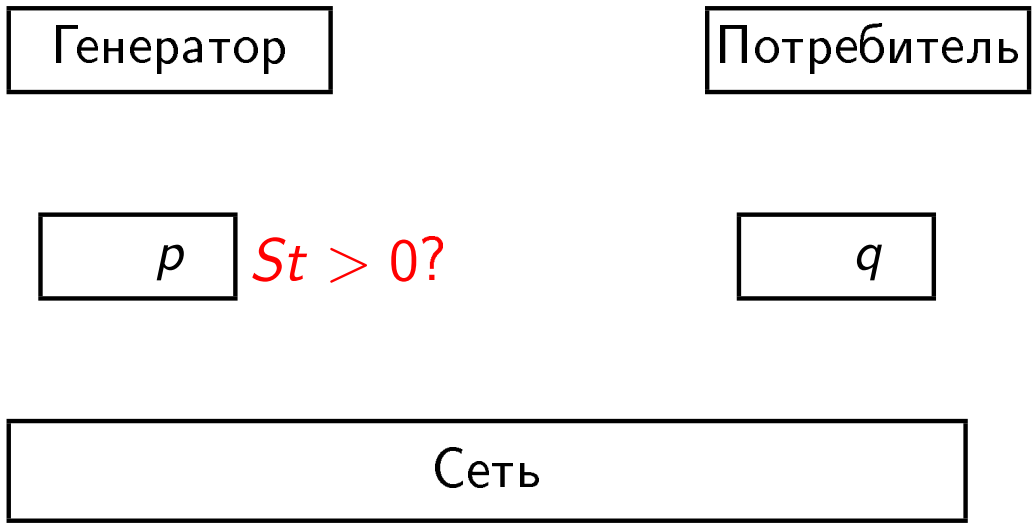
Проходит время



Сценарий работы протокола



Сценарий работы протокола



Описание протокола с таймерами (процесс–отправитель)

A_p : **begin if not** cs **then**
begin create(St, $High$, Low) ; (* cs := true *)
$Low := High := 0$; $St := S$ **end**;
$Ut[B + High] := U$; $High := High + 1$
end

S_p : { $cs \quad \wedge \quad Low \leq i < High \quad \wedge \quad Ut[B + i] > 0$ }
begin send$\langle$**data**, $(i = Low)$, i, $in_p[B + i]$, $\mu\rangle$; $St := S$ **end**

R_p : { $cs \quad \wedge \quad \langle$**ack**, i, $\rho\rangle \in M_p$ }
begin receive$\langle$**ack**, i, $\rho\rangle$; $Low := \max(Low, i)$ **end**

E_p : { $cs \quad \wedge \quad Ut[B + Low] \leq -2\mu - R$ }
begin $error[B + Low] := true$; $Low := Low + 1$ **end**

C_p : { $cs \quad \wedge \quad St < 0 \quad \wedge \quad Low = High$ }
begin $B := B + High$; delete (St, $High$, Low) **end**
(* cs := false *)

Открытие сеанса связи (процесс–отправитель)

A_p: (* Поступление очередного слова *)
begin if not cs **then**
begin(* Вначале открывается сеанс связи *)
create(St, $High$, Low) ; (* cs := true *)
$Low := High := 0$; $St := S$
end;
$Ut[B + High] := U$; $High := High + 1$
end

Протокол открывает сеанс связи всякий раз, когда соединение отсутствует, но при этом к отправителю поступает некоторое слово.

Предикат *cs* имеет значение true , когда отправитель открыл сеанс связи. Для того, чтобы выяснить, открыт ли сеанс связи, процесс проверяет, существует ли учетная запись соединения в списке записей открытых сеансов связи.

Открытие сеанса связи (процесс–отправитель)

A_p: (* Поступление очередного слова *)
begin if not cs **then**
begin(* Вначале открывается сеанс связи *)
create(St, $High$, Low) ; (* cs := true *)
$Low := High := 0$; $St := S$
end;
$Ut[B + High] := U$; $High := High + 1$
end

Когда отправитель открывает сеанс связи, он начинает нумерацию поступивших к нему слов с 0 . Переменная $High$ предназначена для подсчета количества слов, поступивших в текущем сеансе связи, а переменная Low служит для подсчета количества слов, подтвержденных в текущем сеансе связи. Отправитель может пересылать пакеты, порядковые номера которых расположены в интервале между двумя числами Low и $High - 1$.

Открытие сеанса связи (процесс–отправитель)

A_p: (* Поступление очередного слова *)
begin if not cs **then**
begin(* Вначале открывается сеанс связи *)
create(St, $High$, Low) ; (* cs := true *)
$Low := High := 0$; $St := S$
end;
$Ut[B + High] := U$; $High := High + 1$
end

Каждое вновь поступившее слово «ставится на учет» — для него заводится отдельный таймер, в который устанавливается предельно допустимый срок отправления этого слова. Если по истечении времени U слово не будет отправлено, то оно будет считаться потерянным.

Отправление сообщения (процесс–отправитель)

S_p:(* Отправить i-е слово текущего сеанса связи *)
$\{\ cs \ \wedge \ Low \leq i < High \ \wedge \ Ut[B+i] > 0\ \}$
begin send$\langle$**data**$, (i = Low), i, in_p[B+i], \mu\rangle$; $St := S$ **end**

При открытом сеансе связи для передачи выбираются лишь те слова, номера которых расположены в диапазоне $Low \ldots High - 1$, и соответствующие этим словам таймеры имеют положительные значения.

Отправление сообщения (процесс–отправитель)

S_p:(* Отправить i-е слово текущего сеанса связи *)
$\{\ cs \ \wedge \ Low \leq i < High \ \wedge \ Ut[B+i] > 0\ \}$
begin send$\langle$**data**, $(i = Low), i, in_p[B+i], \mu\rangle$; $St := S$ **end**

Пакеты данных, которые отправляются по ходу работы рассматриваемого протокола состоят из особого бита (т.н. признака начала последовательности), порядкового номера и слова. Чтобы проводить анализ протокола, в каждом пакете выделяется четвертое (искусственное) поле, которое называется оставшимся сроком жизни пакета . В этом поле указывается максимальное время, на протяжении которого пакет может оставаться в канале до того, как он будут доставлен по назначению или потерян в силу предположения об ограниченном времени жизни пакета.

Отправление сообщения (процесс–отправитель)

S_p:(* Отправить i-е слово текущего сеанса связи *)
$\{\ cs \ \wedge \ Low \leq i < High \ \wedge \ Ut[B+i] > 0\ \}$
begin send$\langle$**data**, $(i = Low)$, i, $in_p[B+i]$, $\mu\rangle$; $St := S$ **end**

Признак начала последовательности используется получателем в том случае, когда пакет получен при закрытом сеансе связи, для того, чтобы решить, можно ли открыть сеанс связи (и принять содержащееся в пакете слово). Отправитель устанавливает в этом бите значение true , когда все предыдущие слова уже получили подтверждение или были занесены в отчет (как вероятно утраченные).

Отправление сообщения (процесс–отправитель)

S_p:(* Отправить i-е слово текущего сеанса связи *)
$\{\ cs \ \wedge \ Low \leq i < High \ \wedge \ Ut[B+i] > 0\ \}$
begin send$\langle$**data**$, (i = Low), i, in_p[B+i], \mu\rangle$; $St := S$ **end**

Таймер отправителя устанавливается так, чтобы избежать ситуации, при которой подтверждение поступает при закрытом сеансе связи. Для этого соединение поддерживается по меньшей мере S единиц времени после отправления очередного пакета, где $S \geq R + 2\mu$. Всякий раз, когда отправляется некоторый пакет, на таймере St устанавливается время S .

Прием подтверждения (процесс–отправитель)

R_p:(* Получить подтверждение *)
$\{\ cs \ \wedge \ \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p\ \}$
begin receive $\langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle$; $Low := \max(Low, i)$ **end**

При открытом сеансе связи процесс-отправитель ожидает от процесса-получателя подтверждения об успешной передаче каждого отправленного слова.

Прием подтверждения (процесс–отправитель)

R_p:(* Получить подтверждение *)
$\{\ cs \ \wedge \ \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p\ \}$
begin receive$\langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle$; $Low := \max(Low, i)$ **end**

В пакет с подтверждением вкладывается только следующий порядковый номер сообщения, ожидаемого процессом–получателем q . Как и в предыдущем случае, для проведения анализа мы будем считать, что в пакете с подтверждением также указывается оставшееся время жизни этого пакета.

Прием подтверждения (процесс–отправитель)

R_p:(* Получить подтверждение *)
$\{\ cs \ \wedge \ \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p\ \}$
begin receive$\langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle$; $Low := \max(Low, i)$ **end**

После получения подтверждения изменяется положение нижней створки окна передачи Low . Номер i поступившего подтверждения означает, что все слова с номерами меньшими i уже были успешно доставлены.

Формирование записи о потере слова (процесс–отправитель)

E_p:(* Сформировать сообщение об ошибке
в связи с возможной потерей слова *)
$\{\ cs \ \wedge \ Ut[B + Low] \leq -2\mu - R\ \}$
begin $error[B + Low] := true$; $Low := Low + 1$ **end**

Заметим, что при поступлении слова с номером Low значение соответствующего таймера $Ut[B + Low]$ было установлено равным U (протяженность интервала отправления). Поэтому запись о потере слова формируется в том случае, когда истекло время U , отведенное на отправление этого слова, время, отведенное на его прием R , время жизни сообщения μ и время жизни подтверждения о получении сообщения μ .

Формирование записи о потере слова (процесс–отправитель)

E_p:(* Сформировать сообщение об ошибке
в связи с возможной потерей слова *)
{ $cs \quad \wedge \quad Ut[B + Low] \leq -2\mu - R$ }
begin $error[B + Low] := true$; $Low := Low + 1$ **end**

В записи об ошибке регистрируется, что слово с номером *Low* или подтверждение о его успешной доставке было потеряно, и не следует более ожидать от процесса–получателя поступления подтверждения о его доставке. Такое слово считается «вероятно потерянным».

Закрытие сеанса связи (процесс–отправитель)

C_p:(* Закрыть сеанс связи *)
$\{\ cs \ \wedge \ St < 0 \ \wedge \ Low = High\ \}$
begin $B := B + High$; delete(St, $High$, Low) **end**
(* cs := false *)

Закрытие сеанса связи процессом–отправителем происходит после того, как

Закрытие сеанса связи (процесс–отправитель)

C_p:(* Закрыть сеанс связи *)
{ $\wedge$ $St < 0$ $\wedge$ }
begin $B := B + High$; delete(St, $High$, Low) **end**
(* cs := false *)

Закрытие сеанса связи процессом–отправителем происходит после того, как

- истекло время отправления всех поступивших слов и

Закрытие сеанса связи (процесс–отправитель)

C_p:(* Закрыть сеанс связи *)
$\{ \quad \wedge \quad \wedge \quad Low = High \}$
begin $B := B + High$; delete(St, $High$, Low) **end**
(* cs := false *)

Закрытие сеанса связи процессом–отправителем происходит после того, как

- все поступившие слова были либо успешно доставлены, либо зарегистрированы как «вероятно потерянные».

Закрытие сеанса связи (процесс–отправитель)

C_p:(* Закрыть сеанс связи *)
$\{\ cs \ \wedge \ St < 0 \ \wedge \ Low = High\ \}$
begin $B := B + High$; delete(St, $High$, Low) **end**
(* cs := false *)

Закрытие сеанса связи процессом–отправителем происходит после того, как

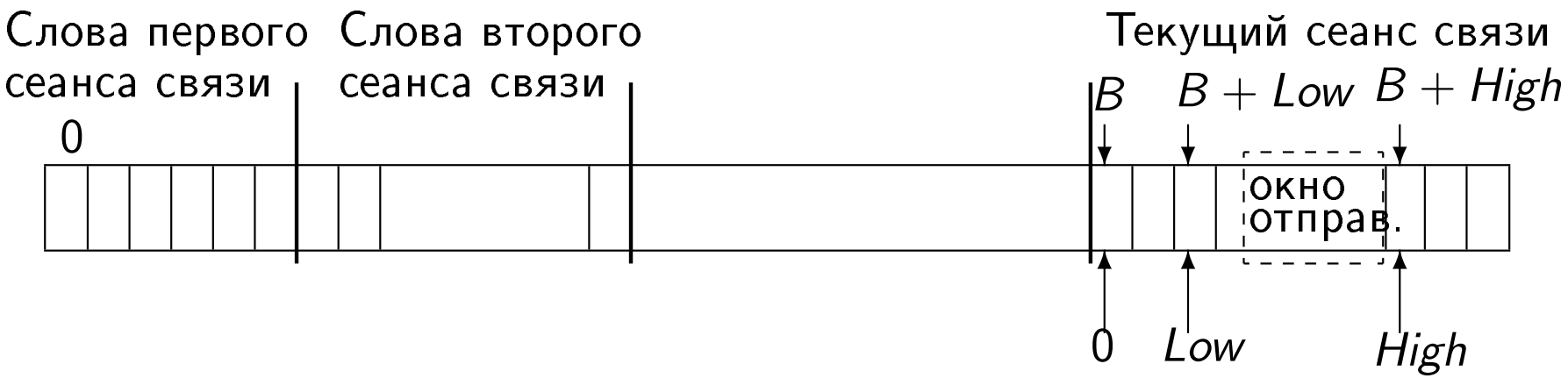
- истекло время отправления всех поступивших слов и
- все поступившие слова были либо успешно доставлены, либо зарегистрированы как «вероятно потерянные».

Закрытие сеанса связи (процесс–отправитель)

C_p:(* Закрыть сеанс связи *)
{ $cs \quad \wedge \quad St < 0 \quad \wedge \quad Low = High$ }
begin $B := B + High$; delete(St, $High$, Low) **end**
(* cs := false *)

B — это вспомогательная переменная, которая введена только для доказательства корректности протокола. Отправитель в каждом сеансе связи проводит нумерацию слов, начиная с 0 , и чтобы при анализе протокола проводить различие между словами в разных сеансах связи, мы нумеруем подряд все слова. В том случае, когда отправитель дает некоторому слову номер i , «абсолютный» номер этого слова будет равен $B + i$, где B — это суммарное число пакетов, поступивших процессу p в предыдущие сеансы связи. При реализации протокола для переменной B памяти не отводится, и отправитель «забывает» обо всех словах $in_p[0..B-1]$.

Закрытие сеанса связи (процесс–отправитель)



Индексация слов в протоколе:

Описание протокола с таймерами (процесс–получатель)

R_q : { $\langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q$ }
begin receive$\langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle$;
if cr **then**
if $i = Exp$ **then**
begin $Rt := R$; $Exp := i + 1$; deliver w **end**
else if $s = true$ **then**
begin create (Rt, Exp) ; (* $cr :=$ true *)
$Rt := R$; $Exp := i + 1$; deliver w
end
end
S_q : { cr }
begin send $\langle \mathbf{ack}, Exp, \mu \rangle$ **end**
C_q : **if** $Rt \leq 0$ **then** delete (Rt, Exp) ; (* $cr :=$ false *)

Получение сообщения (процесс–получатель)

R_q: (* Принять пакет данных *)
{ $\langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q$ }
begin receive$\langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle$;
if cr **then**
if $i = Exp$ **then**
begin $Rt := R$; $Exp := i + 1$; deliver w **end**
else if $s = true$ **then**
begin create (Rt, Exp) ; (* $cr :=$ true *)
$Rt := R$; $Exp := i + 1$; deliver w
end
end

Процесс–получатель принимает поступившее сообщение.

Получение сообщения (процесс–получатель)

R_q: (* Принять пакет данных *)
{ $\langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q$ }
begin receive$\langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle$;
if *cr* **then**
if $i = Exp$ **then**
begin $Rt := R$; $Exp := i + 1$; deliver w **end**
else if $s = true$ **then**
begin create (Rt, Exp) ; (* $cr :=$ true *)
$Rt := R$; $Exp := i + 1$; deliver w
end
end

и проверяет, был ли уже открыт сеанс связи для приема сообщений.

Получение сообщения (процесс–получатель)

R_q: (* Принять пакет данных *)
{ $\langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q$ }
begin receive$\langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle$;
if cr **then**
if $i = Exp$ **then**
begin $Rt := R$; $Exp := i + 1$; deliver w **end**
else if $s = true$ **then**
begin create (Rt, Exp) ; (* $cr :=$ true *)
$Rt := R$; $Exp := i + 1$; deliver w
end
end

Если сеанс связи был открыт, то процесс–получатель выясняет, имеет ли полученное слово ожидаемый номер Exp . Если номер полученного слова не совпадает с тем номером, который ожидается, то это слово игнорируется.

Получение сообщения (процесс–получатель)

R_q: (* Принять пакет данных *)
{ $\langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q$ }
begin receive$\langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle$;
if *cr* **then**
if $i = Exp$ **then**
begin $Rt := R$; $Exp := i + 1$; deliver w **end**
else if $s = true$ **then**
begin create (Rt, Exp) ; (* *cr* := true *)
$Rt := R$; $Exp := i + 1$; deliver w
end
end

Если номер полученного слова равен ожидаемому номеру *Exp* , то слово вручается потребителю, и ожидаемый номер увеличивается.

Получение сообщения (процесс–получатель)

R_q: (* Принять пакет данных *)
{ $\langle$**data**, $s, i, w, \rho\rangle \in M_q$ }
begin receive $\langle$**data**, $s, i, w, \rho\rangle$;
if cr **then**
if $i = Exp$ **then**
begin $Rt := R$; $Exp := i + 1$; deliver w **end**
else if $s = true$ **then**
begin create (Rt, Exp) ; (* $cr :=$ true *)
$Rt := R$; $Exp := i + 1$; deliver w
end
end

Если сеанс связи не открыт, то процесс-получатель выясняет, является ли поступившее слово первым словом в передаваемой последовательности слов (проверяет признак начала последовательности s). Если это не первое слово последовательности, то оно игнорируется.

Получение сообщения (процесс–получатель)

R_q: (* Принять пакет данных *)
{ $\langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q$ }
begin receive $\langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle$;
if cr **then**
if $i = Exp$ **then**
begin $Rt := R$; $Exp := i + 1$; deliver w **end**
else if $s = true$ **then**
begin create(Rt, Exp) ; (* $cr :=$ true *)
$Rt := R$; $Exp := i + 1$; deliver w
end
end

Если полученное слово является первым словом последовательности, то открывается сеанс связи, устанавливается таймер приема Rt , и полученное слово вручается потребителю.

Отправление подтверждений (процесс–получатель)

S_q:(* Отправить подтверждение *)
{ *cr* }
begin send $\langle$**ack**, *Exp*, $\mu\rangle$ **end**

Отправляемое подтверждение свидетельствует о том, что все слова текущего сеанса связи с номерами, меньшими ожидаемого номера *Exp* , были успешно доставлены потребителю.

Закрытие сеанса связи (процесс–получатель)

C_q:(* Закрыть сеанс связи *)
if $Rt \leq 0$ **then** delete (Rt, Exp) ; (* cr := false *)

Процесс–получатель закрывает сеанс связи, как только показание таймера получателя Rt оказывается равным 0 , сеанс связи закрывается. Это происходит, если в течение времени R , отведенного для приема ожидаемого слова, это слово не было получено.

Описание протокола с таймерами (коммуникационная среда и время)

Loss : $\{\ m \in M\ \}$ (* M — это либо M_p, либо M_q *)
begin remove m from M **end**

Dupl : $\{\ m \in M\ \}$ (* M — это либо M_p, либо M_q *)
begin insert m in M **end**

Time : (* $\delta > 0$ *)
begin forall i **do** $Ut[i] := Ut[i] - \delta$;
$St := St - \delta$;
$Rt := Rt - \delta$;
forall $\langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q$ **do**
begin $\rho := \rho - \delta$;
if $\rho \leq 0$ **then** remove packet
end
end

Коммуникационная среда

Loss: { $m \in M$ } (* M — это либо M_p, либо M_q *)
begin remove m from M **end**

Dupl: { $m \in M$ } (* M — это либо M_p, либо M_q *)
begin insert m in M **end**

Коммуникационная подсистема представлена двумя мультимножествами: M_p для пакетов, адресованных процессу p , и M_q для пакетов, адресованных процессу q . В системе есть дополнительные переходы, не связанные с действиями протоколов процессов. С их помощью моделируются ошибки потери и дублирования сообщений в каналах связи.

Коммуникационная среда

Time:(* $\delta > 0$ *)
begin forall i **do** $Ut[i] := Ut[i] - \delta$;
$St := St - \delta$;
$Rt := Rt - \delta$;
forall $\langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q$ **do**
begin $\rho := \rho - \delta$;
if $\rho \leq 0$ **then** remove packet
end
end

Действие **Time** приводит к уменьшению показателей всех таймеров системы на одну и ту же величину δ , и это как раз соответствует тому, что происходит, когда два дискретных события оказываются разделенными интервалом времени протяженности δ .

Корректность протокола с таймерами

Свойства безопасности протокола.

1. Отсутствие потерь. Каждое слово из массива in_p будет вручено процессом q или зарегистрировано процессом p (как «вероятно потерянное») спустя ограниченный отрезок времени с момента поступления этого слова к процессу p .
2. Соблюдение порядка. Слова, которые вручаются процессом q , следуют в порядке строгого возрастания номеров в массиве in_p .

Корректность протокола с таймерами

Для доказательства этих свойств безопасности воспользуемся методом инвариантов.
Установим инвариантность двух утверждений P_0 (инвариант процесса–отправителя) и P_1 (инвариант процесса–получателя).

Корректность протокола с таймерами

Теорема 4.1.

Следующее утверждение является инвариантом протокола с таймерами.

$$
\begin{aligned}
P_0 \equiv \quad & cs \Rightarrow St \leq S && (1)\\
\wedge \quad & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R && (2)\\
\wedge \quad & \forall i < B + High: \ Ut[i] \leq U && (3)\\
\wedge \quad & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu && (4)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R && (5)\\
\wedge \quad & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu && (6)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho && (7)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) && (8)
\end{aligned}
$$

Для правильного истолкования соотношения (3), мы будем предполагать, что значение *High* равно нулю во всех тех конфигурациях, в которых отправитель не имеет соединения.

Инвариантность утверждения P_0

Доказательство.

В самом начале вычисления соединения отсутствуют, нет никаких пакетов, $B = 0$, и поэтому утверждение P_0 является истинным.

Далее расммотрим последовательно все действия процессов p и q , и покажем выполнимость соотношения

$$\{P_0\} \longrightarrow \{P_0\}$$

Инвариантность утверждения P_0

A_p : **begin if not** cs **then**
begin create(St, $High$, Low) ; (* cs := true *)
$Low := High := 0$; $St := S$ **end**;
$Ut[B + High] := U$; $High := High + 1$ **end**

$$
\begin{array}{lll}
P_0 \equiv & cs \Rightarrow St \leq S & (1) \\
\wedge & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R & (2) \\
\wedge & \forall i < B + High : \ Ut[i] \leq U & (3) \\
\wedge & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu & (4) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R & (5) \\
\wedge & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu & (6) \\
\wedge & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho & (7) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) & (8)
\end{array}
$$

Соотношение (1) сохраняется, т.к. оператор присваивания, в правой части которого стоит St , всегда приводит к тому, что выполняется равенство $St = S$.

Инвариантность утверждения P_0

A_p : **begin if not** cs **then**
begin create(St, $High$, Low) ; (* cs := true *)
$Low := High := 0$; $St := S$ **end**;
$Ut[B + High] := U$; $High := High + 1$ **end**

$$
\begin{array}{lll}
P_0 \equiv & cs \Rightarrow St \leq S & (1) \\
\wedge & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R & (2) \\
\wedge & \forall i < B + High : \ Ut[i] \leq U & (3) \\
\wedge & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu & (4) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R & (5) \\
\wedge & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu & (6) \\
\wedge & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho & (7) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) & (8)
\end{array}
$$

Соотношения (2) и (4) сохраняются, т.к. это действие не влияет на переменные этих соотношений

Инвариантность утверждения P_0

A_p : **begin if not** cs **then**
begin create(St, $High$, Low) ; (* cs := true *)
$Low := High := 0$; $St := S$ **end**;
$Ut[B + High] := U$; $High := High + 1$ **end**

$$
\begin{array}{lll}
P_0 \equiv & cs \Rightarrow St \leq S & (1) \\
\wedge & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R & (2) \\
\wedge & \forall i < B + High : \ Ut[i] \leq U & (3) \\
\wedge & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu & (4) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R & (5) \\
\wedge & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu & (6) \\
\wedge & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho & (7) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) & (8)
\end{array}
$$

Соотношение (3) сохраняется, т.к. перед тем, как переменная $High$ увеличит свое значение, элементу $Ut[B + High]$ присваивается значение U .

Инвариантность утверждения P_0

A_p : **begin if not** cs **then**
begin create(St, $High$, Low) ; (* cs := true *)
$Low := High := 0$; $St := S$ **end**;
$Ut[B + High] := U$; $High := High + 1$ **end**

$$
\begin{array}{lll}
P_0 \equiv & cs \Rightarrow St \leq S & (1)\\
\wedge & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R & (2)\\
\wedge & \forall i < B + High : \ Ut[i] \leq U & (3)\\
\wedge & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu & (4)\\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R & (5)\\
\wedge & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu & (6)\\
\wedge & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho & (7)\\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) & (8)
\end{array}
$$

Соотношения (5), (6) и (7) сохраняются, т.к. значение St может только увеличиться.

Инвариантность утверждения P_0

A_p : **begin if not** cs **then**
begin create(St, $High$, Low) ; (* cs := true *)
$Low := High := 0$; $St := S$ **end**;
$Ut[B + High] := U$; $High := High + 1$ **end**

$$
\begin{array}{lll}
P_0 \equiv & cs \Rightarrow St \leq S & (1) \\
\wedge & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R & (2) \\
\wedge & \forall i < B + High : \ Ut[i] \leq U & (3) \\
\wedge & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu & (4) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R & (5) \\
\wedge & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu & (6) \\
\wedge & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho & (7) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) & (8)
\end{array}
$$

Соотношение (8) сохраняется, поскольку значение *High* может только увеличиться.

Инвариантность утверждения P_0

S_p :{ $cs \quad \wedge \quad Low \leq i < High \quad \wedge \quad Ut[B+i] > 0$ }
begin send$\langle$**data**$, (i = Low), i, in_p[B+i], \mu\rangle$; $St := S$ **end**

$$
\begin{array}{lll}
P_0 \equiv & cs \Rightarrow St \leq S & (1)\\
\wedge & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R & (2)\\
\wedge & \forall i < B + High: \ \ Ut[i] \leq U & (3)\\
\wedge & \forall \langle .., \rho\rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu & (4)\\
\wedge & \langle \textbf{data}, s, i, w, \rho\rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R & (5)\\
\wedge & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu & (6)\\
\wedge & \langle \textbf{ack}, i, \rho\rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho & (7)\\
\wedge & \langle \textbf{data}, s, i, w, \rho\rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B+i] \wedge i < High) & (8)
\end{array}
$$

Соотношение (1) сохраняется, т.к. St всегда будет присвоено значение S .

Инвариантность утверждения P_0

S_p :{ $cs \quad \wedge \quad Low \leq i < High \quad \wedge \quad Ut[B+i] > 0$ }
begin send$\langle$**data**$, (i = Low), i, in_p[B+i], \mu\rangle$; $St := S$ **end**

$$
\begin{array}{lll}
P_0 \equiv & cs \Rightarrow St \leq S & (1)\\
\wedge & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R & (2)\\
\wedge & \forall i < B + High: \ \ Ut[i] \leq U & (3)\\
\wedge & \forall \langle .., \rho\rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu & (4)\\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho\rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R & (5)\\
\wedge & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu & (6)\\
\wedge & \langle \mathbf{ack}, i, \rho\rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho & (7)\\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho\rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B+i] \wedge i < High) & (8)
\end{array}
$$

Соотношения (2) и (3) сохраняются, т.к. это действие не влияет на переменные этих соотношений

Инвариантность утверждения P_0

S_p :{ $cs \quad \wedge \quad Low \leq i < High \quad \wedge \quad Ut[B+i] > 0$ }
begin send$\langle$**data**$, (i = Low), i, in_p[B+i], \mu\rangle$; $St := S$ **end**

$$
\begin{array}{lll}
P_0 \equiv & cs \Rightarrow St \leq S & (1)\\
\wedge & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R & (2)\\
\wedge & \forall i < B + High: \ \ Ut[i] \leq U & (3)\\
\wedge & \forall \langle .., \rho\rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu & (4)\\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho\rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R & (5)\\
\wedge & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu & (6)\\
\wedge & \langle \mathbf{ack}, i, \rho\rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho & (7)\\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho\rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B+i] \wedge i < High) & (8)
\end{array}
$$

Соотношение (4) сохраняется, т.к. каждый отправляемый пакет имеет время оставшейся жизни равное μ .

Инвариантность утверждения P_0

S_p :{ $cs \quad \wedge \quad Low \leq i < High \quad \wedge \quad Ut[B+i] > 0$ }
begin send$\langle$**data**, $(i = Low), i, in_p[B+i], \mu\rangle$; $St := S$ **end**

$$
\begin{array}{lll}
P_0 \equiv & cs \Rightarrow St \leq S & (1)\\
\wedge & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R & (2)\\
\wedge & \forall i < B + High: \ \ Ut[i] \leq U & (3)\\
\wedge & \forall \langle .., \rho\rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu & (4)\\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho\rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R & (5)\\
\wedge & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu & (6)\\
\wedge & \langle \mathbf{ack}, i, \rho\rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho & (7)\\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho\rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B+i] \wedge i < High) & (8)
\end{array}
$$

Соотношение (5) сохраняется, т.к. пакет $\langle .., \mu\rangle$ отправлен, St полагается равным S , и $S = R + 2\mu$.

Инвариантность утверждения P_0

S_p :{ $cs \quad \wedge \quad Low \leq i < High \quad \wedge \quad Ut[B+i] > 0$ }
begin send$\langle$**data**$, (i = Low), i, in_p[B+i], \mu\rangle$; $St := S$ **end**

$$
\begin{array}{lll}
P_0 \equiv & cs \Rightarrow St \leq S & (1)\\
\wedge & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R & (2)\\
\wedge & \forall i < B + High: \ \ Ut[i] \leq U & (3)\\
\wedge & \forall \langle .., \rho\rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu & (4)\\
\wedge & \langle \textbf{data}, s, i, w, \rho\rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R & (5)\\
\wedge & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu & (6)\\
\wedge & \langle \textbf{ack}, i, \rho\rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho & (7)\\
\wedge & \langle \textbf{data}, s, i, w, \rho\rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B+i] \wedge i < High) & (8)
\end{array}
$$

Соотношения (6) и (7) сохраняются, т.к. значение St может только увеличиться.

Инвариантность утверждения P_0

S_p :{ $cs \quad \wedge \quad Low \leq i < High \quad \wedge \quad Ut[B+i] > 0$ }
begin send$\langle$**data**$, (i = Low), i, in_p[B+i], \mu\rangle$; $St := S$ **end**

$$
\begin{aligned}
P_0 \equiv \quad & cs \Rightarrow St \leq S && (1)\\
\wedge \quad & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R && (2)\\
\wedge \quad & \forall i < B + High: \ \ Ut[i] \leq U && (3)\\
\wedge \quad & \forall \langle .., \rho\rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu && (4)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho\rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R && (5)\\
\wedge \quad & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu && (6)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{ack}, i, \rho\rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho && (7)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho\rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B+i] \wedge i < High) && (8)
\end{aligned}
$$

Соотношение (8) сохраняется, для нового пакета выполняются условия $w = in_p[B+i]$ и $i < High$.

Инвариантность утверждения P_0

R_p :(* Получить подтверждение *)
$\{\ cs \quad \wedge \quad \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p\ \}$
begin receive$\langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle$; $Low := \max(Low, i)$ **end**

$$
\begin{array}{lll}
P_0 \equiv & cs \Rightarrow St \leq S & (1) \\
\wedge & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R & (2) \\
\wedge & \forall i < B + High: \ \ Ut[i] \leq U & (3) \\
\wedge & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p,\ M_q : 0 < \rho \leq \mu & (4) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R & (5) \\
\wedge & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu & (6) \\
\wedge & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho & (7) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) & (8)
\end{array}
$$

Действие R_p не изменяет значений ни одной из переменных, фигурирующих в формуле P_0 , и изъятие пакета сохраняет соотношения (4) и (7).

Инвариантность утверждения P_0

E_p :{ $cs \quad \wedge \quad Ut[B + Low] \leq -2\mu - R$ }
begin $error[B + Low] := true$; $Low := Low + 1$ **end**

$$
\begin{array}{lll}
P_0 \equiv & cs \Rightarrow St \leq S & (1) \\
\wedge & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R & (2) \\
\wedge & \forall i < B + High : \ Ut[i] \leq U & (3) \\
\wedge & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu & (4) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R & (5) \\
\wedge & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu & (6) \\
\wedge & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho & (7) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) & (8)
\end{array}
$$

Действие E_p не изменяет значений ни одной из переменных, фигурирующих в формуле P_0 .

Инвариантность утверждения P_0

C_p :{ $cs \quad \wedge \quad St < 0 \quad \wedge \quad Low = High$ }
begin $B := B + High$; delete (St, $High$, Low) **end**
(* cs := false *)

$$
\begin{aligned}
P_0 \equiv \quad & cs \Rightarrow St \leq S && (1)\\
\wedge \quad & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R && (2)\\
\wedge \quad & \forall i < B + High: \ \ Ut[i] \leq U && (3)\\
\wedge \quad & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu && (4)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R && (5)\\
\wedge \quad & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu && (6)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho && (7)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) && (8)
\end{aligned}
$$

Соотношение (1) сохраняется, т.к. после действия C_p не выполняется его предпосылка.

Инвариантность утверждения P_0

C_p :{ $cs \quad \wedge \quad St < 0 \quad \wedge \quad Low = High$ }
begin $B := B + High$; delete (St, $High$, Low) **end**
(* cs := false *)

$$
\begin{aligned}
P_0 \equiv \quad & cs \Rightarrow St \leq S && (1)\\
\wedge \quad & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R && (2)\\
\wedge \quad & \forall i < B + High : \ Ut[i] \leq U && (3)\\
\wedge \quad & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu && (4)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R && (5)\\
\wedge \quad & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu && (6)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho && (7)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) && (8)
\end{aligned}
$$

Соотношения (2),(3) и (4) сохраняются, т.к. это действие не влияет на переменные этих соотношений.

Инвариантность утверждения P_0

C_p :{ $cs \quad \wedge \quad St < 0 \quad \wedge \quad Low = High$ }
begin $B := B + High$; delete (St, $High$, Low) **end**
(* cs := false *)

$$
\begin{aligned}
P_0 \equiv \quad & cs \Rightarrow St \leq S && (1)\\
\wedge \quad & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R && (2)\\
\wedge \quad & \forall i < B + High : \ Ut[i] \leq U && (3)\\
\wedge \quad & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu && (4)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R && (5)\\
\wedge \quad & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu && (6)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho && (7)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) && (8)
\end{aligned}
$$

Действие C_p может нарушить справедливость заключений в соотношениях (5), (6) и (7), но согласно (2), (5), (6) и (7) оно применимо только тогда, когда предпосылки этих соотношений не выполняются.

Инвариантность утверждения P_0

C_p :{ $cs \quad \wedge \quad St < 0 \quad \wedge \quad Low = High$ }
begin $B := B + High$; delete (St, $High$, Low) **end**
(* cs := false *)

$$
\begin{array}{lll}
P_0 \equiv & cs \Rightarrow St \leq S & (1) \\
\wedge & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R & (2) \\
\wedge & \forall i < B + High : \ Ut[i] \leq U & (3) \\
\wedge & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu & (4) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R & (5) \\
\wedge & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu & (6) \\
\wedge & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho & (7) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) & (8)
\end{array}
$$

Действие C_p также изменяет значение переменной B , но поскольку согласно соотношениям (5) и (7) ни один пакет не находится на этапе пересылки, выполнимость соотношения (8) сохраняется.

Инвариантность утверждения P_0

R_q : { $\langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q$ }
begin receive $\langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle$;
if cr **then**
if $i = Exp$ **then begin** $Rt := R$; $Exp := i + 1$; deliver w **end**
else if $s = true$ **then begin** create (Rt, Exp) ; (* $cr :=$ true *)
$Rt := R$; $Exp := i + 1$; deliver w **end**
end

$$
\begin{array}{lll}
 & cs \Rightarrow St \leq S & (1) \\
\wedge & \forall i < B + High : \ Ut[i] \leq U & (3) \\
\wedge & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu & (4) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R & (5) \\
\wedge & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho & (7) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) & (8)
\end{array}
$$

Соотношения (1),(3-5) и (7-8) сохраняются, т.к. это действие не влияет на переменные этих соотношений.

Инвариантность утверждения P_0

R_q : { $\langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q$ }
begin receive $\langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle$;
if cr **then**
if $i = Exp$ **then begin** $Rt := R$; $Exp := i + 1$; deliver w **end**
else if $s = true$ **then begin** create (Rt, Exp) ; (* $cr :=$ true *)
$Rt := R$; $Exp := i + 1$; deliver w **end**
end

$$
\begin{aligned}
& cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R && (2)\\
\wedge\ & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu && (4)\\
\wedge\ & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R && (5)\\
\wedge\ & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu && (6)
\end{aligned}
$$

Соотношение (2) сохраняется, т.к. переменной Rt всегда присваивается значение R (если присваивание имеет место).
Соотношение (6) сохраняется, т.к. переменной Rt присваивается значение R только при получении пакета $\langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle$, а из (4) и (5) следует, что в этом случае выполняется формула $cs \wedge St \geq R + \mu$.

Инвариантность утверждения P_0

S_q :(* Отправить подтверждение *)
{ cr }
begin send $\langle \mathbf{ack}, Exp, \mu \rangle$ **end**

$$
\begin{array}{lll}
P_0 \equiv & cs \Rightarrow St \leq S & (1) \\
\wedge & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R & (2) \\
\wedge & \forall i < B + High: \ Ut[i] \leq U & (3) \\
\wedge & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu & (4) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R & (5) \\
\wedge & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu & (6) \\
\wedge & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho & (7) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) & (8)
\end{array}
$$

Соотношения (1-3),(5-6) и (8) сохраняются, т.к. это действие не влияет на переменные этих соотношений.

Инвариантность утверждения P_0

S_q :(* Отправить подтверждение *)
{ cr }
begin send $\langle \mathbf{ack}, Exp, \mu \rangle$ **end**

$$
\begin{array}{lll}
P_0 \equiv & cs \Rightarrow St \leq S & (1) \\
\wedge & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R & (2) \\
\wedge & \forall i < B + High: \ Ut[i] \leq U & (3) \\
\wedge & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu & (4) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R & (5) \\
\wedge & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu & (6) \\
\wedge & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho & (7) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) & (8)
\end{array}
$$

Соотношение (4) сохраняется, т.к. при отправлении каждого пакета оставшееся время его жизни полагается равным μ .

Инвариантность утверждения P_0

S_q :(* Отправить подтверждение *)
{ cr }
begin send $\langle \mathbf{ack}, Exp, \mu \rangle$ **end**

$$
\begin{aligned}
P_0 \equiv \quad & cs \Rightarrow St \leq S && (1)\\
\wedge \quad & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R && (2)\\
\wedge \quad & \forall i < B + High: \ \ Ut[i] \leq U && (3)\\
\wedge \quad & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu && (4)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R && (5)\\
\wedge \quad & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu && (6)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho && (7)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) && (8)
\end{aligned}
$$

Соотношение (7) сохраняется, т.к. при отправлении пакета $\langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle$ в случае, когда cr имеет значение true, выполняется равенство $\rho = \mu$, и поэтому из соотношений (2) и (6) следует $St > \mu$.

Инвариантность утверждения P_0

C_p :(* Закрыть сеанс связи *)
$\{\ cs \ \wedge \ St < 0 \ \wedge \ Low = High\ \}$
begin $B := B + High$; delete(St, $High$, Low) **end**
(* cs := false *)

$$
\begin{aligned}
P_0 \equiv \quad & cs \Rightarrow St \leq S && (1)\\
\wedge \quad & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R && (2)\\
\wedge \quad & \forall i < B + High: \ Ut[i] \leq U && (3)\\
\wedge \quad & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu && (4)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R && (5)\\
\wedge \quad & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu && (6)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho && (7)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) && (8)
\end{aligned}
$$

Соотношения (1),(3-5) и (7-8) сохраняются, т.к. это действие не влияет на переменные этих соотношений. В соотношениях (2) и (6) предпосылка становится ложной.

Инвариантность утверждения P_0

Loss : $\{\ m \in M\ \}$ (* M — это либо M_p, либо M_q *)
begin remove m from M **end**

$$
\begin{aligned}
P_0 \equiv \quad & cs \Rightarrow St \leq S && (1)\\
\wedge \quad & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R && (2)\\
\wedge \quad & \forall i < B + High:\ \ Ut[i] \leq U && (3)\\
\wedge \quad & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu && (4)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R && (5)\\
\wedge \quad & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu && (6)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho && (7)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) && (8)
\end{aligned}
$$

Соотношения (1-3) и (6) сохраняются, т.к. это действие не влияет на переменные этих соотношений. Соотношения (4-5) и (7-8) сохраняются, т.к. изъятие пакета может привести лишь к тому, что нарушатся предпосылки этих соотношений.

Инвариантность утверждения P_0

Dupl :{ $m \in M$ } (* M — это либо M_p, либо M_q *)
begin insert m in M **end**

$$
\begin{aligned}
P_0 \equiv \quad & cs \Rightarrow St \leq S && (1)\\
\wedge \quad & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R && (2)\\
\wedge \quad & \forall i < B + High: \ Ut[i] \leq U && (3)\\
\wedge \quad & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu && (4)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R && (5)\\
\wedge \quad & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu && (6)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho && (7)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) && (8)
\end{aligned}
$$

Соотношения (1-3) и (6) сохраняются, т.к. это действие не влияет на переменные этих соотношений. Соотношения (4-5) и (7-8) сохраняются, т.к. дублирующая вставка пакета m возможна только тогда, когда пакет m уже содержится в канале; отсюда следует, что следствия соответствующих соотношений уже были выполнены уже перед самой вставкой.

Инвариантность утверждения P_0

Time :**begin forall** i **do** $Ut[i] := Ut[i] - \delta$; $St := St - \delta$; $Rt := Rt - \delta$
forall $\langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q$ **do**
begin $\rho := \rho - \delta$; **if** $\rho \leq 0$ **then** remove packet **end**
end

$$
\begin{array}{lll}
P_0 \equiv & cs \Rightarrow St \leq S & (1) \\
\wedge & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R & (2) \\
\wedge & \forall i < B + High : \ Ut[i] \leq U & (3) \\
\wedge & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu & (4) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R & (5) \\
\wedge & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu & (6) \\
\wedge & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho & (7) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) & (8)
\end{array}
$$

Соотношения (1), (2) и (3) сохраняются, т.к. значения переменных St , Rt и $Ut[i]$ могут лишь уменьшиться, и сеанс связи получателя закрывается, когда значение Rt становится равным 0 .

Инвариантность утверждения P_0

Time :**begin forall** i **do** $Ut[i] := Ut[i] - \delta$; $St := St - \delta$; $Rt := Rt - \delta$
forall $\langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q$ **do**
begin $\rho := \rho - \delta$; **if** $\rho \leq 0$ **then** remove packet **end**
end

$$
\begin{array}{lll}
P_0 \equiv & cs \Rightarrow St \leq S & (1) \\
\wedge & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R & (2) \\
\wedge & \forall i < B + High : \ Ut[i] \leq U & (3) \\
\wedge & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu & (4) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R & (5) \\
\wedge & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu & (6) \\
\wedge & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho & (7) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) & (8)
\end{array}
$$

Соотношение (4) сохраняется, т.к. значение ρ может лишь уменьшиться, и пакет изымается, когда значение его поля ρ становится равным 0 .

Инвариантность утверждения P_0

Time :**begin forall** i **do** $Ut[i] := Ut[i] - \delta$; $St := St - \delta$; $Rt := Rt - \delta$
forall $\langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q$ **do**
begin $\rho := \rho - \delta$; **if** $\rho \leq 0$ **then** remove packet **end**
end

$$
\begin{array}{lll}
P_0 \equiv & cs \Rightarrow St \leq S & (1) \\
\wedge & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R & (2) \\
\wedge & \forall i < B + High : \ Ut[i] \leq U & (3) \\
\wedge & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu & (4) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R & (5) \\
\wedge & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu & (6) \\
\wedge & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho & (7) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) & (8)
\end{array}
$$

Действие **Time** уменьшает значения всех таймеров (и тех, которые содержатся в поле ρ пакетов) на *одну и ту же величину*. Поэтому сохраняются все соотношения вида $Xt \geq Yt + C$, где Xt и Yt — таймеры, а C — константа. Значит, соотношения (5), (6) и (7) остаются верными.

Инвариантность утверждения P_0

Time :**begin forall** i **do** $Ut[i] := Ut[i] - \delta$; $St := St - \delta$; $Rt := Rt - \delta$
forall $\langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q$ **do**
begin $\rho := \rho - \delta$; **if** $\rho \leq 0$ **then** remove packet **end**
end

$$
\begin{array}{lll}
P_0 \equiv & cs \Rightarrow St \leq S & (1) \\
\wedge & cr \Rightarrow 0 < Rt \leq R & (2) \\
\wedge & \forall i < B + High : \ Ut[i] \leq U & (3) \\
\wedge & \forall \langle .., \rho \rangle \in M_p, M_q : 0 < \rho \leq \mu & (4) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow cs \wedge St \geq \rho + \mu + R & (5) \\
\wedge & cr \Rightarrow cs \wedge St \geq Rt + \mu & (6) \\
\wedge & \langle \mathbf{ack}, i, \rho \rangle \in M_p \Rightarrow cs \wedge St > \rho & (7) \\
\wedge & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \Rightarrow (w = in_p[B + i] \wedge i < High) & (8)
\end{array}
$$

В соотношении (8) нет таймеров, и поэтому оно сохраняется.

Корректность протокола с таймерами

Первое требование, которое предъявляется к рассматриваемому протоколу, состоит в том, что каждое слово должно быть рано или поздно доставлено по назначению или занесено в отчет как утраченное. Определим предикат $Ok(i)$ следующей формулой

$Ok(i) \Leftrightarrow error[i] = true \vee$ процессу q было доставлено слово $in_p[i]$.

Покажем, что протокол не теряет ни одного слова, не отметив этого факта.

Корректность протокола с таймерами

Теорема 4.2.

Следующее утверждение является инвариантом протокола с таймерами.

$$
\begin{aligned}
P_1 \equiv \quad & P_0 \\
\wedge \quad & \neg\, cs \implies \forall i < B :\ Ok(i) && (9)\\
\wedge \quad & cs \implies \forall i < B + Low :\ Ok(i) && (10)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{data}, true, l, w, \rho \rangle \in M_q \implies \forall i < B + l :\ Ok(i) && (11)\\
\wedge \quad & cr \implies \forall i < B + Exp :\ Ok(i) && (12)\\
\wedge \quad & \langle \mathbf{ack}, l, \rho \rangle \in M_p \implies \forall i < B + l :\ Ok(i) && (13)
\end{aligned}
$$

Доказательство.

САМОСТОЯТЕЛЬНО.

Корректность протокола с таймерами

Сделав дополнительное допущение, мы можем доказать теперь первую часть спецификации протокола. Без этого допущения отправитель может оказаться чересчур «ленивым» при составлении отчета о потерянных словах, а в алгоритме всего лишь указано, что сообщение о потере не может быть сформировано в течение $2\mu + R$ единиц времени, следующих за окончанием интервала отправления слова, но там не сказано о том, что это сообщение рано или поздно обязано быть сформировано.

Корректность протокола с таймерами

Сделав дополнительное допущение, мы можем доказать теперь первую часть спецификации протокола. Без этого допущения отправитель может оказаться чересчур «ленивым» при составлении отчета о потерянных словах, а в алгоритме всего лишь указано, что сообщение о потере не может быть сформировано в течение $2\mu + R$ единиц времени, следующих за окончанием интервала отправления слова, но там не сказано о том, что это сообщение рано или поздно обязано быть сформировано. Поэтому сделаем дополнительное допущение о том, что действие E_p рано или поздно будет выполнено процессом p в разумные сроки, скажем, до того , как $Ut[B + Low]$ станет равным $-2\mu - R - \lambda$.

Корректность протокола с таймерами

Теорема 4.3. (об отсутствии потерь)

Каждое слова массива in_p либо достигает процесса q , либо отмечается процессом p как утраченное в течение $U + 2\mu + R + \lambda$ единиц времени после поступления этого слова процессу p.

Корректность протокола с таймерами

Доказательство

При поступлении слова $in_p[I]$ выполняется неравенство $B + High > I$, и оно продолжает выполняться далее.

Корректность протокола с таймерами

Доказательство

При поступлении слова $in_p[I]$ выполняется неравенство $B + High > I$, и оно продолжает выполняться далее. Если сеанс связи закрывается спустя предписанный период времени после поступления слова $in_p[I]$, то $B > I$, и утверждение теоремы следует из соотношения (9): $\neg\ cs \implies \forall i < B :\ Ok(i)$.

Корректность протокола с таймерами

Доказательство

При поступлении слова $in_p[I]$ выполняется неравенство $B + High > I$, и оно продолжает выполняться далее. Если сеанс связи закрывается спустя предписанный период времени после поступления слова $in_p[I]$, то $B > I$, и утверждение теоремы следует из соотношения (9): $\neg\, cs \implies \forall i < B :\ Ok(i)$.
Если сеанс связи остается открытым, и $B + Low \leq I$, то все слова с номерами из отрезке $B + Low \cdots I$ будут отмечены в отчете спустя $2\mu + R$ единиц времени по окончании интервала времени, отведенного для отправления слова $in_p[I]$.

Корректность протокола с таймерами

Доказательство

При поступлении слова $in_p[I]$ выполняется неравенство $B + High > I$, и оно продолжает выполняться далее. Если сеанс связи закрывается спустя предписанный период времени после поступления слова $in_p[I]$, то $B > I$, и утверждение теоремы следует из соотношения (9): $\neg\ cs \implies \forall i < B :\ Ok(i)$.
Если сеанс связи остается открытым, и $B + Low \leq I$, то все слова с номерами из отрезке $B + Low \cdots I$ будут отмечены в отчете спустя $2\mu + R$ единиц времени по окончании интервала времени, отведенного для отправления слова $in_p[I]$. Поэтому запись в отчете будут сделана $2\mu + R + \lambda$ единиц времени после окончания срока, отведенного для отправления сообщения, т.е. спустя $U + 2\mu + R + \lambda$ единиц времени после поступления слова.

Корректность протокола с таймерами

Доказательство

При поступлении слова $in_p[I]$ выполняется неравенство $B + High > I$, и оно продолжает выполняться далее. Если сеанс связи закрывается спустя предписанный период времени после поступления слова $in_p[I]$, то $B > I$, и утверждение теоремы следует из соотношения (9): $\neg\, cs \implies \forall i < B :\ Ok(i)$.
Если сеанс связи остается открытым, и $B + Low \leq I$, то все слова с номерами из отрезке $B + Low \cdots I$ будут отмечены в отчете спустя $2\mu + R$ единиц времени по окончании интервала времени, отведенного для отправления слова $in_p[I]$. Поэтому запись в отчете будут сделана $2\mu + R + \lambda$ единиц времени после окончания срока, отведенного для отправления сообщения, т.е. спустя $U + 2\mu + R + \lambda$ единиц времени после поступления слова. Поэтому $I < B + Low$, и рассматриваемое слово будут либо отмечено в отчете, либо доставлено по назначению согласно соотношению (10): $cs \implies \forall i < B + Low :\ Ok(i)$. $\square$

Корректность протокола с таймерами

Чтобы установить второе требование корректности протокола, необходимо показать, что каждое слово, которое было вручено потребителю, имеет больший порядковый номер (в массиве in_p), чем ранее врученное слово.

Корректность протокола с таймерами

Чтобы установить второе требование корректности протокола, необходимо показать, что каждое слово, которое было вручено потребителю, имеет больший порядковый номер (в массиве in_p), чем ранее врученное слово. Воспользуемся записью pr для обозначения порядкового номера самого последнего из врученных потребителю слов (для удобства будем полагать, что вначале $pr = -1$ и $Ut[-1] = -\infty$).

Корректность протокола с таймерами

Теорема 4.4.

Следующее утверждение является инвариантом протокола с таймерами.

$$
\begin{aligned}
P_2 \equiv \quad & P_1 \\
\wedge \quad & \langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \implies Ut[B+i] > \rho - \mu && (14)\\
\wedge \quad & i_1 \le i_2 < B + High \implies Ut[i_1] \le Ut[i_2] && (15)\\
\wedge \quad & cr \implies Rt \ge Ut[pr] + \mu && (16)\\
\wedge \quad & pr < B + High \wedge (Ut[pr] > -\mu \implies cr) && (17)\\
\wedge \quad & cr \implies B + Exp = pr + 1 && (18)
\end{aligned}
$$

Доказательство.

САМОСТОЯТЕЛЬНО.

Корректность протокола с таймерами

Теорема 4.4. (о сохранении порядка вручения)

Слова, доставленные процессом q потребителю, расположены в строго возрастающем порядке в массиве in_p .

Доказательство

Прежде всего заметим, что из формулы P_2 следует соотношение $\langle \mathbf{data}, s, i_1, w, \rho \rangle \in M_q \implies (cr \vee B + i_1 > pr)$.

Корректность протокола с таймерами

Теорема 4.4. (о сохранении порядка вручения)

Слова, доставленные процессом q потребителю, расположены в строго возрастающем порядке в массиве in_p .

Доказательство

Прежде всего заметим, что из формулы P_2 следует соотношение $\langle \mathbf{data}, s, i_1, w, \rho \rangle \in M_q \implies (cr \vee B + i_1 > pr)$.
Действительно, согласно соотношению (14): $\langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \implies Ut[B + i] > \rho - \mu$
из $\langle \mathbf{data}, s, i_1, w, \rho \rangle \in M_q$ следует $Ut[B + i_1] > \rho - \mu > -\mu$.

Корректность протокола с таймерами

Теорема 4.4. (о сохранении порядка вручения)

Слова, доставленные процессом q потребителю, расположены в строго возрастающем порядке в массиве in_p .

Доказательство

Прежде всего заметим, что из формулы P_2 следует соотношение $\langle \mathbf{data}, s, i_1, w, \rho \rangle \in M_q \implies (cr \vee B + i_1 > pr)$.
Действительно, согласно соотношению
(14): $\langle \mathbf{data}, s, i, w, \rho \rangle \in M_q \implies Ut[B + i] > \rho - \mu$
из $\langle \mathbf{data}, s, i_1, w, \rho \rangle \in M_q$ следует $Ut[B + i_1] > \rho - \mu > -\mu$.
Если $B + i_1 \leq pr$, то, учитывая, что согласно соотношению
(15): $i_1 \leq i_2 < B + High \implies Ut[i_1] \leq Ut[i_2]$
справедливо неравенство $pr < B + High$,
получаем неравенство $Ut[pr] > -\mu$, из которого на основании соотношения
(17): $pr < B + High \wedge (Ut[pr] > -\mu \implies cr)$
следует истинность предиката cr .

Корректность протокола с таймерами

Доказательство (продолжение)

Предположим, что процесс q получает пакет $\langle \mathbf{data}, s, i_1, w, \rho \rangle$ и вручает потребителю слово w .

Корректность протокола с таймерами

Доказательство (продолжение)

Предположим, что процесс q получает пакет $\langle \mathbf{data}, s, i_1, w, \rho \rangle$ и вручает потребителю слово w .
Если перед получением не был открыт сеанс связи (т.е. $cr = false$), то из соотношения

$$\langle \mathbf{data}, s, i_1, w, \rho \rangle \in M_q \implies (cr \vee B + i_1 > pr)$$

следует $B + i_1 > pr$, и поэтому слово w в массиве in_p располагалось в позиции, номер которой следует за pr .

Корректность протокола с таймерами

Доказательство (продолжение)

Предположим, что процесс q получает пакет $\langle \mathbf{data}, s, i_1, w, \rho \rangle$ и вручает потребителю слово w .
Если перед получением не был открыт сеанс связи (т.е. $cr = false$), то из соотношения

$$\langle \mathbf{data}, s, i_1, w, \rho \rangle \in M_q \implies (cr \vee B + i_1 > pr)$$

следует $B + i_1 > pr$, и поэтому слово w в массиве in_p располагалось в позиции, номер которой следует за pr .
Если сеанс связи был открыт (т.е. $cr = true$), то $i_1 = Exp$.
Тогда, из соотношения (18): $cr \implies B + Exp = pr + 1$ следуют равенства

$$B + i_1 = B + Exp = pr + 1,$$

из которых вытекает, что $w = in_p[pr + 1]$. $\square$

Качественный анализ протокола

Хорошим считается такое решение, которое не только удовлетворяет требованиям Отсутствия потерь и Сохранение порядка вручения , но также сообщает об утрате как можно меньшего числа слов. Чтобы достичь этой цели мы должны снабдить протокол, описанный в этом разделе, некоторым механизмом, который позволял бы отправлять каждое слово повторно (на протяжении интервала отправления слова) до тех пор, пока не будет получено подтверждение о его доставке. Интервал отправления должен быть достаточно протяженным, чтобы позволить осуществлять многократную передачу определенных слов и сделать тем самым вероятность утраты слова как можно меньшей.

Ограниченные порядковые номера

Порядковые номера, используемые в протоколе, можно ограничить, доказав утверждение, аналогичное Теореме 3.8 для симметричного протокола раздвижного окна.

Ограниченные порядковые номера

Порядковые номера, используемые в протоколе, можно ограничить, доказав утверждение, аналогичное Теореме 3.8 для симметричного протокола раздвижного окна.
Для этого необходимо ввести допущение о том, что скорость поступления слов на вход процесса p ограничена таким образом, чтобы очередное слово поступало спустя не менее $U + 2\mu + R$ единиц времени после поступления L -го по порядку предшествующего слова.

Ограниченные порядковые номера

Порядковые номера, используемые в протоколе, можно ограничить, доказав утверждение, аналогичное Теореме 3.8 для симметричного протокола раздвижного окна.
Для этого необходимо ввести допущение о том, что скорость поступления слов на вход процесса p ограничена таким образом, чтобы очередное слово поступало спустя не менее $U + 2\mu + R$ единиц времени после поступления L -го по порядку предшествующего слова.
Для этого действие A_p нужно снабдить предохранителем

$$\{(High < L) \vee (Ut[B + High - L] < -R - 2\mu)\}.$$

Ограниченные порядковые номера

Порядковые номера, используемые в протоколе, можно ограничить, доказав утверждение, аналогичное Теореме 3.8 для симметричного протокола раздвижного окна.
Для этого необходимо ввести допущение о том, что скорость поступления слов на вход процесса p ограничена таким образом, чтобы очередное слово поступало спустя не менее $U + 2\mu + R$ единиц времени после поступления L -го по порядку предшествующего слова.
Для этого действие A_p нужно снабдить предохранителем

$$\{(High < L) \vee (Ut[B + High - L] < -R - 2\mu)\}.$$

Тогда порядковые номера полученных пакетов данных отстоят не более, чем на $2L$ от ожидаемого номера Exp , а порядковые номера в подтверждающих сообщениях отстоят не более, чем на L от номера $High$. Следовательно, при передаче увеличение порядковых номеров можно проводить по модулю $2L$.

Несколько слов об инвариантах

Все соотношения (дизъюнкты), входящие в состав рассмотренных нами инвариантов и касающиеся пакетов, имеют следующий общий вид:

$$\forall m \in M : \; A(m),$$

Нетрудно убедиться, что выполнимость соотношений такого вида сохраняется при дублировании или потере пакетов.

Несколько слов об инвариантах

Все соотношения (дизъюнкты), входящие в состав рассмотренных нами инвариантов и касающиеся пакетов, имеют следующий общий вид:

$$\forall m \in M : \ A(m),$$

Нетрудно убедиться, что выполнимость соотношений такого вида сохраняется при дублировании или потере пакетов.

Иногда приходится использовать инварианты более общего вида, например

$$\sum_{m \in M} f(m) = K$$

или

$$\text{предусловие} \implies \exists m \in M : \ A(m).$$

Предложения такого вида могут утратить истинность в случае потери или дублирования пакетов, и поэтому их нельзя использовать при доказательстве корректности алгоритмов, от которых требуется устойчивость к подобным сбоям.

Задачи

Задача 1.

В протоколе с таймерами отправитель может занести в отчет слово как возможно утраченное, в то время как это слово было благополучно доставлено получателю.

1. Опишите выполнение этого протокола, в ходе которого происходит подобный эффект.
2. Можно ли разработать такой протокол, в котором отправитель за ограниченное время составляет отчет об ошибке **в том и только том случае**, когда слово не доставляется получателю?

Задачи

Задача 2.

Предположим, что в связи с выходом из строя часового механизма, получатель не может закрыть сеанс связи вовремя. Опишите вычисление протокола с таймерами, в ходе которого слово будет утрачено, но отправитель не сможет отметить это в отчете.

Задача 3.

Опишите такое вычисление протокола с таймерами, в ходе которого получатель открывает сеанс связи после получения пакета с порядковым номером большим нуля.

Задачи

Задача 4.

Проектировщик сети хотел бы воспользоваться протоколом с таймерами, но при этом желает, чтобы о возможно утраченных словах запись в отчете осуществлялась пораньше. Для этого он модифицирует действие E_p следующим образом:

E_p: (* Сформировать отчет об ошибке
для возможно утраченного слова *)
$\{\ Ut[B + Low] < 0\ \}$
begin $error[B + Low] := true$; $Low := Low + 1$ **end**

Будет ли модифицированный таким образом протокол удовлетворять требованиям **Отсутствия потерь** и **Сохранения порядка вручения** или для этого необходимо внести также другие изменения?
Каковы, по Вашему мнению, преимущества и недостатки указанной модификации.

КОНЕЦ ЛЕКЦИИ 4.