

# Математические методы верификации схем и программ

Лекторы:

Захаров Владимир Анатольевич

Подымов Владислав Васильевич

е-mail рассказчика:

**valdus@yandex.ru**

Осень 2018

CTL

Табличный алгоритм для CTL

BDD

Символьный алгоритм для CTL

# Упражнение 1

Записать CTL-формулу, адекватно формализующую следующее высказывание:

1. Как бы компьютер ни работал, если он включен, то есть возможность его выключить  
*on* — событие “компьютер включен”
2. Если когда-нибудь я захочу всё бросить, то всегда смогу это сделать на следующий день  
*want* — событие “хочу всё бросить”  
*do* — событие “всё бросаю”
3. Если когда-нибудь обнаружится, что я не сдал сессию, то меня обязательно вышвырнут на следующий день  
*failed* — событие “обнаружилось, что я не сдал сессию”  
*expelled* — событие “меня вышвырнули”

# Упражнение 1

Записать CTL-формулу, адекватно формализующую следующее высказывание:

4. Всякий полученный запрос рано или поздно будет обработан

*got* — событие “запрос получен”

*done* — событие “запрос обработан”

5. Система может достичь ситуации, в которой процесс  $P$  занимает ресурс  $r$  и больше не освобождает

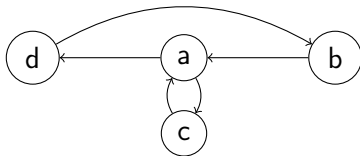
*busy* — событие “процесс  $P$  занимает ресурс  $r$ ”

6. Если компьютер сломался, то это навсегда

*broken* — событие “компьютер сломан”

## Упражнение 2

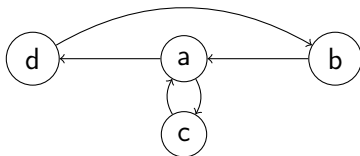
В каких состояниях приведённой ниже модели выполняется заданная CTL-формула?



1. **EX** $d$
2. **AX** $d$
3. **EF** $b$
4. **AF** $b$
5. **EG** $b$
6. **EG** $\neg b$

## Упражнение 2

В каких состояниях приведённой ниже модели выполняется заданная CTL-формула?



- 7. **AGAF<sub>a</sub>**
- 8. **E(cU¬c)**
- 9. **A(¬cUEFc)**
- 10. **A(bUA(aUd))**

## Упражнение 3

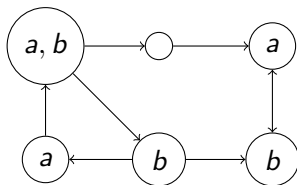
Верно ли, что для любой модели Крипке  $M$  и любого состояния  $s$  этой модели верно следующее утверждение:

если  $M, s \models \varphi$ , то  $M, s \models \psi$  ?

1.  $\varphi = \mathbf{AFAG}p$ ,  $\psi = \mathbf{AFG}p$
2.  $\varphi = \mathbf{AFG}p$ ,  $\psi = \mathbf{AFAG}p$
3.  $\varphi = \mathbf{AFEG}p$ ,  $\psi = \mathbf{AFG}p$
4.  $\varphi = \mathbf{AFG}p$ ,  $\psi = \mathbf{AFEG}p$
5.  $\varphi = \mathbf{AGAF}p$ ,  $\psi = \mathbf{AGF}p$
6.  $\varphi = \mathbf{AGF}p$ ,  $\psi = \mathbf{AGAF}p$
7.  $\varphi = \mathbf{AGEF}p$ ,  $\psi = \mathbf{AGF}p$
8.  $\varphi = \mathbf{AGF}p$ ,  $\psi = \mathbf{AGEF}p$

## Упражнение 4

Применив табличный алгоритм, вычислить множество состояний заданной модели Крипке, в которых выполнена заданная CTL-формула

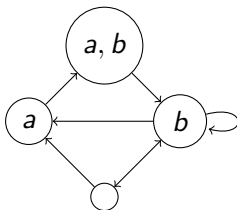


Формула: **AG**( $a \vee b$ )



## Упражнение 4

Применив табличный алгоритм, вычислить множество состояний заданной модели Крипке, в которых выполнена заданная CTL-формула

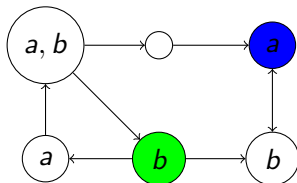


Формула:

1.  $\text{EGEXAX}b$
2.  $\text{A}(\text{EXAX}b\text{U}a)$

## Упражнение 5

Применив табличный алгоритм, вычислить множество состояний заданной **справедливой** модели Крипке, в которых выполнена заданная CTL-формула



Формула:

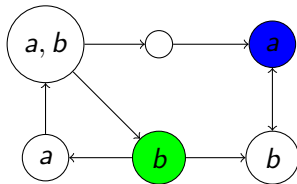
- ▶ **AGAF**( $a \ \& \ b$ )
- ▶ **AFAG**( $a \rightarrow \mathbf{AX} \neg a$ )

Ограничения справедливости:

- ▶  $\emptyset$

## Упражнение 5

Применив табличный алгоритм, вычислить множество состояний заданной **справедливой** модели Крипке, в которых выполнена заданная CTL-формула



Формула:

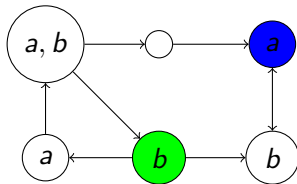
- ▶ **AGAF**( $a \& b$ )
- ▶ **AFAG**( $a \rightarrow \mathbf{AX} \neg a$ )

Ограничения справедливости:

- ▶  $\{\{\bullet\}\}$
- ▶  $\{\{\bullet\}\}$

## Упражнение 5

Применив табличный алгоритм, вычислить множество состояний заданной **справедливой** модели Крипке, в которых выполнена заданная CTL-формула



Формула:

- ▶ **AGAF**( $a \& b$ )
- ▶ **AFAG**( $a \rightarrow \mathbf{AX}\neg a$ )

Ограничения справедливости:

- ▶  $\{\{\text{blue circle}, \text{green circle}\}\}$
- ▶  $\{\{\text{blue circle}\}, \{\text{green circle}\}\}$

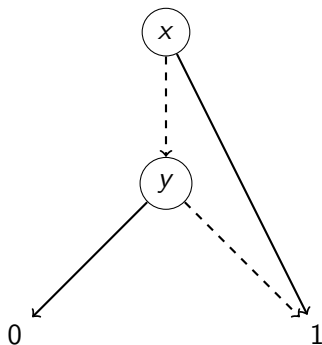
## Упражнение 6

Построить ROBDD для заданного порядка переменных, реализующую ту же функцию, что и заданная формула

1.  $x \rightarrow y$  для порядков  $x < y$  и  $y < x$
2.  $x \& y \vee x \& z \vee y \& z$  для порядка  $x < y < z$
3.  $x \& (y \oplus z) \vee \neg x \& (\neg y \oplus \neg z)$  для порядка  $x < y < z$
4.  $(x \rightarrow y) \oplus ((y \rightarrow \neg z) \rightarrow x \& y)$  для порядков  $x < y < z$  и  $z < y < x$
5.  $x \& x' \vee y \& y' \vee z \& z'$  для порядков  $x < y < z < x' < y' < z'$  и  $x < x' < y < y' < z < z'$

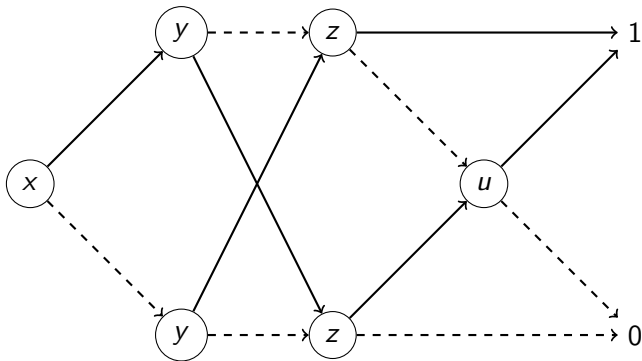
## Упражнение 7

Записать дизъюнктивную нормальную форму, реализующую ту же функцию, что и заданная ROBDD



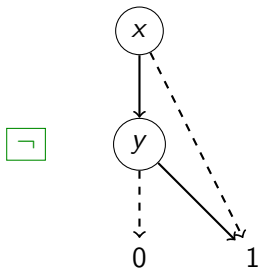
## Упражнение 7

Записать дизъюнктивную нормальную форму, реализующую ту же функцию, что и заданная ROBDD



## Упражнение 8

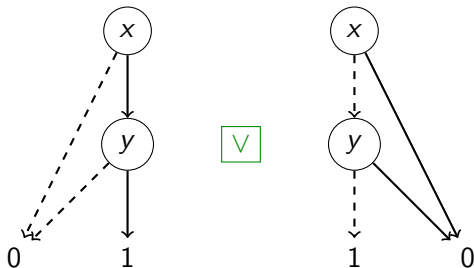
Применить операцию к одной или двум ROBDD:





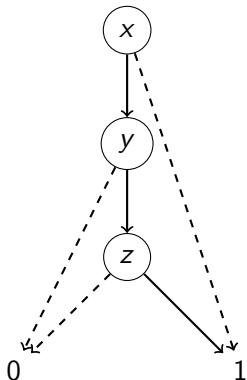
## Упражнение 8

Применить операцию к одной или двум ROBDD:

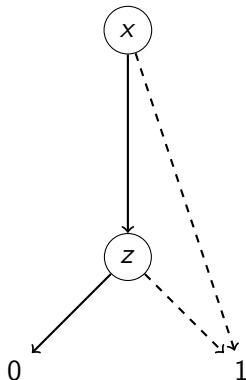


## Упражнение 8

Применить операцию к одной или двум ROBDD:



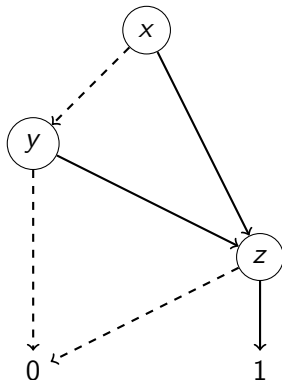
$\&$



## Упражнение 8

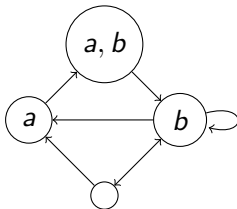
Применить операцию к одной или двум ROBDD:

$$y \leftarrow 1$$



## Упражнение 9

1. Записать булевы формулы, кодирующие отношение переходов и разметку операторов заданной модели Крипке
2. Применив символьный алгоритм, вычислить множество состояний модели, в которых выполнена заданная формула



Формула:

1. **EGEXAX $b$**
2. **A(EXAX $b$ U $a$ )**