

Распределенные алгоритмы и системы

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы → Распределенные алгоритмы и системы

Блок 25

Примеры волновых алгоритмов:
алгоритм Финна

Лектор:

Подымов Владислав Васильевич

E-mail:

valdus@yandex.ru

Описание алгоритма Финна

Алгоритм Финна во многом схож с фазовым,

- ▶ не использует значение диаметра сети,
- ▶ но взамен существенно использует различимость (уникальные имена) узлов

По ходу выполнения алгоритма в каждом узле формируются два множества имён узлов:

1. $q \in Pre_p \Leftrightarrow$ хотя бы одно действие q предшествует последнему действию p
2. $q \in NPre_p \Leftrightarrow$ хотя бы одно действие каждого входного соседа q предшествует последнему действию p

Каждый узел обновляет свои знания об этих двух множествах согласно полученным сообщениям и включает эти множества в отправляемые сообщения

Как только достигается равенство $Pre_p = NPre_p$, узел p принимает решение

Как и раньше, полагаем заданным сильно связный орграф топологии $\Gamma = (V, E)$

Описание алгоритма Финна

Переменные узла p :

- ▶ $Pre_p : 2^V = \{p\}$
- ▶ $NPre_p : 2^V = \emptyset$
- ▶ $R_p[q] : bool = \mathbb{f}$ для каждого $q \in \text{in}_p$

Процедура $Propagate_p$ пересылки сообщений узлом p :

1. Пока $Pre_p \neq NPre_p$:
 - 1.1 $receive(\mathbf{tok}, (Pre, NPre)) \leftarrow q_0$ для любого $q_0 \in \text{in}_p$
 - 1.2 $Pre_p := Pre_p \cup Pre$;
 - 1.3 $NPre_p := NPre_p \cup NPre$;
 - 1.4 $R_p[q_0] := \mathbb{t}$;
 - 1.5 Если $\bigwedge_{q \in \text{in}_p} rec_p[q]$:
 - 1.5.1 $NPre_p := NPre_p \cup \{p\}$;
 - 1.6 Если хотя бы одно из множеств $Pre_p, NPre_p$ изменилось в (1.1–1.5):
 - 1.6.1 Для всех $q \in \text{out}_p$: $send(\mathbf{tok}, (Pre_p, NPre_p)) \rightarrow q$

Описание алгоритма Финна

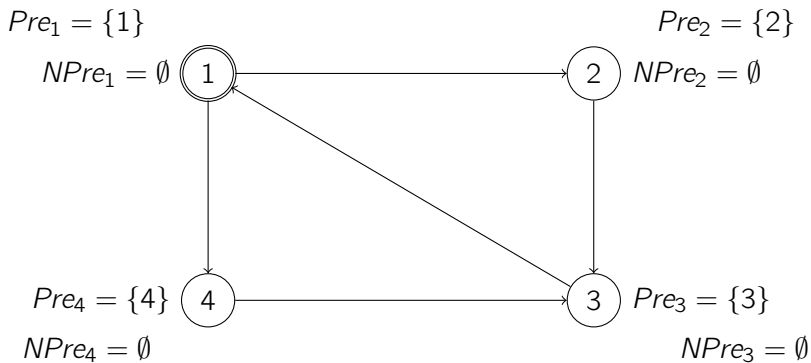
Код последователя p :

1. *Propagate_p*
2. *decide*

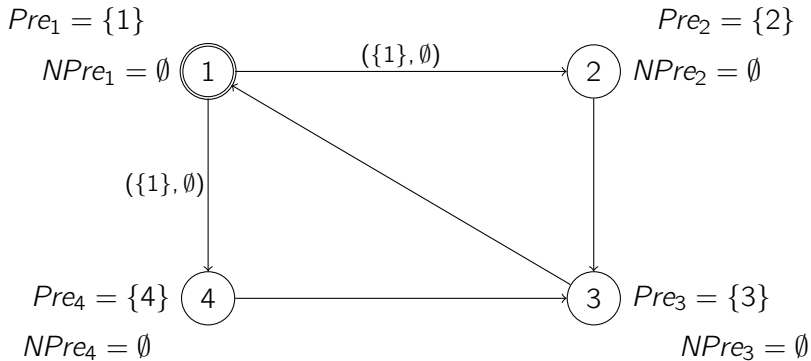
Код инициатора p :

1. Для каждого $q \in \text{out}_p$: *send(tok)* $\rightarrow q$
2. $S_p[q] := S_p[q] + 1$;
3. *Propagate_p*
4. *decide*

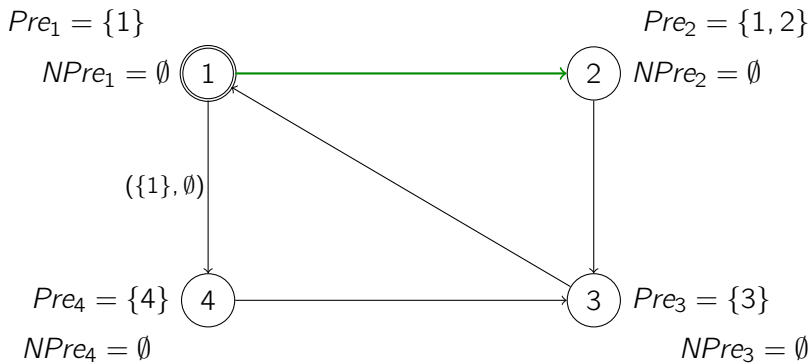
Пример выполнения алгоритма Финна



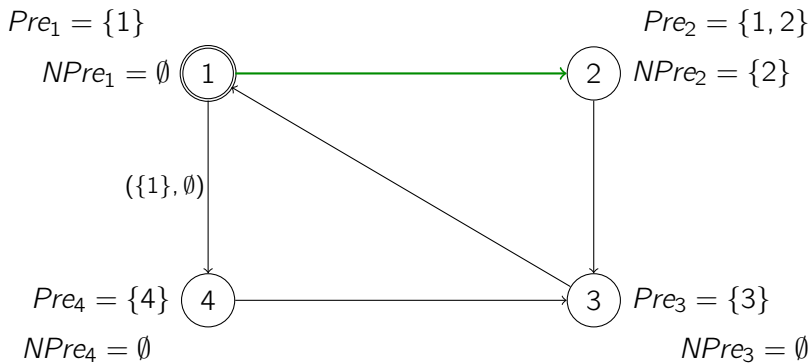
Пример выполнения алгоритма Финна



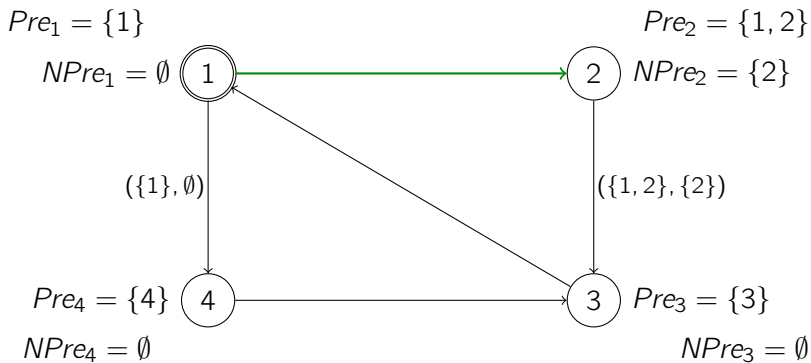
Пример выполнения алгоритма Финна



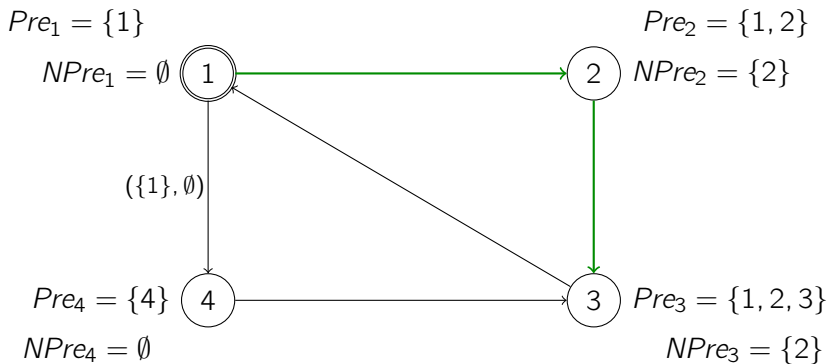
Пример выполнения алгоритма Финна



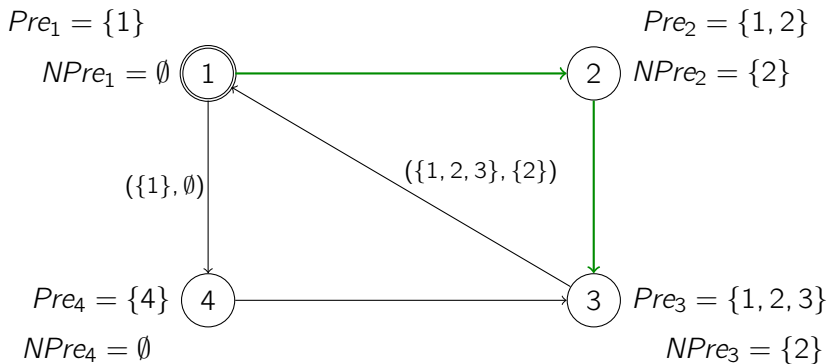
Пример выполнения алгоритма Финна



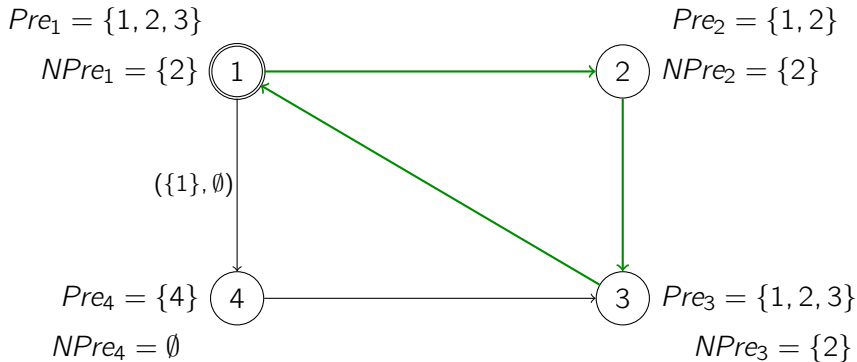
Пример выполнения алгоритма Финна



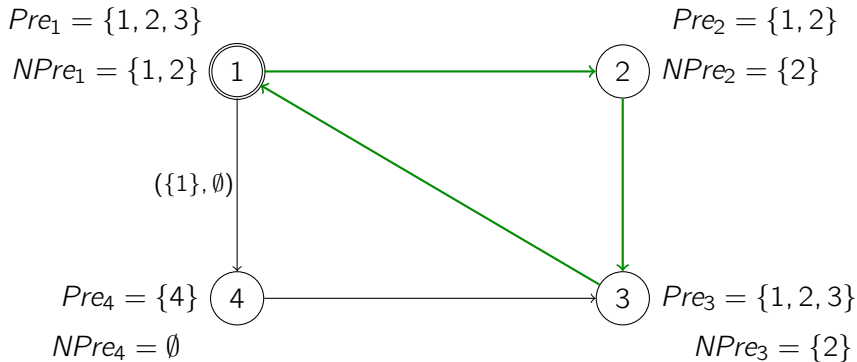
Пример выполнения алгоритма Финна



Пример выполнения алгоритма Финна



Пример выполнения алгоритма Финна



Пример выполнения алгоритма Финна

$$Pre_1 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_1 = \{1, 2\}$$

$$Pre_2 = \{1, 2\}$$

$$NPre_2 = \{2\}$$

$(\{1, 2, 3\}, \{1, 2\})$



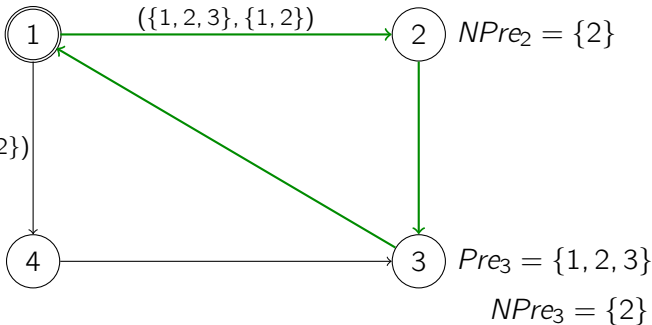
$(\{1\}, \emptyset), (\{1, 2, 3\}, \{1, 2\})$

$$Pre_4 = \{4\}$$

$$NPre_4 = \emptyset$$

$$Pre_3 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_3 = \{2\}$$



Пример выполнения алгоритма Финна

$$Pre_1 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_1 = \{1, 2\}$$

$$Pre_2 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_2 = \{1, 2\}$$

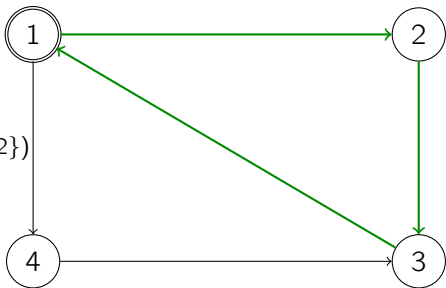
$$(\{1\}, \emptyset), (\{1, 2, 3\}, \{1, 2\})$$

$$Pre_4 = \{4\}$$

$$NPre_4 = \emptyset$$

$$Pre_3 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_3 = \{2\}$$



Пример выполнения алгоритма Финна

$$Pre_1 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_1 = \{1, 2\}$$

$$Pre_2 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_2 = \{1, 2\}$$

$$(\{1\}, \emptyset), (\{1, 2, 3\}, \{1, 2\})$$

$$(\{1, 2, 3\}, \{1, 2\})$$

$$Pre_4 = \{4\}$$

$$NPre_4 = \emptyset$$

$$Pre_3 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_3 = \{2\}$$



Пример выполнения алгоритма Финна

$$Pre_1 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_1 = \{1, 2\}$$

$$Pre_2 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_2 = \{1, 2\}$$

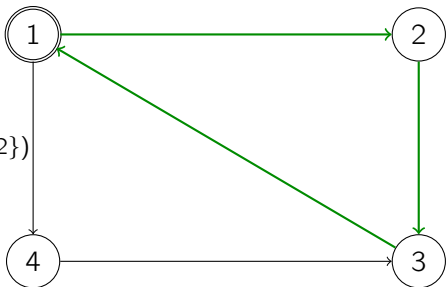
$$(\{1\}, \emptyset), (\{1, 2, 3\}, \{1, 2\})$$

$$Pre_4 = \{4\}$$

$$NPre_4 = \emptyset$$

$$Pre_3 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_3 = \{1, 2\}$$



Пример выполнения алгоритма Финна

$$Pre_1 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_1 = \{1, 2\}$$

$$Pre_2 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_2 = \{1, 2\}$$

$$(\{1\}, \emptyset), (\{1, 2, 3\}, \{1, 2\})$$

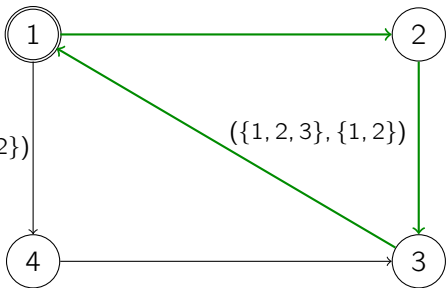
$$(\{1, 2, 3\}, \{1, 2\})$$

$$Pre_4 = \{4\}$$

$$NPre_4 = \emptyset$$

$$Pre_3 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_3 = \{1, 2\}$$



Пример выполнения алгоритма Финна

$$Pre_1 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_1 = \{1, 2\}$$

$$Pre_2 = \{1, 2, 3\}$$

$$NPre_2 = \{1, 2\}$$

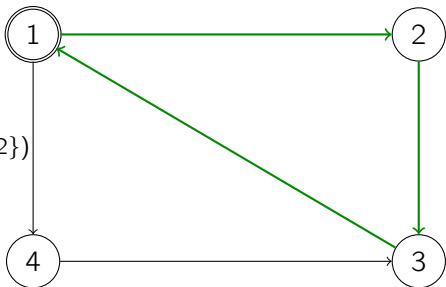
$$(\{1\}, \emptyset), (\{1, 2, 3\}, \{1, 2\})$$

$$Pre_4 = \{4\}$$

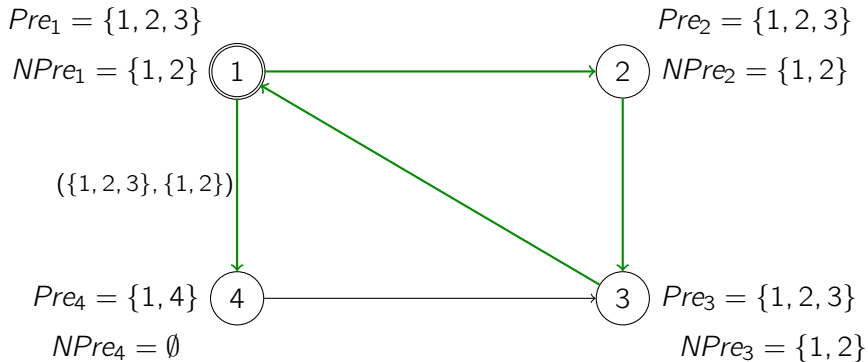
$$NPre_4 = \emptyset$$

$$Pre_3 = \{1, 2, 3\}$$

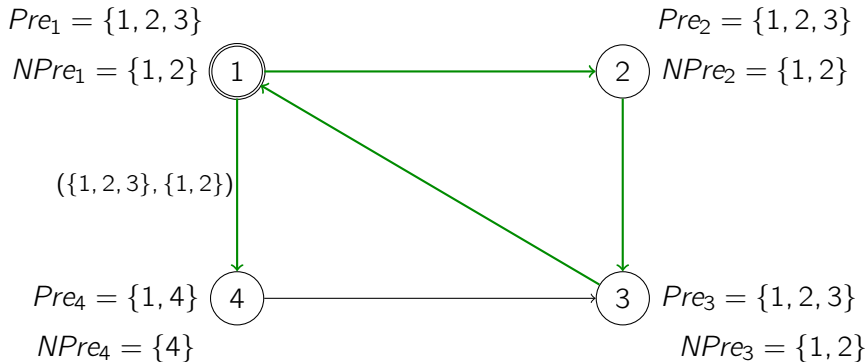
$$NPre_3 = \{1, 2\}$$



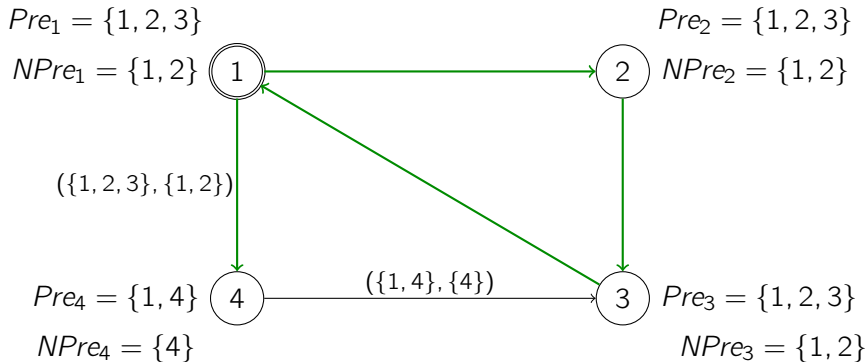
Пример выполнения алгоритма Финна



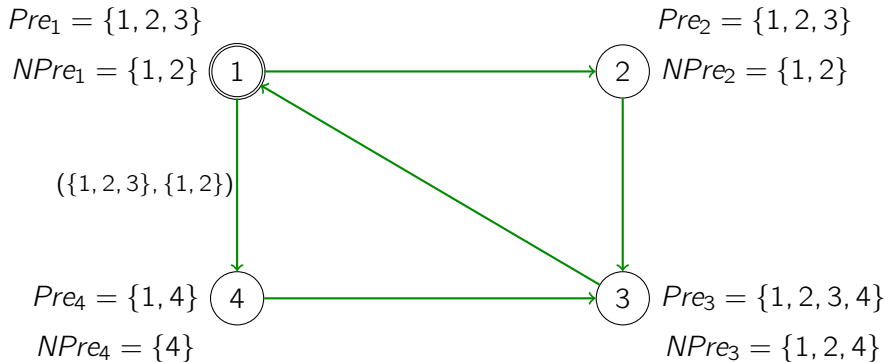
Пример выполнения алгоритма Финна



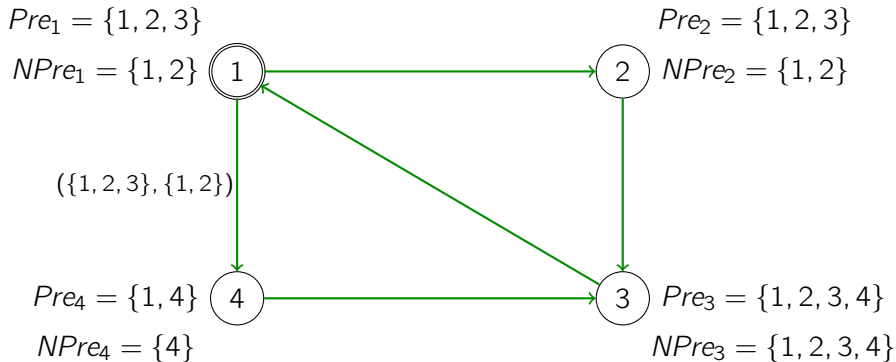
Пример выполнения алгоритма Финна



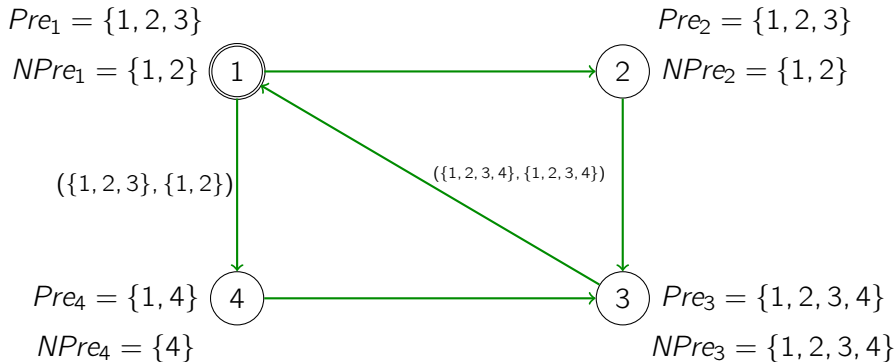
Пример выполнения алгоритма Финна



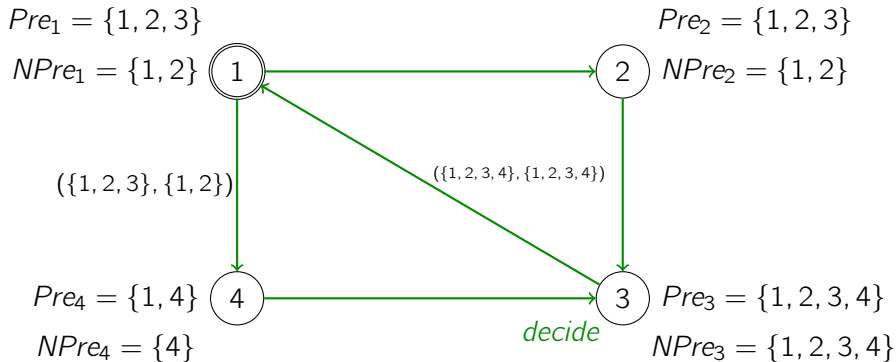
Пример выполнения алгоритма Финна



Пример выполнения алгоритма Финна



Пример выполнения алгоритма Финна



Пример выполнения алгоритма Финна

Задача 1 (трудная). Докажите, что алгоритм Финна является ВОЛНОВЫМ

Задача 2 (попроще). Докажите, что если $q \in Pre_p$, то последнему действию узла p причинно-следственно предшествует хотя бы одно действие узла q

Задача 3 (средней сложности). Докажите, что если $q \in NPre_p$, то последнему действию узла p причинно-следственно предшествует хотя бы одно действие каждого из узлов множества in_q