

# Распределенные алгоритмы и системы

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы → Распределенные алгоритмы и системы

## Блок 25

Примеры волновых алгоритмов:  
алгоритм Финна

Лектор:

**Подымов Владислав Васильевич**

E-mail:

**valdus@yandex.ru**

# Описание алгоритма Финна

Алгоритм Финна во многом схож с фазовым,

- ▶ не использует значение диаметра сети,
- ▶ но взамен существенно использует различимость (уникальные имена) узлов

По ходу выполнения алгоритма в каждом узле формируются два множества имён узлов:

1.  $q \in Pre_p \Leftrightarrow$  хотя бы одно действие  $q$  предшествует последнему действию  $p$
2.  $q \in NPre_p \Leftrightarrow$  хотя бы одно действие каждого входного соседа  $q$  предшествует последнему действию  $p$

Каждый узел обновляет свои знания об этих двух множествах согласно полученным сообщениям и включает эти множества в отправляемые сообщения

Как только достигается равенство  $Pre_p = NPre_p$ , узел  $p$  принимает решение

Как и раньше, полагаем заданным сильно связный орграф топологии  $\Gamma = (V, E)$

# Описание алгоритма Финна

Переменные узла  $p$ :

- ▶  $Pre_p : 2^V = \{p\}$
- ▶  $NPre_p : 2^V = \emptyset$
- ▶  $R_p[q] : bool = \mathbb{f}$  для каждого  $q \in \text{in}_p$

Процедура  $Propagate_p$  пересылки сообщений узлом  $p$ :

1. Пока  $Pre_p \neq NPre_p$ :
  - 1.1  $receive(\mathbf{tok}, (Pre, NPre)) \leftarrow q_0$  для любого  $q_0 \in \text{in}_p$
  - 1.2  $Pre_p := Pre_p \cup Pre$ ;
  - 1.3  $NPre_p := NPre_p \cup NPre$ ;
  - 1.4  $R_p[q_0] := \mathbb{t}$ ;
  - 1.5 Если  $\bigwedge_{q \in \text{in}_p} rec_p[q]$ :
    - 1.5.1  $NPre_p := NPre_p \cup \{p\}$ ;
  - 1.6 Если хотя бы одно из множеств  $Pre_p, NPre_p$  изменилось в (1.1–1.5):
    - 1.6.1 Для всех  $q \in \text{out}_p$ :  $send(\mathbf{tok}, (Pre_p, NPre_p)) \rightarrow q$

# Описание алгоритма Финна

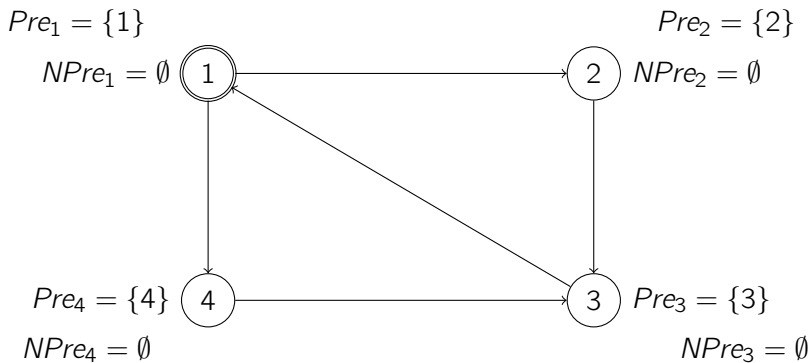
Код последователя  $p$ :

1.  $Propagate_p$
2.  $decide$

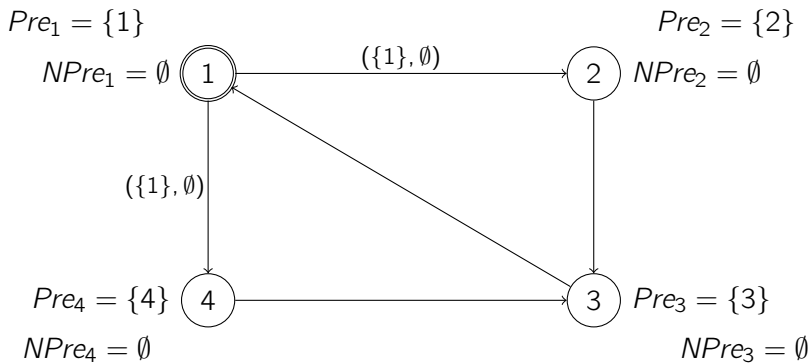
Код инициатора  $p$ :

1. Для каждого  $q \in \text{out}_p$ :  $send(\mathbf{tok}) \rightarrow q$
2.  $Propagate_p$
3.  $decide$

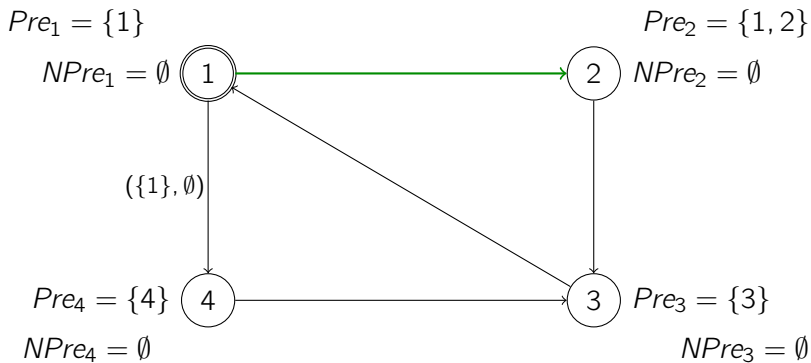
# Пример выполнения алгоритма Финна



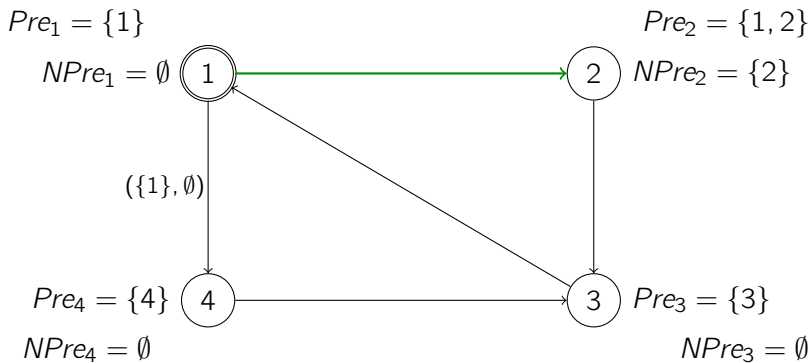
# Пример выполнения алгоритма Финна



# Пример выполнения алгоритма Финна

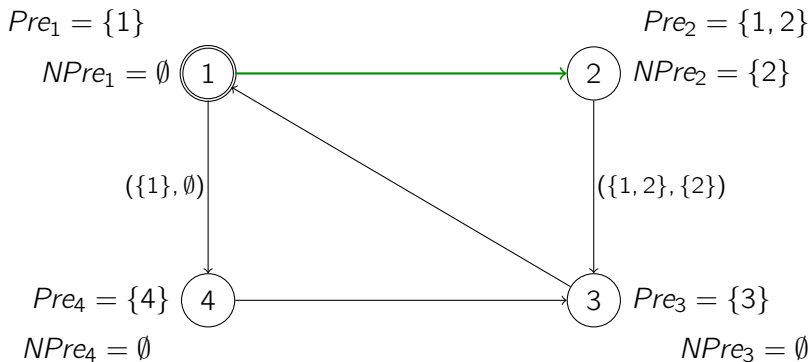


# Пример выполнения алгоритма Финна

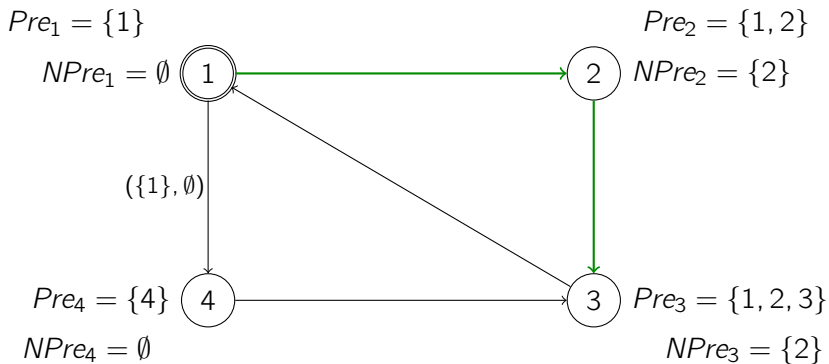




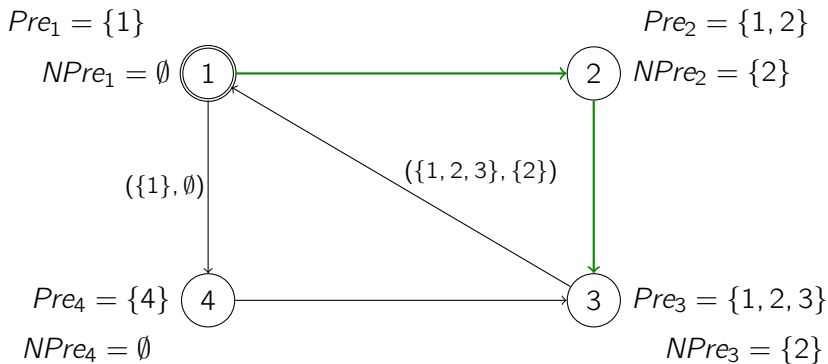
# Пример выполнения алгоритма Финна



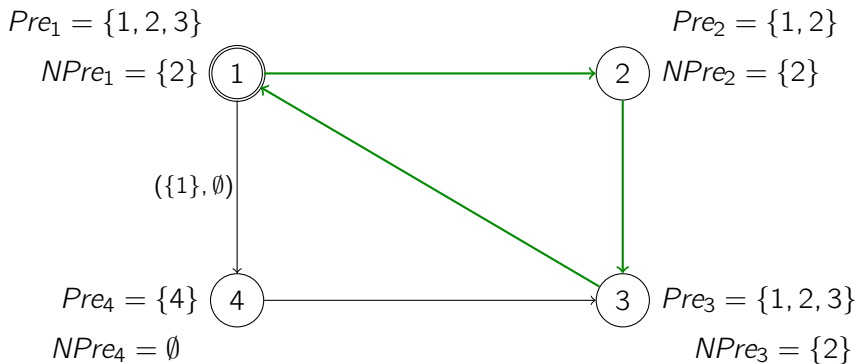
# Пример выполнения алгоритма Финна



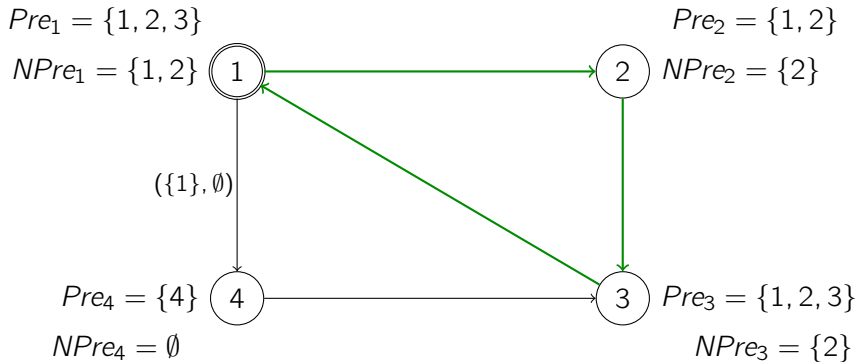
# Пример выполнения алгоритма Финна



# Пример выполнения алгоритма Финна



# Пример выполнения алгоритма Финна



# Пример выполнения алгоритма Финна

$$Pre_1 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_1 = \{1, 2\}$$

$$Pre_2 = \{1, 2\}$$

$$NPre_2 = \{2\}$$

$(\{1, 2, 3\}, \{1, 2\})$



$(\{1\}, \emptyset), (\{1, 2, 3\}, \{1, 2\})$



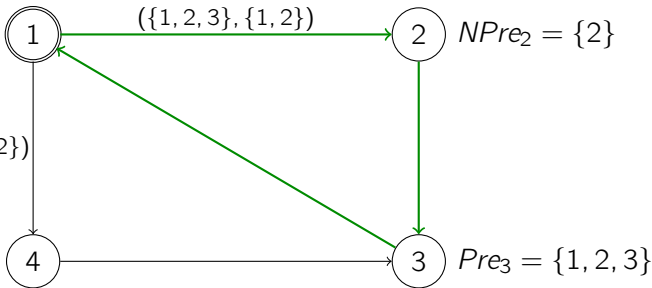
$$Pre_4 = \{4\}$$

$$NPre_4 = \emptyset$$



$$Pre_3 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_3 = \{2\}$$



# Пример выполнения алгоритма Финна

$$Pre_1 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_1 = \{1, 2\}$$

$$Pre_2 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_2 = \{1, 2\}$$



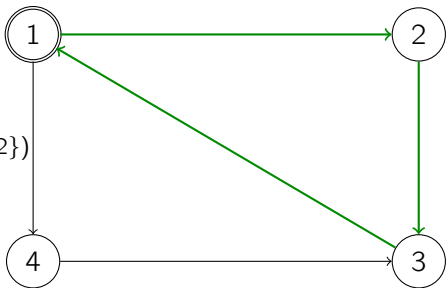
$(\{1\}, \emptyset), (\{1, 2, 3\}, \{1, 2\})$

$$Pre_4 = \{4\}$$

$$NPre_4 = \emptyset$$

$$Pre_3 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_3 = \{2\}$$



# Пример выполнения алгоритма Финна

$$Pre_1 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_1 = \{1, 2\}$$

$$Pre_2 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_2 = \{1, 2\}$$

$$(\{1\}, \emptyset), (\{1, 2, 3\}, \{1, 2\})$$

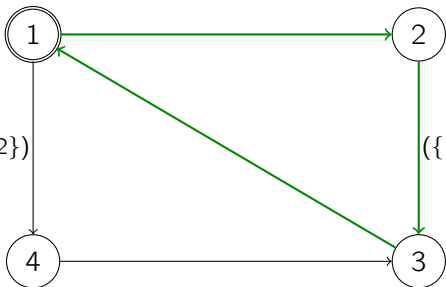
$$(\{1, 2, 3\}, \{1, 2\})$$

$$Pre_4 = \{4\}$$

$$NPre_4 = \emptyset$$

$$Pre_3 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_3 = \{2\}$$





# Пример выполнения алгоритма Финна

$$Pre_1 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_1 = \{1, 2\}$$

$$Pre_2 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_2 = \{1, 2\}$$

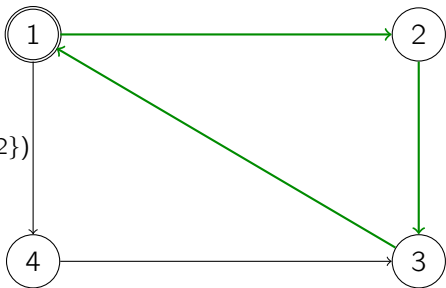
$$(\{1\}, \emptyset), (\{1, 2, 3\}, \{1, 2\})$$

$$Pre_4 = \{4\}$$

$$NPre_4 = \emptyset$$

$$Pre_3 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_3 = \{1, 2\}$$



# Пример выполнения алгоритма Финна

$$Pre_1 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_1 = \{1, 2\}$$

$$Pre_2 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_2 = \{1, 2\}$$

$$(\{1\}, \emptyset), (\{1, 2, 3\}, \{1, 2\})$$

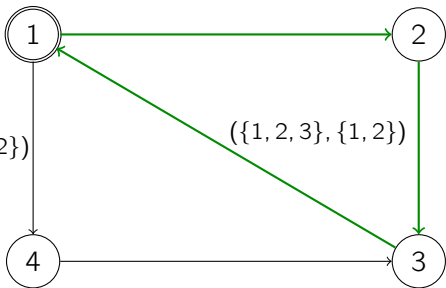
$$(\{1, 2, 3\}, \{1, 2\})$$

$$Pre_4 = \{4\}$$

$$NPre_4 = \emptyset$$

$$Pre_3 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_3 = \{1, 2\}$$



# Пример выполнения алгоритма Финна

$$Pre_1 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_1 = \{1, 2\}$$

$$Pre_2 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_2 = \{1, 2\}$$

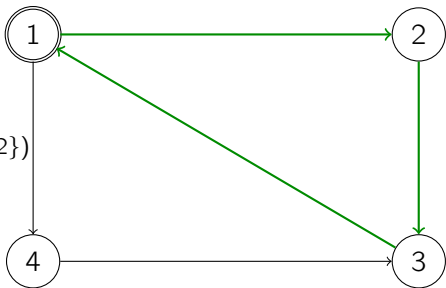
$$(\{1\}, \emptyset), (\{1, 2, 3\}, \{1, 2\})$$

$$Pre_4 = \{4\}$$

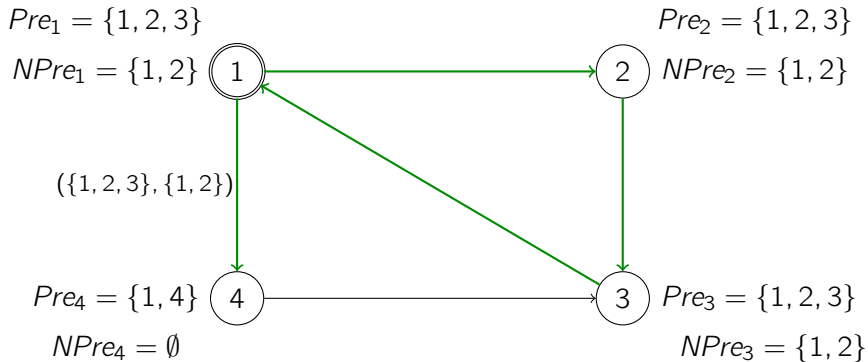
$$NPre_4 = \emptyset$$

$$Pre_3 = \{1, 2, 3\}$$

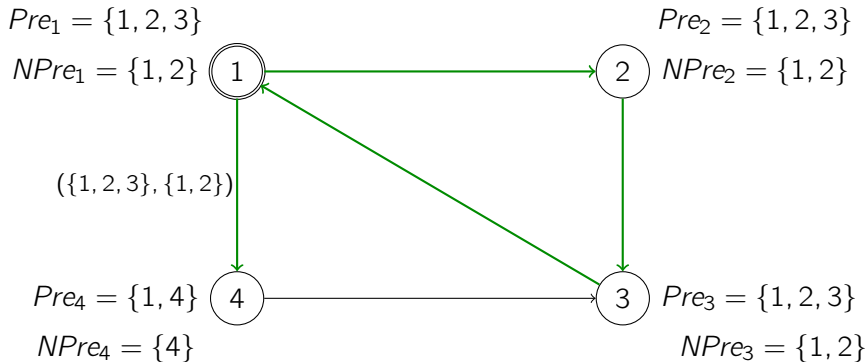
$$NPre_3 = \{1, 2\}$$



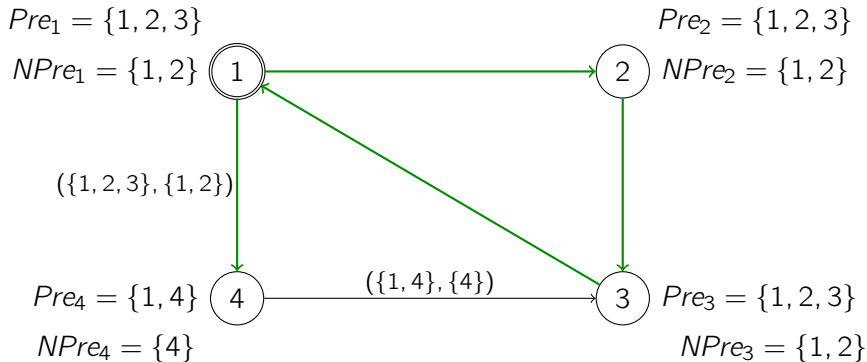
# Пример выполнения алгоритма Финна



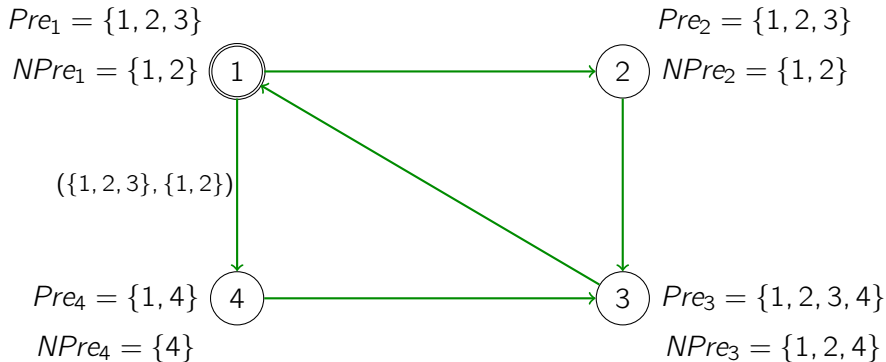
# Пример выполнения алгоритма Финна



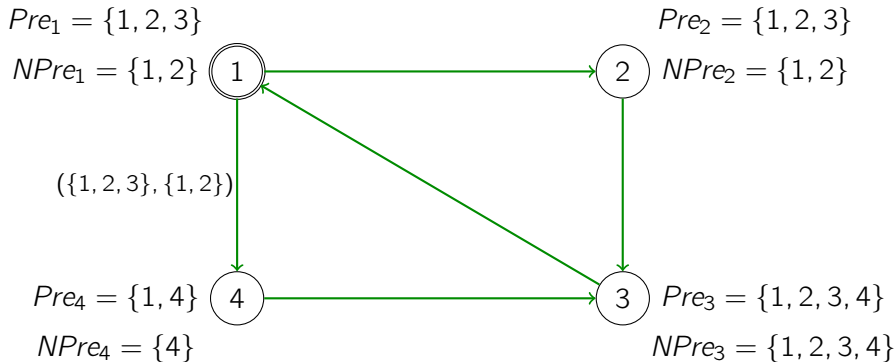
# Пример выполнения алгоритма Финна



## Пример выполнения алгоритма Финна

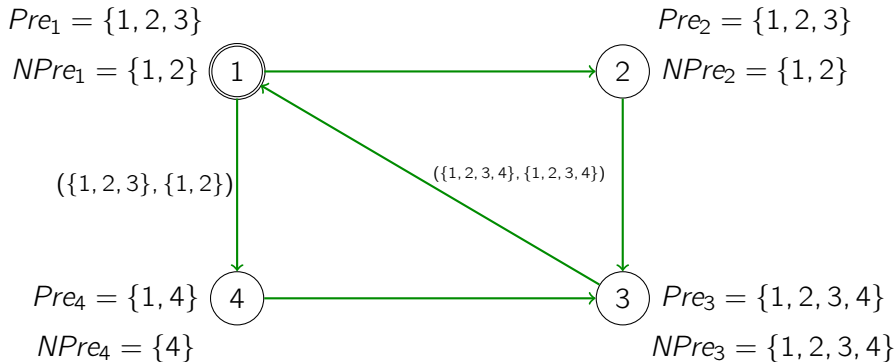


# Пример выполнения алгоритма Финна

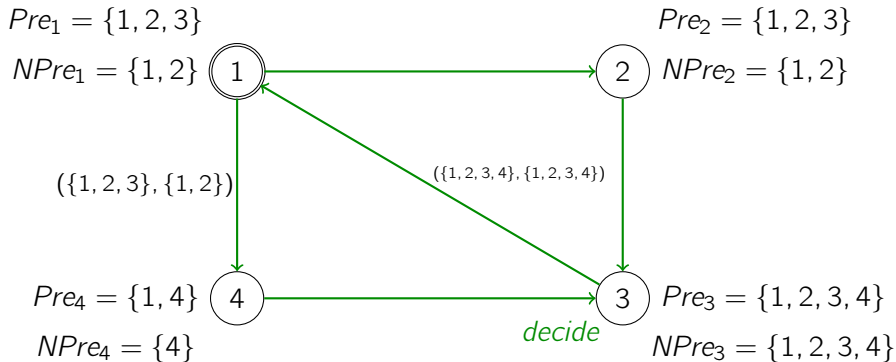




# Пример выполнения алгоритма Финна



# Пример выполнения алгоритма Финна



# Пример выполнения алгоритма Финна

**Задача 1 (трудная).** Докажите, что алгоритм Финна является ВОЛНОВЫМ

**Задача 2 (попроще).** Докажите, что если  $q \in Pre_p$ , то последнему действию узла  $p$  причинно-следственно предшествует хотя бы одно действие узла  $q$

**Задача 3 (средней сложности).** Докажите, что если  $q \in NPre_p$ , то последнему действию узла  $p$  причинно-следственно предшествует хотя бы одно действие каждого из узлов множества  $in_q$