Распределенные алгоритмы

ЛЕКТОР: В.А. Захаров

Лекция 5 (Часть 2).

Алгоритм маршрутизации Netchange.
Описание алгоритма.
Инварианты алгоритма Netchange.
Корректность алгоритма Netchange.
Схрдимость алгоритма Netchange.
Особенности реализации алгоритма.
Другие виды маршрутизации:
интервальная, префиксная, иерархическая.

Алгоритм маршрутизации Netchange

Алгоритм Netchange был предложен Таджибнаписом в 1977 г.
Он вычисляет оптимальные по числу звеньев таблицы маршрутизации.
В нем поддерживается дополнительная информация, чтобы в случае возникновения неисправности в канале или восстановления работоспособности канала уточнять таблицы путем их **частичного перевычисления**.

Алгоритм маршрутизации Netchange

Алгоритм Netchange был предложен Таджибнаписом в 1977 г. Он вычисляет оптимальные по числу звеньев таблицы маршрутизации.
В нем поддерживается дополнительная информация, чтобы в случае возникновения неисправности в канале или восстановления работоспособности канала уточнять таблицы путем их **частичного перевычисления**.

При построении алгоритма будем опираться на следующие допущения.

Алгоритм маршрутизации Netchange

Алгоритм Netchange был предложен Таджибнаписом в 1977 г. Он вычисляет оптимальные по числу звеньев таблицы маршрутизации.
В нем поддерживается дополнительная информация, чтобы в случае возникновения неисправности в канале или восстановления работоспособности канала уточнять таблицы путем их **частичного перевычисления**.

При построении алгоритма будем опираться на следующие допущения.

N1. Каждый узел осведомлен о размере всей сети (N).

Алгоритм маршрутизации Netchange

Алгоритм Netchange был предложен Таджибнаписом в 1977 г. Он вычисляет оптимальные по числу звеньев таблицы маршрутизации.
В нем поддерживается дополнительная информация, чтобы в случае возникновения неисправности в канале или восстановления работоспособности канала уточнять таблицы путем их **частичного перевычисления**.

При построении алгоритма будем опираться на следующие допущения.

N1. Каждый узел осведомлен о размере всей сети (N).

N2. В каналах поддерживается очередность сообщений.

Алгоритм маршрутизации Netchange

Алгоритм Netchange был предложен Таджибнаписом в 1977 г. Он вычисляет оптимальные по числу звеньев таблицы маршрутизации.
В нем поддерживается дополнительная информация, чтобы в случае возникновения неисправности в канале или восстановления работоспособности канала уточнять таблицы путем их **частичного перевычисления**.

При построении алгоритма будем опираться на следующие допущения.

N1. Каждый узел осведомлен о размере всей сети (N).

N2. В каналах поддерживается очередность сообщений.

N3. Узлы получают уведомления о возникновении неисправностей и восстановлении работоспособности примыкающих к ним каналов.

Алгоритм маршрутизации Netchange

Алгоритм Netchange был предложен Таджибнаписом в 1977 г. Он вычисляет оптимальные по числу звеньев таблицы маршрутизации.
В нем поддерживается дополнительная информация, чтобы в случае возникновения неисправности в канале или восстановления работоспособности канала уточнять таблицы путем их **частичного перевычисления**.

При построении алгоритма будем опираться на следующие допущения.

N1. Каждый узел осведомлен о размере всей сети (N).

N2. В каналах поддерживается очередность сообщений.

N3. Узлы получают уведомления о возникновении неисправностей и восстановлении работоспособности примыкающих к ним каналов.

N4. Стоимость пути равна количеству каналов в этом пути.

Алгоритм маршрутизации Netchange

Алгоритм может справиться с возникновением неисправностей и восстановлением работоспособности каналов, а также с добавлением новых каналов связи, при условии, что всякий узел немедленно узнает о повреждении или восстановлении примыкающих к нему каналов связи.

В каждом узле u алгоритм вычисляет и поддерживает таблицу $Nb_u[v]$, в которой для каждой вершины-адресата v указывается тот сосед u , которому должен быть отправлен пакет, адресованный вершине v .

Алгоритм маршрутизации Netchange

Требования

К алгоритму предъявляются следующие требования.

R1. Если топология сети после конечного числа изменений остается далее неизменной, то алгоритм завершает работу после конечного числа шагов.

R2. Когда алгоритм завершает работу, таблицы $Nb_u[v]$ удовлетворяют следующим условиям:

a) если $v = u$, то $Nb_u[v] = local$;

b) если существует путь из вершины u в вершину $v \neq u$, то $Nb_u[v] = w$, где w — это первая вершина-сосед узла u , который следует за u в кратчайшем пути из u в v ;

c) если пути из вершины u в вершину v нет, то $Nb_u[v] = udef$.

Описание алгоритма Netchange

Структуры данных

- $Neigh_u$ — множество вершин, соседних с узлом u ;

Описание алгоритма Netchange

Структуры данных

- $Neigh_u$ — множество вершин, соседних с узлом u ;
- D_u — целочисленный массив размера $1 \ldots N$;
  элементы массива $D_u[v]$ — оценки расстояния $d(u, v)$ между узлами u и v ;

Описание алгоритма Netchange

Структуры данных

- $Neigh_u$ — множество вершин, соседних с узлом u ;
- D_u — целочисленный массив размера $1 \ldots N$;
  элементы массива $D_u[v]$ — оценки расстояния $d(u, v)$ между узлами u и v ;
- Nb_u — массив вершин размера $1 \ldots N$;
  элементы массива $Nb_u[v]$ — имена соседей узла u , которым предпочтительнее отправить пакеты, адресованные узлу v ;

Описание алгоритма Netchange

Структуры данных

- $Neigh_u$ — множество вершин, соседних с узлом u ;
- D_u — целочисленный массив размера $1 \dots N$;
  элементы массива $D_u[v]$ — оценки расстояния $d(u, v)$ между узлами u и v ;
- Nb_u — массив вершин размера $1 \dots N$;
  элементы массива $Nb_u[v]$ — имена соседей узла u , которым предпочтительнее отправить пакеты, адресованные узлу v ;
- $ndis_u$ — двухмерный целочисленный массив размера $1 \dots N$;
  элементы массива $D_u[w, v]$ — оценки расстояния $d(w, v)$ между узлами w и v .

Описание алгоритма Netchange

Инициализация узла u.

begin forall $w \in Neigh_u$, $v \in V$ **do** $ndis_u[w, v] := N$;
forall $v \in V$ **do**
begin $D_u[v] := N$; $Nb_u[v] := udef$ **end**;
$D_u[u] := 0$; $Nb_u[u] := local$;
forall $w \in Neigh_u$ **do** send $\langle$**mydist**, $u, 0\rangle$ to w
end

Начиная работу, каждый узел u знает, что

Описание алгоритма Netchange

Инициализация узла u.

begin forall $w \in Neigh_u$, $v \in V$ **do** $ndis_u[w, v] := N$;
forall $v \in V$ **do**
begin $D_u[v] := N$; $Nb_u[v] := udef$ **end**;
$D_u[u] := 0$; $Nb_u[u] := local$;
forall $w \in Neigh_u$ **do** send $\langle$**mydist**, $u, 0\rangle$ to w
end

Начиная работу, каждый узел u знает, что
1) кратчайший маршрут из u в u имеет длину 0 ;

Описание алгоритма Netchange

Инициализация узла u.

begin forall $w \in Neigh_u$, $v \in V$ **do** $ndis_u[w, v] := N$;
forall $v \in V$ **do**
begin $D_u[v] := N$; $Nb_u[v] := udef$ **end**;
$D_u[u] := 0$; $Nb_u[u] := local$;
forall $w \in Neigh_u$ **do** send $\langle$**mydist**, $u, 0\rangle$ to w
end

Начиная работу, каждый узел u знает, что
1) кратчайший маршрут из u в u имеет длину 0 ;
2) размер сети N является верхней оценкой длины кратчайшего маршрута из u в любой другой узел сети.

Описание алгоритма Netchange

Процедура *Update(v)*
begin if $v = u$
then begin $D_u[v] := 0$; $Nb_u[v] := local$ **end**
else begin (* Оценить расстояние до вершины v *)
$d := 1 + \min\{ndis_u[w, v] : w \in Neigh_u\}$;
choose w: $d = 1 + ndis_u[u, v]$;
if $d < N$ **then begin** $D_u[v] := d$; $Nb_u[v] := w$ **end**
else begin $D_u[v] := N$; $Nb_u[v] := udef$ **end**
end;
if переменная $D_u[v]$ изменила значение **then**
forall $x \in Neigh_u$ **do** send $\langle$**mydist**, $v, D_u[v]\rangle$ to x
end

Вычисление оценок $D_u[v]$ проводится следующим образом. Если $u = v$, то $d(u, v) = 0$, и в этом случае значение $D_u[v]$ полагается равным 0 .

Описание алгоритма Netchange

Процедура *Update(v)*
begin if $v = u$
then begin $D_u[v] := 0$; $Nb_u[v] := local$ **end**
else begin (* Оценить расстояние до вершины v *)
$d := 1 + \min\{ndis_u[w, v] : w \in Neigh_u\}$;
choose w: $d = 1 + ndis_u[u, v]$;
if $d < N$ **then begin** $D_u[v] := d$; $Nb_u[v] := w$ **end**
else begin $D_u[v] := N$; $Nb_u[v] := udef$ **end**
end;
if переменная $D_u[v]$ изменила значение **then**
forall $x \in Neigh_u$ **do** send $\langle$**mydist**, v, $D_u[v]\rangle$ to x
end

Если $u \neq v$, то кратчайший путь из u в v состоит из канала, соединяющего u с одним из соседей w , и кратчайшего пути из w в v . Поэтому $d(u, v) = 1 + \min_{w \in Neigh_u} d(w, v)$ — это оценка величины $d(u, v)$ в узле $u \neq v$ за счет применения данной формулы к **оценкам** величин $d(w, v)$, содержащимся в

Описание алгоритма Netchange

Процедура *Update(v)*

begin if $v = u$

then begin $D_u[v] := 0$; $Nb_u[v] := local$ **end**

else begin (* Оценить расстояние до вершины v *)

$d := 1 + \min\{ndis_u[w, v] : w \in Neigh_u\}$;

choose w: $d = 1 + ndis_u[u, v]$;

if $d < N$ **then begin** $D_u[v] := d$; $Nb_u[v] := w$ **end**

else begin $D_u[v] := N$; $Nb_u[v] := udef$ **end**

end;

if переменная $D_u[v]$ изменила значение **then**

forall $x \in Neigh_u$ **do** send $\langle$**mydist**, $v, D_u[v]\rangle$ to x

end

Коль скоро в сети имеется N узлов, длина пути с наименьшим числом звеньев не превосходит $N - 1$. Если же вычисленная оценка длины не меньше чем N , то можно предполагать, что такого пути вообще не существует; именно для этой цели в таблице используется значение N .

Описание алгоритма Netchange

Процедура *Update(v)*
begin if $v = u$
then begin $D_u[v] := 0$; $Nb_u[v] := local$ **end**
else begin (* Оценить расстояние до вершины v *)
$d := 1 + \min\{ndis_u[w, v] : w \in Neigh_u\}$;
choose w: $d = 1 + ndis_u[u, v]$;
if $d < N$ **then begin** $D_u[v] := d$; $Nb_u[v] := w$ **end**
else begin $D_u[v] := N$; $Nb_u[v] := udef$ **end**
end;
if переменная $D_u[v]$ изменила значение **then**
forall $x \in Neigh_u$ **do** send $\langle$**mydist**, v, $D_u[v]\rangle$ to x
end

Если оценка расстояния от узла u до узла v изменилась (т.е. уменьшилась), то узел u оповещает об этом всех своих соседей, чтобы те могли уточнить свом оценки.

Описание алгоритма Netchange

Proc-1 : Обработка сообщения $\langle \textbf{mydist}, v, d \rangle$ от соседа w:
{ Сообщение $\langle \textbf{mydist}, v, d \rangle$ в начале очереди Q_{wu} }
begin receive $\langle \textbf{mydist}, v, d \rangle$ from w ;
$ndis_u[w, v] := d$; $Update\ (v)$
end

После получения сообщения $\langle \textbf{mydist}, v, d \rangle$ от соседа w в узле u переменной $ndis_u[w, v]$ присваивается значение d . В результате изменения значения переменной $ndis_u[w, v]$ оценка $d(u, v)$ в узле u может измениться, и поэтому эта оценка перевычисляется всякий раз, когда происходят изменения в таблице $ndis_u$. Если оценка расстояния и в самом деле изменяется, например становится равной d' , то об этом оповещаются все соседи при помощи сообщений $\langle \textbf{mydist}, v, d' \rangle$.

Описание алгоритма Netchange

В ответ на выход из строя или восстановление работоспособности канала связи алгоритм вносит изменения в локальные таблицы и отправляет сообщение типа **mydist**, если при этом изменяются оценки расстояний.
Предполагается, что уведомления о поломках и починках каналов связи (допущение N3) поступают в виде сообщений типа **fail** и **repair**. Канал связи между узлами u_1 и u_2 моделируется парой очередей $Q_{u_1 u_2}$ и $Q_{u_2 u_1}$.

Описание алгоритма Netchange

В ответ на выход из строя или восстановление работоспособности канала связи алгоритм вносит изменения в локальные таблицы и отправляет сообщение типа **mydist**, если при этом изменяются оценки расстояний.
Предполагается, что уведомления о поломках и починках каналов связи (допущение N3) поступают в виде сообщений типа **fail** и **repair**. Канал связи между узлами u_1 и u_2 моделируется парой очередей $Q_{u_1 u_2}$ и $Q_{u_2 u_1}$.

Когда канал выходит из строя, эти очереди удаляются из конфигурации (что немедленно влечет за собой потерю всех сообщений в обеих очередях), а узлы по обе стороны канала связи получают сообщение типа **fail**.

Описание алгоритма Netchange

В ответ на выход из строя или восстановление работоспособности канала связи алгоритм вносит изменения в локальные таблицы и отправляет сообщение типа **mydist**, если при этом изменяются оценки расстояний.
Предполагается, что уведомления о поломках и починках каналов связи (допущение N3) поступают в виде сообщений типа **fail** и **repair**. Канал связи между узлами u_1 и u_2 моделируется парой очередей $Q_{u_1 u_2}$ и $Q_{u_2 u_1}$.

Когда канал выходит из строя, эти очереди удаляются из конфигурации (что немедленно влечет за собой потерю всех сообщений в обеих очередях), а узлы по обе стороны канала связи получают сообщение типа **fail**.

Когда связь в канале восстанавливается (или в сети появляется новый канал связи), в конфигурации возникают две новые пустые очереди, а узлы по обе стороны этого канала связи получают сообщение типа **repair**.

Описание алгоритма Netchange

Proc-2 : В случае выхода из строя канала uw:
begin receive $\langle \textbf{fail}, w \rangle$; $Neigh_u := Neigh_u \setminus \{w\}$;
forall $v \in V$ **do** $Update(v)$
end

Когда выходит из строя канал связи между узлами u и w , вершина w удаляется из списка $Neigh_u$.
Проводится перевычисление оценок расстояний до каждой вершины, и в случае изменения оценки, об этом узнают все оставшиеся соседи.
Это происходит, если неисправный канал ранее был одним из звеньев наилучшего маршрута и не осталось ни одного соседа w' , для которого верно равенство $ndis_u[w', v] = ndis_u[w, v]$.

Описание алгоритма Netchange

Proc-3 : В случае восстановления канала uw:
begin receive $\langle$**repair**, $w\rangle$; $Neigh_u := Neigh_u \cup \{w\}$;
forall $v \in V$ **do**
begin $ndis_u[w, v] := N$; send $\langle$**mydist**, $v, D_u[v]\rangle$ to w **end**
end

Когда канал связи восстанавливается, вершина w добавляется к списку вершин $Neigh_u$, но в памяти узла u еще нет никаких оценок расстояния $d(w, v)$.
Новому соседу w немедленно сообщаются оценки $D_u[v]$ расстояний от узла u до всех возможных вершин-адресатов v (путем отправления сообщений $\langle$**mydist**, $v, D_u[v]\rangle$.
До тех пор пока узел u не получит такого сообщения от узла w , величина N будет использоваться в нем для оценки расстояния $d(w, v)$, т. е. значение переменной $ndis_u[w, v]$ полагается равным N .

Описание алгоритма Netchange

Вычисление алгоритма завершается, когда в каналах связи не остается ни одного сообщения, находящегося на этапе пересылки.

Конфигурации такого вида не являются заключительными конфигурациями для всей системы в целом, потому что вычисление системы может быть продолжено, после того как какой-нибудь канал выйдет из строя или восстановит свою работоспособность (что потребует реакции со стороны алгоритма).

Конфигурацию, не имеющую в каналах связи ни одного сообщения, мы будем называть стабильной . Для описания этого явления введем два предиката:

$up(u, w) \equiv$ канал связи между узлами u, w исправен

$stable \equiv \forall\, u, w : up(u, w) \Rightarrow Q_{wu}$ не содержит сообщений **mydist**.

Инварианты алгоритма Netchange

Чтобы обосновать корректность алгоритма Netchange относительно требований R1 и R2 нам понадобятся (как вы думаете что?)

Инварианты алгоритма Netchange

Чтобы обосновать корректность алгоритма Netchange относительно требований R1 и R2 нам понадобятся (как вы думаете что?) ИНВАРИАНТЫ !

$$
\begin{aligned}
P(u,w,v) \quad \equiv & \\
& up(u,\,w) \iff w \in Neigh_u \qquad (1)\\
\wedge & \\
& up(u,w) \wedge Q_{wu} \text{ содержит сообщение } \langle \mathbf{mydist}, v, d\rangle \\
& \quad \Longrightarrow \quad \text{последнее сообщение в очереди} \\
& \qquad \text{удовлетворяет равенству } d = D_w[v] \qquad (2)\\
\wedge & \\
& up(u,w) \wedge Q_{wu} \text{ не содержит сообщений } \langle \mathbf{mydist}, v, d\rangle \\
& \quad \Longrightarrow \; ndis_u[w,\,v] = D_w[v] \qquad (3)
\end{aligned}
$$

Формула $P(u,\,w,\,v)$ утверждает: если процесс u завершил обработку сообщений типа **mydist**, полученных от процесса w , то оценка расстояния $d(w,\,v)$ в узле u совпадает с оценкой расстояния $d(w,\,v)$ в узле w .

Инварианты алгоритма Netchange

Лемма 1.

Для любой тройки вершин u_0, w_0, v_0 формула $P(u_0, w_0, v_0)$ является инвариантом.

Инварианты алгоритма Netchange

Лемма 1.

Для любой тройки вершин u_0, w_0, v_0 формула $P(u_0, w_0, v_0)$ является инвариантом.

Доказательство.

Будем считать, что вначале все списки $Neigh_u$ правильно отражают работоспособность каналов связи между узлами, т. е. соотношение (1) считается верным.

Инварианты алгоритма Netchange

Лемма 1.

Для любой тройки вершин u_0, w_0, v_0 формула $P(u_0, w_0, v_0)$ является инвариантом.

Доказательство.

Будем считать, что вначале все списки $Neigh_u$ правильно отражают работоспособность каналов связи между узлами, т. е. соотношение (1) считается верным.

Нужно рассмотреть инициализацию и три типа процедур:

1. Proc-1 : прием сообщения типа **mydist**. Происходит прием одного сообщения и (возможно) отправление нескольких сообщений.
2. Proc-2 : обрыв канала и обработка сообщения типа **fail** в узлах по обе стороны канала.
3. Proc-3 : восстановление канала и обработка сообщения типа **repair** в обоих узлах, соединенных этим каналом.

begin forall $w \in Neigh_u$, $v \in V$ **do** $ndis_u[w, v] := N$;
forall $v \in V$ **do**
begin $D_u[v] := N$; $Nb_u[v] := udef$ **end**;
$D_u[u] := 0$; $Nb_u[u] := local$;
forall $w \in Neigh_u$ **do** send $\langle \textbf{mydist}, u, 0 \rangle$ to w
end

$up(u_0, w_0) \iff w_0 \in Neigh_{u_0}$ (1)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ содержит сообщение $\langle \textbf{mydist}, v_0, d \rangle$
$\Longrightarrow$ последнее сообщение в очереди
удовлетворяет равенству $d = D_{w_0}[v_0]$ (2)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ не содержит сообщений $\langle \textbf{mydist}, v_0, d \rangle$
$\Longrightarrow$ $ndis_{u_0}[w_0, v_0] = D_{w_0}[v_0]$ (3)

В самом начале после выполнения процедуры инициализации в каждом узле соотношение (1) выполняется согласно сделанному допущению о списках $Neigh_u$.

begin forall $w \in Neigh_u$, $v \in V$ **do** $ndis_u[w, v] := N$;
forall $v \in V$ **do**
begin $D_u[v] := N$; $Nb_u[v] := udef$ **end**;
$D_u[u] := 0$; $Nb_u[u] := local$;
forall $w \in Neigh_u$ **do** send $\langle \textbf{mydist}, u, 0 \rangle$ to w
end

$up(u_0, w_0) \iff w_0 \in Neigh_{u_0}$ (1)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ содержит сообщение $\langle \textbf{mydist}, v_0, d \rangle$
$\Longrightarrow$ последнее сообщение в очереди
удовлетворяет равенству $d = D_{w_0}[v_0]$ (2)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ не содержит сообщений $\langle \textbf{mydist}, v_0, d \rangle$
$\Longrightarrow$ $ndis_{u_0}[w_0, v_0] = D_{w_0}[v_0]$ (3)

Если первоначально выполняется условие $\neg up(u_0, w_0)$, то соотношения (2) и (3), очевидно, выполняются.

begin forall $w \in Neigh_u$, $v \in V$ **do** $ndis_u[w, v] := N$;
forall $v \in V$ **do**
begin $D_u[v] := N$; $Nb_u[v] := udef$ **end**;
$D_u[u] := 0$; $Nb_u[u] := local$;
forall $w \in Neigh_u$ **do** send $\langle \textbf{mydist}, u, 0 \rangle$ to w
end

$up(u_0, w_0) \iff w_0 \in Neigh_{u_0}$ (1)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ содержит сообщение $\langle \textbf{mydist}, v_0, d \rangle$
$\Longrightarrow$ последнее сообщение в очереди
удовлетворяет равенству $d = D_{w_0}[v_0]$ (2)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ не содержит сообщений $\langle \textbf{mydist}, v_0, d \rangle$
$\Longrightarrow$ $ndis_{u_0}[w_0, v_0] = D_{w_0}[v_0]$ (3)

Если же вначале выполняется условие $up(u_0, w_0)$, то $w_0 \in Neigh_{u_0}$ согласно (1), и поэтому после инициализации $ndis_{u_0}[w_0, v_0] = N$.

begin forall $w \in Neigh_u$, $v \in V$ **do** $ndis_u[w, v] := N$;
forall $v \in V$ **do**
begin $D_u[v] := N$; $Nb_u[v] := udef$ **end**;
$D_u[u] := 0$; $Nb_u[u] := local$;
forall $w \in Neigh_u$ **do send** $\langle$**mydist**, $u, 0\rangle$ **to** w
end

$up(u_0, w_0) \iff w_0 \in Neigh_{u_0}$ (1)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ содержит сообщение $\langle$**mydist**, $v_0, d\rangle$
$\Longrightarrow$ последнее сообщение в очереди
удовлетворяет равенству $d = D_{w_0}[v_0]$ (2)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ не содержит сообщений $\langle$**mydist**, $v_0, d\rangle$
$\Longrightarrow$ $ndis_{u_0}[w_0, v_0] = D_{w_0}[v_0]$ (3)

Если $w_0 = v_0$, то $D_{w_0}[w_0] = 0$, но при этом в очереди $Q_{w_0 u_0}$ содержится сообщение $\langle$**mydist**, $v_0, 0\rangle$, и поэтому верны соотношения (2) и (3).

begin forall $w \in Neigh_u$, $v \in V$ **do** $ndis_u[w, v] := N$;
forall $v \in V$ **do**
begin $D_u[v] := N$; $Nb_u[v] := udef$ **end**;
$D_u[u] := 0$; $Nb_u[u] := local$;
forall $w \in Neigh_u$ **do** send $\langle$**mydist**, $u, 0\rangle$ to w
end

$up(u_0, w_0) \iff w_0 \in Neigh_{u_0}$ (1)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ содержит сообщение $\langle$**mydist**, $v_0, d\rangle$
$\Longrightarrow$ последнее сообщение в очереди
удовлетворяет равенству $d = D_{w_0}[v_0]$ (2)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ не содержит сообщений $\langle$**mydist**, $v_0, d\rangle$
$\Longrightarrow$ $ndis_{u_0}[w_0, v_0] = D_{w_0}[v_0]$ (3)

Если $w_0 \neq v_0$, то $D_{w_0}[v_0] = N$ и в очереди канала $(w_0 u_0)$ нет сообщений об узле v_0 , поэтому соотношения (2) и (3) также будут верны.

Proc-1 : Обработка сообщения $\langle \mathbf{mydist}, v, d \rangle$ от соседа w:
{ Сообщение $\langle \mathbf{mydist}, v, d \rangle$ в начале очереди Q_{wu} }
begin receive $\langle \mathbf{mydist}, v, d \rangle$ from w ;
$ndis_u[w, v] := d$; $Update\,(v)$
end

$up(u_0, w_0) \iff w_0 \in Neigh_{u_0}$ (1)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ содержит сообщение $\langle \mathbf{mydist}, v_0, d \rangle$
$\Longrightarrow$ последнее сообщение в очереди
удовлетворяет равенству $d = D_{w_0}[v_0]$ (2)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ не содержит сообщений $\langle \mathbf{mydist}, v_0, d \rangle$
$\Longrightarrow$ $ndis_{u)}[w_0, v_0] = D_{w_0}[v_0]$ (3)

Предположим, что узел u получает сообщение $\langle \mathbf{mydist}, v, d \rangle$ от узла w .

Это не влечет за собой никаких изменений топологии сети, и поэтому списки вершин-соседей $Neigh$ не изменяются, и соотношение (1) остается верным.

Если $v \neq v_0$, то с получением этого сообщения в формуле $P(u_0, w_0, v_0)$ ничего не изменяется.

Proc-1 : Обработка сообщения $\langle \mathbf{mydist}, v, d \rangle$ от соседа w:
{ Сообщение $\langle \mathbf{mydist}, v, d \rangle$ в начале очереди Q_{wu} }
begin receive $\langle \mathbf{mydist}, v, d \rangle$ from w ;
$ndis_u[w, v] := d$; $Update\ (v)$
end

$up(u_0, w_0) \iff w_0 \in Neigh_{u_0}$ (1)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ содержит сообщение $\langle \mathbf{mydist}, v_0, d \rangle$
$\Longrightarrow$ последнее сообщение в очереди
удовлетворяет равенству $d = D_{w_0}[v_0]$ (2)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ не содержит сообщений $\langle \mathbf{mydist}, v_0, d \rangle$
$\Longrightarrow$ $ndis_{u_0}[w_0, v_0] = D_{w_0}[v_0]$ (3)

Если $v = v_0, u = u_0, w = w_0$, то значение $ndis_{u_0}[w_0, v_0]$ может измениться.

Если $Q_{w_0 u_0}$ содержит еще одно сообщение об узле v_0 , то значения, содержащиеся в этом сообщении, удовлетворяют (2).

Соотношения (3) сохраняется, т.к. его предпосылка ложна.

Если в $Q_{w_0 u_0}$ больше нет сообщений об узле v_0 , то согласно (2) верно $d = D_{w_0}[v_0]$, и (3) становится верным. Т.к. предпосылка утверждения (2) становится ложной, (2) остается верным.

Proc-1 : Обработка сообщения $\langle \mathbf{mydist}, v, d \rangle$ от соседа w:
{ Сообщение $\langle \mathbf{mydist}, v, d \rangle$ в начале очереди Q_{wu} }
begin receive $\langle \mathbf{mydist}, v, d \rangle$ from w ;
$ndis_u[w, v] := d$; *Update* (v)
end

$up(u_0, w_0) \iff w_0 \in Neigh_{u_0}$ (1)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ содержит сообщение $\langle \mathbf{mydist}, v_0, d \rangle$
$\Longrightarrow$ последнее сообщение в очереди
удовлетворяет равенству $d = D_{w_0}[v_0]$ (2)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ не содержит сообщений $\langle \mathbf{mydist}, v_0, d \rangle$
$\Longrightarrow$ $ndis_{u_0}[w_0, v_0] = D_{w_0}[v_0]$ (3)

Если $v = v_0, u = w_0$ (и u_0 — сосед u), то заключения утверждений (2) или (3) могут стать ложными в том случае, когда значение $D_{w_0}[v_0]$ изменяется в результате выполнения процедуры $Update(v)$ в узле w_0 .

Процедура *Update(v)*
begin if $v = u$

$\ldots$

if переменная $D_u[v]$ изменила значение **then**

forall $x \in Neigh_u$ **do** send $\langle \textbf{mydist}, v, D_u[v] \rangle$ to x

end

$up(u_0, w_0) \iff w_0 \in Neigh_{u_0}$ (1)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ содержит сообщение $\langle \textbf{mydist}, v_0, d \rangle$

$\Longrightarrow$ последнее сообщение в очереди

удовлетворяет равенству $d = D_{w_0}[v_0]$ (2)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ не содержит сообщений $\langle \textbf{mydist}, v_0, d \rangle$

$\Longrightarrow$ $ndis_{u_0}[w_0, v_0] = D_{w_0}[v_0]$ (3)

Но изменение значения $D_{w_0}[v_0]$ процедурой $Update(v_0)$ в узле w_0 сопровождается отправкой сообщения $\langle \textbf{mydist}, v_0, .. \rangle$ с новым значением узлу u_0 . После этого предпосылка (3) становится ложной, а заключение (2) — истинным.

Это единственный случай, когда сообщение $\langle \textbf{mydist}, v_0, .. \rangle$ становится в очередь $Q_{w_0 u_0}$. Тогда $d = D_{w_0}[v_0]$.

Процедура *Update(v)*
begin if $v = u$

$\ldots$

if переменная $D_u[v]$ изменила значение **then**

forall $x \in Neigh_u$ **do** send $\langle \textbf{mydist}, v, D_u[v] \rangle$ to x

end

$up(u_0, w_0) \iff w_0 \in Neigh_{u_0}$ (1)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ содержит сообщение $\langle \textbf{mydist}, v_0, d \rangle$

$\Longrightarrow$ последнее сообщение в очереди удовлетворяет равенству $d = D_{w_0}[v_0]$ (2)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ не содержит сообщений $\langle \textbf{mydist}, v_0, d \rangle$

$\Longrightarrow ndis_{u_0}[w_0, v_0] = D_{w_0}[v_0]$ (3)

Если $v = v_0$ и $u \neq u_0, w_0$, то в формуле $P(u_0, w_0, v_0)$ ничего не изменяется.

Proc-2 : В случае выхода из строя канала uw:
begin receive $\langle \textbf{fail}, w \rangle$; $Neigh_u := Neigh_u \setminus \{w\}$;
forall $v \in V$ **do** $Update(v)$
end

$up(u_0, w_0) \iff w_0 \in Neigh_{u_0}$ (1)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ содержит сообщение $\langle \textbf{mydist}, v_0, d \rangle$
$\Longrightarrow$ последнее сообщение в очереди
удовлетворяет равенству $d = D_{w_0}[v_0]$ (2)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ не содержит сообщений $\langle \textbf{mydist}, v_0, d \rangle$
$\Longrightarrow$ $ndis_{u_0}[w_0, v_0] = D_{w_0}[v_0]$ (3)

Предположим, что канал (uw) выходит из строя.
Если $u = u_0, w = w_0$, то возникшая неисправность канала приводит к тому, что предпосылки (2) и (3) становятся ложными, и поэтому выполнимость этих утверждений сохраняется. Выполнимость (1) сохраняется, ввиду того что w_0 удаляется из списка $Neigh_{u_0}$.
То же самое имеет место и в случае $u = w_0$ и $w = u_0$.

Proc-2 : В случае выхода из строя канала uw:
begin receive $\langle \textbf{fail}, w \rangle$; $Neigh_u := Neigh_u \setminus \{w\}$;
forall $v \in V$ **do** $Update(v)$
end

$up(u_0,\ w_0) \iff w_0 \in Neigh_{u_0}$ (1)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ содержит сообщение $\langle \textbf{mydist}, v_0, d \rangle$
$\Longrightarrow$ последнее сообщение в очереди
удовлетворяет равенству $d = D_{w_0}[v_0]$ (2)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ не содержит сообщений $\langle \textbf{mydist}, v_0, d \rangle$
$\Longrightarrow$ $ndis_{u_0}[w_0,\ v_0] = D_{w_0}[v_0]$ (3)

Если $u = w_0$, но $w \neq u_0$, то заключения (2) и (3) могут стать ложными, поскольку $Update(v_0)$ в узле w_0 может изменить значение $D_{w_0}[v_0]$.

Процедура *Update(v)*
begin if $v = u$

$\ldots$

if переменная $D_u[v]$ изменила значение **then**

forall $x \in Neigh_u$ **do** send $\langle$**mydist**, v, $D_u[v]\rangle$ to x

end

$up(u_0, w_0) \iff w_0 \in Neigh_{u_0}$ (1)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ содержит сообщение $\langle$**mydist**, v_0, $d\rangle$

$\Longrightarrow$ последнее сообщение в очереди

удовлетворяет равенству $d = D_{w_0}[v_0]$ (2)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ не содержит сообщений $\langle$**mydist**,v_0,$d\rangle$

$\Longrightarrow$ $ndis_{u_0}[w_0, v_0] = D_{w_0}[v_0]$ (3)

Но w_0 отправляет сообщения $\langle$**mydist**, v_0, ..$\rangle$, и предпосылка (3) становится ложной, а заключение (2) становится истинным. Поэтому (2) и (3) сохранются.

Proc-2 : В случае выхода из строя канала uw:
begin receive $\langle \textbf{fail}, w \rangle$; $Neigh_u := Neigh_u \setminus \{w\}$;
forall $v \in V$ **do** $Update(v)$
end

$up(u_0, w_0) \iff w_0 \in Neigh_{u_0}$ (1)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ содержит сообщение $\langle \textbf{mydist}, v_0, d \rangle$
$\Longrightarrow$ последнее сообщение в очереди
удовлетворяет равенству $d = D_{w_0}[v_0]$ (2)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ не содержит сообщений $\langle \textbf{mydist}, v_0, d \rangle$
$\Longrightarrow$ $ndis_{u_0}[w_0, v_0] = D_{w_0}[v_0]$ (3)

Во всех остальных случаях в $P(u_0, w_0, v_0)$ не происходит изменений.

Proc-3 : В случае восстановления канала uw:
begin receive $\langle$**repair**, $w\rangle$; $Neigh_u := Neigh_u \cup \{w\}$;
forall $v \in V$ **do**
begin $ndis_u[w,\ v] := N$; send $\langle$**mydist**, $v, D_u[v]\rangle$ to w **end**
end

$up(u_0,\ w_0) \iff w_0 \in Neigh_{u_0}$ (1)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ содержит сообщение $\langle$**mydist**, $v_0, d\rangle$
$\Longrightarrow$ последнее сообщение в очереди
удовлетворяет равенству $d = D_{w_0}[v_0]$ (2)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ не содержит сообщений $\langle$**mydist**, $v_0, d\rangle$
$\Longrightarrow$ $ndis_{u_0}[w_0,\ v_0] = D_{w_0}[v_0]$ (3)

Предположим, что в сети появился канал (uw) .
Если $u = u_0, w = w_0$, то предикат $up(u_0,\ w_0)$ принимает значение true, но ввиду того что вершина w_0 добавляется в список $Neigh_{u_0}$ (а вершина u_0 — в список $Neigh_{w_0}$), выполнимость утверждения (1) сохраняется.

Proc-3 : В случае восстановления канала uw:
begin receive $\langle$**repair**, $w\rangle$; $Neigh_u := Neigh_u \cup \{w\}$;
forall $v \in V$ **do**
begin $ndis_u[w,\ v] := N$; send $\langle$**mydist**, $v, D_u[v]\rangle$ to w **end**
end

$up(u_0,\ w_0) \iff w_0 \in Neigh_{u_0}$ (1)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ содержит сообщение $\langle$**mydist**, $v_0, d\rangle$
$\Longrightarrow$ последнее сообщение в очереди
удовлетворяет равенству $d = D_{w_0}[v_0]$ (2)

$up(u_0, w_0) \wedge Q_{w_0 u_0}$ не содержит сообщений $\langle$**mydist**,v_0,$d\rangle$
$\Longrightarrow$ $ndis_u[w_0,\ v_0] = D_{w_0}[v_0]$ (3)

После отправления узлом w_0 сообщения $\langle$**mydist**, $v_0, D_{w_0}[v_0]\rangle$ заключение утверждения (2) становится истинным, а предпосылка утверждения (3) становится ложной, и поэтому выполнимость формулы $P(u_0,\ w_0,\ v_0)$ сохраняется.
Во всех остальных случаях в формуле $P(u_0,\ w_0,\ v_0)$ не происходит никаких изменений.

Инварианты алгоритма Netchange

Инвариант $P(u_0, w_0, v_0)$ подтверждает согласованность данных в разных узлах сети по ходу вычисления алгоритма.

Нам понадобится еще один инвариант, который подтверждает согласованность данных в каждом отдельном узле сети.

Инварианты алгоритма Netchange

Инвариант $P(u_0, w_0, v_0)$ подтверждает согласованность данных в разных узлах сети по ходу вычисления алгоритма.

Нам понадобится еще один инвариант, который подтверждает согласованность данных в каждом отдельном узле сети.

$$
\begin{aligned}
L(u, v) \quad & \equiv \\
& u = v \implies (D_u[v] = 0 \wedge Nb_u[v] = local) && (4) \\
\wedge & \\
& (u \neq v \wedge \exists w \in Neigh_u : ndis_u[w, v] < N - 1) \\
& \Rightarrow (D_u[v] = 1 + \min_{w \in Neigh_u} ndis_u[w, v] = 1 + ndis_u[Nb_u[v], v]) && (5) \\
\wedge & \\
& (u \neq v \wedge \forall w \in Neigh_u : ndis_u[w, v] \geq N - 1) \\
& \Rightarrow (D_u[v] = N \wedge Nb_u[v] = udef) && (6)
\end{aligned}
$$

Формула $L(u, v)$ гласит, что оценки расстояний $d(u, v)$ и содержимое списка $Nb_u[v]$ в узле u всегда согласовано с теми данными, которые хранятся в локальной памяти узла u .

Инварианты алгоритма Netchange

Лемма 2.

Для любой пары вершин u_0, v_0 формула $L(u_0, v_0)$ является инвариантом.

Инварианты алгоритма Netchange

Лемма 2.
Для любой пары вершин u_0, v_0 формула $L(u_0, v_0)$ является инвариантом.

Доказательство.

Самостоятельно.

Корректность алгоритма Netchange

Теорема 1.

Как только достигается стабильная конфигурация, таблицы $Nb_u[v]$ удовлетворяют следующим условиям

1) если $u = v$, то $Nb_u[v] = local$;
2) если существует путь из вершины u в вершину $v \neq u$, то $Nb_u[v] = w$, где w — первый сосед вершины u , который встречается на кратчайшем пути из u в v ;
3) если пути из вершины u в вершину v не существует, то $Nb_u[v] = udef$.

Корректность алгоритма Netchange

Теорема 1.

Как только достигается стабильная конфигурация, таблицы $Nb_u[v]$ удовлетворяют следующим условиям

1) если $u = v$, то $Nb_u[v] = local$;
2) если существует путь из вершины u в вершину $v \neq u$, то $Nb_u[v] = w$, где w — первый сосед вершины u , который встречается на кратчайшем пути из u в v ;
3) если пути из вершины u в вершину v не существует, то $Nb_u[v] = udef$.

Доказательство.

Когда алгоритм завершает свое выполнение, наряду с предикатом **stable** выполняется и формула $P(u, w, v)$ для всех троек вершин u, v, w , и отсюда следует, что для всех троек u, v, w справедливо соотношение

$$up(u, w) \implies ndis_u[w, v] = D_w[v]. \quad (1)$$

Корректность алгоритма Netchange

Принимая во внимание утверждение $L(u, v)$ для всех пар вершин u и v , мы получаем следующее соотношение:

$$D_u[v] = \begin{cases} 0, \text{ если } u = v, \\ 1 + \min\limits_{w \in Neigh_u} D_w[v], \text{ если } u \neq v \wedge \exists w \in Neigh_u : D_w[v] < N - 1 \\ N, \text{ если } u \neq v \wedge \forall w \in Neigh_u : D_w[v] \geq N - 1. \end{cases} \tag{2}$$

которого достаточно, чтобы доказать, что $D_u[v] = d(u, v)$ всякий раз, когда вершины u и v находятся в одной и той же компоненте связности сети, и $D_u[v] = N$, если u и v находятся в разных компонентах связности.

Корректность алгоритма Netchange

Вначале мы покажем, воспользовавшись индукцией по $d(u, v)$, что всякий раз, когда вершины u и v находятся в одной и той же компоненте связности сети, верно неравенство $D_u[v] \leq d(u, v)$.

Корректность алгоритма Netchange

Вначале мы покажем, воспользовавшись индукцией по $d(u, v)$, что всякий раз, когда вершины u и v находятся в одной и той же компоненте связности сети, верно неравенство $D_u[v] \leq d(u, v)$.

Случай $\mathbf{d(u, v) = 0}$.

В этом случае $u = v$, и поэтому $D_u[v] = 0$.

Корректность алгоритма Netchange

Вначале мы покажем, воспользовавшись индукцией по $d(u, v)$, что всякий раз, когда вершины u и v находятся в одной и той же компоненте связности сети, верно неравенство $D_u[v] \leq d(u, v)$.

Случай $\mathbf{d(u, v) = 0}$.

В этом случае $u = v$, и поэтому $D_u[v] = 0$.

Случай $\mathbf{d(u, v) = k + 1}$.

В этом случае существует такая вершина $w \in Neigh_u$, для которой $d(w, v) = k$. По индуктивному предположению $D_w[v] \leq k$, и отсюда вследствие соотношения

$$D_u[v] = 1 + \min_{w \in Neigh_u} D_w[v]$$

мы получаем $D_u[v] \leq k + 1$.

Корректность алгоритма Netchange

Теперь покажем индукцией по $D_u[v]$, что всякий раз, когда $D_u[v] < N$, из вершины u в вершину v существует путь, и при этом $d(u, v) \leq D_u[v]$.

Корректность алгоритма Netchange

Теперь покажем индукцией по $D_u[v]$, что всякий раз, когда $D_u[v] < N$, из вершины u в вершину v существует путь, и при этом $d(u, v) \leq D_u[v]$.

Случай $\mathbf{D_u[v] = 0}$.

Из формулы (2) следует, что $D_u[v] = 0$ только тогда, когда $u = v$. Это означает, что между вершинами u и v есть пустой путь и $d(u, v) = 0$.

Корректность алгоритма Netchange

Теперь покажем индукцией по $D_u[v]$, что всякий раз, когда $D_u[v] < N$, из вершины u в вершину v существует путь, и при этом $d(u, v) \leq D_u[v]$.

Случай $\mathbf{D_u[v] = 0}$.

Из формулы (2) следует, что $D_u[v] = 0$ только тогда, когда $u = v$. Это означает, что между вершинами u и v есть пустой путь и $d(u, v) = 0$.

$\mathbf{D_u[v] = k + 1 < N}$.

Из формулы (2) следует, что существует такая вершина $w \in Neigh_u$, для которой $D_w[v] = k$. По индуктивному предположению между вершинами w и v существует путь и $d(w, v) \leq k$. Отсюда следует, что между вершинами u и v также есть путь и $d(u, v) \leq k + 1$.

Корректность алгоритма Netchange

$$u = v \implies (D_u[v] = 0 \wedge Nb_u[v] = local) \quad (4)$$

$$(u \neq v \wedge \exists w \in Neigh_u : ndis_u[w, v] < N - 1)$$
$$\Rightarrow (D_u[v] = 1 + \min_{w \in Neigh_u} ndis_u[w, v] = 1 + ndis_u[Nb_u[v], v]) \quad (5)$$

$$(u \neq v \wedge \forall w \in Neigh_u : ndis_u[w, v] \geq N - 1)$$
$$\Rightarrow (D_u[v] = N \wedge Nb_u[v] = udef) \quad (6)$$

$$D_u[v] = \begin{cases} 0, \text{ если } u = v, \\ 1 + \min\limits_{w \in Neigh_u} D_w[v], \text{ если } u \neq v \wedge \exists w \in Neigh_u : D_w[v] < N - 1 \\ N, \text{ если } u \neq v \wedge \forall w \in Neigh_u : D_w[v] \geq N - 1. \end{cases}$$

Таким образом, если u и v находятся в одной и той же компоненте связности, то $D_u[v] = d(u, v)$, а в противном случае $D_u[v] = N$. Отсюда, принимая во внимание формулу (2) и предложение $\forall u, v : L(u, v)$, получаем заявленный в утверждении теоремы результат о таблицах $Nb_u[v]$. $\square$

Завершаемость алгоритма Netchange

Чтобы убедиться в том, что стабильная ситуация рано или поздно наступит, после того как завершатся изменения топологии, мы введем нормирующую функцию по отношению к предикату **stable** .Для конфигурации γ нашего алгоритма будем полагать

$$\begin{aligned} t_i &= (\text{число сообщений типа } \langle \mathbf{mydist}, .., i \rangle) + \\ &+ (\text{число упорядоченных пар } u, v, \text{ для которых } D_u[v] = i), \end{aligned}$$

и значением функции f будем считать $(N+1)$ -местный набор

$$f(\gamma) = (t_0, t_1, \ldots, t_N).$$

На множестве таких наборов введем лексикографический порядок $\leq_l$. Здесь нужно вспомнить о том, что $(\mathbb{N}^{N+1}, \leq_l)$ является вполне упорядоченным множеством.

Завершаемость алгоритма Netchange

Лемма 3.

Обработка сообщений типа **mydist** приводит к уменьшению значения f .

Завершаемость алгоритма Netchange

Лемма 3.

Обработка сообщений типа **mydist** приводит к уменьшению значения f .

Доказательство.

Предположим, что в узел u , у которого $D_u[v] = d_1$, поступило сообщение $\langle \textbf{mydist}, v, d_2 \rangle$, и после выполнения перевычисления новое значение переменной $D_u[v]$ становится равным d . Из описания алгоритма вытекает, что $d \leq d_2 + 1$.

Завершаемость алгоритма Netchange

Случай $\mathbf{d < d_1}$.

Тогда $d = d_2 + 1$, и отсюда следует, что значение t_{d_2} (равно как и t_{d_1}) уменьшается на единицу, и только значения t_d , у которых $d > d_2$, увеличиваются. Отсюда следует, что значение функции f уменьшается.

Завершаемость алгоритма Netchange

Случай $\mathbf{d < d_1}$.

Тогда $d = d_2 + 1$, и отсюда следует, что значение t_{d_2} (равно как и t_{d_1}) уменьшается на единицу, и только значения t_d , у которых $d > d_2$, увеличиваются. Отсюда следует, что значение функции f уменьшается.

Случай $\mathbf{d = d_1}$.

Узел u не отправляет никаких новых сообщений типа **mydist**, и на функции f это сказывается только в том, что значение t_{d_2} уменьшается на единицу. Поэтому значение f уменьшается.

Завершаемость алгоритма Netchange

Случай $\mathbf{d < d_1}$.

Тогда $d = d_2 + 1$, и отсюда следует, что значение t_{d_2} (равно как и t_{d_1}) уменьшается на единицу, и только значения t_d , у которых $d > d_2$, увеличиваются. Отсюда следует, что значение функции f уменьшается.

Случай $\mathbf{d = d_1}$.

Узел u не отправляет никаких новых сообщений типа **mydist**, и на функции f это сказывается только в том, что значение t_{d_2} уменьшается на единицу. Поэтому значение f уменьшается.

Случай $\mathbf{d > d_1}$.

Тогда значение t_{d_1} (равно как и t_{d_2}) уменьшается на единицу, и только значения t_d , у которых $d > d_1$, увеличиваются. Отсюда следует, что значение функции f уменьшается.

Завершаемость алгоритма Netchange

Теорема 2.

Если начиная с какого-то момента топология сети остается неизменной, то спустя конечное число шагов алгоритм достигает стабильной конфигурации.

Завершаемость алгоритма Netchange

Теорема 2.

Если начиная с какого-то момента топология сети остается неизменной, то спустя конечное число шагов алгоритм достигает стабильной конфигурации.

Доказательство.

Если топология сети не претерпевает никаких изменений, то в дальнейшем происходит только обработка сообщений типа **mydist**, и согласно предыдущей лемме с каждым таким переходом значение функции f уменьшается.

В таком случае вследствие фундированности множества значений функции f может произойти только конечное число переходов. Значит, после конечного числа шагов алгоритм достигнет конфигурации, в которой предикат stable обращается в истину.

Особенности реализации алгоритма Netchange

Корректность алгоритма, гарантирующая построение правильных таблиц за конечное число шагов, после последнего топологического изменения, мало что говорит нам о настоящем поведении алгоритма.

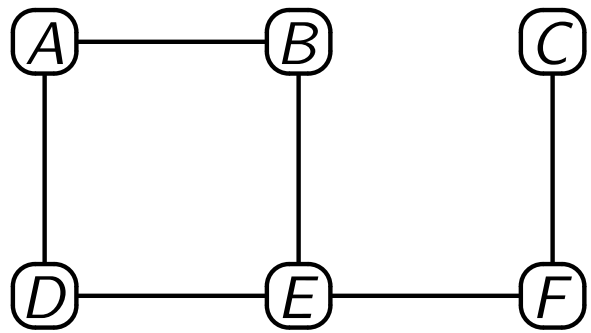
Пока предикат stable ложен, ничего определенного о таблицах маршрутизации не известно. Они могут содержать циклы или даже вообще давать неверную информацию о достижимости вершин-адресатов. Поэтому предложенный алгоритм можно использовать только в таких приложениях, где топологические изменения редки, а время сходимости алгоритма невелико по сравнению со средним периодом времени между возникновением двух изменений в топологии сети.

Еще более осложняет ситуацию то обстоятельство, что предикат **stable** задает глобальное свойство, и поэтому с точки зрения отдельного узла сети стабильная конфигурация алгоритма неотличима от нестабильной конфигурации.

Особенности реализации алгоритма Netchange

Задача.

Выясните, какие значения будут иметь все переменные в заключительной конфигурации алгоритма Netchange в том случае, когда этот алгоритм применяется к сети, имеющей следующую топологическую структуру:



После того как была достигнута заключительная конфигурация, в сети возник новый канал связи между узлами A и F. Какое сообщение узел F отправит узлу A при обработке уведомления $\langle \textbf{repair}, A \rangle$? Какое послание узел A отправит узлу F в ответ на это сообщение?

Особенности реализации алгоритма Netchange

Асинхронная обработка уведомлений

Мы считали, что уведомления о топологических изменениях обрабатываются синхронно по обе стороны канала связи.

Можно учитывать задержку обработки таких уведомлений. Канал связи wu моделируется посредством трех очередей:

1) OQ_{wu} — выходная очередь узла w ;
2) TQ_{wu} — очередь сообщений (или пакетов данных), которые уже были переправлены;
3) IQ_{wu} — входная очередь узла u .

Когда в канале возникает неисправность, из очередей TQ_{wu} и OQ_{wu} выбрасываются все сообщения, а в конец очереди IQ_{wu} добавляется сообщение $\langle \mathbf{fail}, w \rangle$. Когда возобновляется нормальное функционирование канала связи, в конец очереди IQ_{wu} добавляется сообщение $\langle \mathbf{repair}, w \rangle$. В этом случае предикаты $P(u, w, v)$ будут иметь чуть более сложную структуру, но сам алгоритм останется без изменения.

Особенности реализации алгоритма Netchange

Маршрутизация по кратчайшим путям

Каждому каналу связи можно приписать весовой коэффициент; после этого рассмотренный нами алгоритм можно модифицировать так, чтобы он вместо путей с наименьшим числом звеньев вычислял кратчайшие пути. Процедура *Update* в алгоритме Netchange будет учитывать вес канала связи uw при оценке длины кратчайшего пути через узел w , если заменить константу 1 на весовой коэффициент ω_{uw} . При этом константа N должна быть заменена в алгоритме на какую-нибудь верхнюю оценку диаметра сети.

Можно даже провести такое обобщение этого алгоритма, чтобы он мог работать с каналами связи, имеющими переменный вес; реакцией узла u на изменение весового коэффициента канала должно быть перевычисление значений переменных $D_u[v]$ для всех вершин v .

Другие виды маршрутизации

До сих пор мы имели дело с алгоритмами маршрутизации, которые в каждом узле сети создают и поддерживают таблицы маршрутизации с отдельным входом для каждой вершины-адресата. Можно сократить объем памяти и издержки, связанные с просмотром таблиц.

Общая стратегия получения таблиц меньшего размера такова. Для каждого канала связи, примыкающего к узлу, строится список вершин-адресатов, маршруты к которым начинаются с прохождения этого канала. Экономия памяти будет зависеть от того, насколько компактно можно представить множество всех вершин-адресатов, соответствующих каждому каналу связи. Чтобы эффективно проводить поиск в таблицах, они должны быть устроены так, чтобы для заданной вершины-адресата на основе таблиц можно было быстро выбрать соответствующий ей исходящий канал связи.

Другие виды маршрутизации

Схема древесной разметки

Этот метод помечает вершины целыми числами от 0 до $N-1$ так, чтобы для каждого канала связи множество вершин-адресатов, сообщение с которыми осуществляется через этот канал, представляло собой интервал.

Циклическим интервалом $[a,\, b)$ на множестве $\mathbb{Z}$ будем называть всякое множество целых чисел, удовлетворяющее следующему соотношению:

$$[a,\, b) = \begin{cases} \{a,\, a+1,\, \ldots,\, b-1\}, & \text{если} \quad a < b, \\ \{0,\, \ldots,\, b-1,\, a,\, \ldots,\, N-1\}, & \text{если} \quad a \geq b. \end{cases}$$

Другие виды маршрутизации

Схема древесной разметки

(* Пакет с адресом d был получен или создан в узле u *)
if $d = l_u$
  then пакет доставлен по адресу
  else begin выбрать такое число α_i, что $d \in [\alpha_i, \alpha_{i+1})$;
    отправить пакет по каналу, помеченному α_i
  end

Другие виды маршрутизации

Схема древесной разметки

(* Пакет с адресом d был получен или создан в узле u *)
if $d = l_u$
then пакет доставлен по адресу
else begin выбрать такое число α_i, что $d \in [\alpha_i, \alpha_{i+1})$;
отправить пакет по каналу, помеченному α_i
end

Теорема 3

Вершины дерева T можно занумеровать таким образом, чтобы для всякой вершины и каждого исходящего из этой вершины канала множество узлов, путь в которые проходит через этот канал, образовывало циклический интервал.

Другие виды маршрутизации

Схема древесной разметки

Достоинства

Для задания одного циклического интервала можно обойтись $2 \log N$ битами, указывая только границы интервала.

Другие виды маршрутизации

Схема древесной разметки

Достоинства

Для задания одного циклического интервала можно обойтись $2 \log N$ битами, указывая только границы интервала.

Недостатки

1. Каналы, не принадлежащие дереву T , не используются, а это означает, что ресурсы сети расходуются неэкономно.
2. Весь трафик сосредоточен в дереве, а это приводит к перегрузкам в сети.
3. Всякая неисправность в одном канале дерева T приводит к разрыву сети.

Другие виды маршрутизации

Схема интервальной разметки

Обобщение схемы древесной разметки, которое позволило применять эту схему к произвольным сетям таким образом, что почти каждый канал оказывается задействованным в продвижении пакетов.

Другие виды маршрутизации

Схема интервальной разметки

Обобщение схемы древесной разметки, которое позволило применять эту схему к произвольным сетям таким образом, что почти каждый канал оказывается задействованным в продвижении пакетов.

Префиксная маршрутизация

В префиксной маршрутизации пометками вершин и каналов служат строки. Чтобы выбрать канал, по которому нужно продвигать пакет, алгоритм рассматривает все пометки каналов, являющиеся префиксом адреса вершины назначения. Выбирается наиболее длинная из таких пометок, и продвижение сообщения проводится по соответствующему каналу.

Другие виды маршрутизации

Схема интервальной разметки

Обобщение схемы древесной разметки, которое позволило применять эту схему к произвольным сетям таким образом, что почти каждый канал оказывается задействованным в продвижении пакетов.

Префиксная маршрутизация

В префиксной маршрутизации пометками вершин и каналов служат строки. Чтобы выбрать канал, по которому нужно продвигать пакет, алгоритм рассматривает все пометки каналов, являющиеся префиксом адреса вершины назначения. Выбирается наиболее длинная из таких пометок, и продвижение сообщения проводится по соответствующему каналу.

Иерархическая маршрутизация

Иерархический метод маршрутизации предполагает разбиение сети на кластеры.

КОНЕЦ ЛЕКЦИИ 5-2.