

**Курс «Элементы теории дискретных управляющих систем» для бакалавров (интегрированных магистров) направления 01400 «Прикладная математика и информатика» профиля «Математические методы обработки информации и принятия решений» кафедры математической кибернетики**

**1. Общая информация (учебная нагрузка, формы контроля и др.)**

Курс является обязательным для всех бакалавров (интегрированных магистров) кафедры математической кибернетики.

Он читается в 6 семестре в объёме 36 часов лекций, и завершается экзаменом, на который выносятся как теоретические вопросы, так и задачи, изложенные на лекциях.

В разделах 2–5 данного описания приводится подробная информация о содержании курса, программах и планах его изучения в 2018–2019 уч. году, методических материалах, а в разделах 6 и 7 — об особенностях организации учебного процесса, формах и сроках проведения контрольных мероприятий.

В соответствии с этими планами в течение семестра проводятся 2 основные (на 2 часа) и, возможно, несколько промежуточных (до 1 часа) тестов (контрольных). По результатам указанных тестов (контрольных) с учётом посещаемости студентов, их работы на лекциях и семинарах, а также самостоятельной работы (см. раздел 6) выставляется предварительная оценка, которая играет существенную роль при формировании окончательной оценки на экзамене (см. раздел 7).

Чтение курса обеспечивается кафедрой математической кибернетики, лектор 2018–2019 уч. года — профессор Ложкин С.А. ([lozhkin@cs.msu.ru](mailto:lozhkin@cs.msu.ru)).

**2. Аннотация**

Курс «Элементы теории дискретных управляющих систем» читается вслед за курсом «Основы кибернетики» и является дополнением последнего курса. Он посвящён более глубокому изучению ряда моделей, методов и результатов теории дискретных управляющих систем (УС), связанных с задачей схемной или структурной реализации дискретных функций и алгоритмов, а также некоторых вопросов надёжности и контроля УС.

В нём рассматриваются, в частности, дополнительные вопросы минимизации дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ).

В программу курса входят результаты об асимптотике функции Шеннона для сложности формул, схем из функциональных и функционально проводящих элементов в произвольном базисе.

В рамках модели контактных схем излагаются некоторые вопросы контроля УС, связанные, в частности, с построением полного диагностического и полного проверяющего тестов. На базе вероятностной модели схем из функциональных элементов (СФЭ) над базисом из надёжных и ненадёжных элементов рассматриваются некоторые вопросы надёжности СФЭ. Изучается, в частности, возможность построения сколь угодно надёжных или самокорректирующихся СФЭ, имеющих асимптотически оптимальную сложность.

**3. Список вопросов к экзамену по курсу «Элементы теории дискретных управляющих систем» (весенний семестр 2018-2019 уч. года; 318 группа)**

**I. Дополнительные главы минимизации дизъюнктивных нормальных форм.**

1. Максимальная длина цепи в единичном кубе. См. [9: разд. 3, §2].
2. Размерность и особенности структуры граней типичной ФАЛ. Нижние оценки длины кратчайшей ДНФ для почти всех ФАЛ. [9: разд. 3, §8].
3. Верхние оценки длины кратчайшей ДНФ типичной ФАЛ, получаемые с помощью

градиентного алгоритма. См. [9: разд. 3, §11].

## **II. Асимптотически наилучшие методы синтеза схем в некоторых моделях дискретных управляющих систем.**

4. Формулы и СФЭ в произвольном базисе, функционалы их сложности. Верхние оценки числа формул и СФЭ. См. [2: §1], [1: гл. 2, §4].
5. Некоторые модификации контактных схем, итеративные контактные схемы. Верхние оценки числа схем контактного типа. См. [2: §2], [1: гл. 2, §7].
6. Нижние мощностные оценки функций Шеннона. См. [3: §3], [1: гл.4, §4].
7. Универсальные множества ФАЛ и их построение. Асимптотически наилучший метод синтеза СФЭ и ИКС в произвольном базисе. См. [2: §4], [1: гл.4, §8].
8. Асимптотически наилучший метод синтеза формул и контактных схем в произвольном базисе. См. [2: §5], [1: гл. 4, §8].
9. Мультиплексорные ФАЛ и обобщенное разложение. Поведение функции Шеннона для задержки ФАЛ в произвольном базисе. Синтез СФЭ асимптотически оптимальных как по сложности, так и по задержке для почти всех ФАЛ.

## **III. Некоторые вопросы надёжности и контроля дискретных управляющих систем (25.III-8.IV, 6.V-13.IV)**

10. Построение тестов для КС с учётом их структуры. Тест логарифмической длины для единичного размыкания схемы Кардо. См. [3: ч.IV, §7].
11. Полный диагностический тест для контактных схем. См. [7: с. 132-134].
12. Константная верхняя оценка длины единичного проверяющего теста при моделировании ФАЛ двухполюсными контактными схемами с фиксированной входной избыточностью. См. [8: лемма 1, теорема 4].
13. Вероятностное описание источников помех и повреждений СФЭ. Невозможность построения сколь угодно надёжных схем для источников неймановского типа. См. [3: ч. III, разд. 1, §1].
14. Построение сколь угодно надёжных СФЭ в базисе из ненадёжных элементов  $\{\&, \vee, \neg\}$  и абсолютно надёжного элемента голосования. Асимптотически наилучшие методы синтеза сколь угодно надёжных СФЭ из ненадёжных элементов. См. [3: ч. III, разд. 2, §2, 4].
15. Самокорректирующиеся СФЭ в базисах из ненадёжных элементов  $\{\&, \vee, \neg\}$  и абсолютно надёжного элемента голосования, асимптотически наилучшие методы их синтеза. См. [3: ч. III, разд. 2, §2].

### **4. Типовые задачи (дополнительные вопросы) к экзамену**

#### **I. ДНФ**

1. Построить цепь заданной длины в кубе заданной размерности, найти вероятность заданного события, связанного с ДНФ и т.п.

#### **II. Асимптотически наилучшие методы синтеза**

2. Получение верхних оценок числа схем из заданного класса и установление нижних мощностных оценок соответствующих функций Шеннона.
3. Построение универсальных множеств ФАЛ.
4. Нахождение обобщённого разложения заданной ФАЛ.
5. Построение регулярных разбиений единичного куба моделирующих заданные системы ФАЛ.

#### **III. Надёжность и контроль управляющих систем**

5. Построение тестов для КС.

6. Надёжность СФЭ.

## 5. Литература

### Основная:

1. Ложкин С.А. Лекции по основам кибернетики. — М.: МГУ, 2004. (Электронные версии лекций последних лет можно найти по адресу [http://mk.cs.msu.ru/index.php/Основы\\_кибернетики\\_\(2-й\\_поток,\\_3\\_курс\)](http://mk.cs.msu.ru/index.php/Основы_кибернетики_(2-й_поток,_3_курс))).
2. Ложкин С.А. Элементы теории синтеза дискретных управляющих систем. М., МГУ, 2016. (Электронная версия [http://mk.cs.msu.ru/index.php/Элементы\\_теории\\_дискретных\\_управляющих\\_систем](http://mk.cs.msu.ru/index.php/Элементы_теории_дискретных_управляющих_систем)).
3. Яблонский С.В. Элементы математической кибернетики. — М.: Высшая школа, 2007.
4. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. — М.: Наука, 1986.
5. Алексеев В.Б., Вороненко А.А., Ложкин С.А., Романов Д.С., Сапоженко А.А., Селезнёва С.Н. Задачи по курсу «Основы кибернетики». — М.: МГУ, 2011.
6. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
7. Редькин Н.П. Надёжность и диагностика схем. — М.: Изд-во МГУ, 1992. 192с.

### Дополнительная:

8. Романов Д.С., Романова Е.Ю. О единичных проверяющих тестах для схем переключающего типа // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физ-матем. науки. 2015, №1. С.5–23.
9. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики. — М.: Наука, 1974.
10. Лупанов О.Б. Асимптотические оценки сложности управляющих систем. — М.: МГУ, 1984.
11. Нигматулин Р.Г. Сложность булевых функций. — М.: Наука, 1991.

## 6. Особенности организации и контроля аудиторной и самостоятельной работы студентов

Данный курс является достаточно сложным и объёмным математическим курсом, усвоение которого требует от студентов полноценной и регулярной как аудиторной, так и самостоятельной работы, что невозможно без чёткой организации занятий, строгой дисциплины и систематического контроля. При этом предполагается, что в рамках самостоятельной работы<sup>1</sup> студенты не только прорабатывают пройденный материал, но и *знакомятся с материалом предстоящей лекции или семинара.*

Для контроля за освоением программы курса, уже говорилось, в течение семестра проводятся 2 основных (по 2 часа) и, возможно, несколько промежуточных (до 1 часа) тестов (контрольных) на знание и понимание определений, формулировок утверждений и т.п., а также на умение решать задачи. Планируется, кроме того, осуществлять систематический (выборочный) контроль за работой студентов как на семинарах, так и на лекциях. Все основные контрольные мероприятия проводятся в рамках лекционного расписания по следующему предварительному графику: раздел II, контрольная №1 — 18 марта, 10.30, ауд. 507; разделы I и III, контрольная №2 — 17 мая.

Одной из форм самостоятельной работы является решение предлагаемых на лекциях «трудных» задач<sup>2</sup>, которое позволяет студентам глубже усвоить материал курса и набрать дополнительные к результатам контрольных баллы, повысив, тем самым, свою предварительную оценку (см. раздел 7).

Информационные объявления, данные о посещаемости и текущей успеваемости студентов публикуются на сайте по адресу: [http://mk.cs.msu.ru/index.php/Элементы\\_теории](http://mk.cs.msu.ru/index.php/Элементы_теории)

## **7. О проведении экзамена по курсу «Элементы теории дискретных управляющих систем»**

Как уже говорилось, по результатам контрольных работ с учётом посещаемости студентов, их работы на лекциях и семинарах, а также самостоятельной работы каждому из них выставляется предварительная оценка.

Для студентов, имеющих предварительную оценку «5», экзамен проводится в форме общего собеседования по программе курса на определения, формулировки утверждений и идеи их доказательства, методы решения задач. Для студентов, имеющих предварительную оценку «2», экзамен представляет собой письменный тест-контрольную.

Все остальные студенты (с предварительной оценкой «3-», «3» и «4») получают билет с двумя вопросами и одной задачей и после 15–20 минутной подготовки отвечают на него сначала на уровне определений, формулировок утверждений и идей их доказательства, а также методов решения задач. Затем студент, по усмотрению экзаменатора, должен раскрыть те или иные детали доказательства утверждений из вопросов билета по конспектам или иным источникам, а также полностью или частично решить задачу билета в течение выделенного специально для этого времени. Студенты, набравшие не менее 80% от суммы баллов по задачам тестов и контрольных соответствующего раздела, то есть получившие по ним оценку «5», от решения билетной задачи данного типа освобождаются. Последний этап экзамена представляет собой описанное выше общее собеседование по другим вопросам или задачам программы.

В соответствии с установленными нормами итоговая экзаменационная оценка, как правило, не может отличаться от предварительной оценки больше, чем на один балл. Студенту, который имеет предварительную оценку «3» или «4» и не претендует на более высокую итоговую оценку, предоставляется возможность сдавать экзамен по упрощённой процедуре (в форме собеседования по программе без предварительной подготовки) с целью подтверждения этой оценки.

<sup>1</sup>1 час самостоятельной работы на 1 час аудиторных занятий.

<sup>2</sup>Решения этих задач, оформленные в виде pdf файла, необходимо присылать по адресу [lozhkin@cs.msu.ru](mailto:lozhkin@cs.msu.ru) (принимается первое и полное правильное решение).