Математические модели последовательных вычислений

mk.cs.msu.ru $\to$ Лекционные курсы
$\to$ Математические модели последовательных вычислений

Блок 22

Алгебра взаимодействующих процессов (ACP)

Лектор:
Подымов Владислав Васильевич
E-mail:
valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2022/2023, весенний семестр

Вернёмся к **примеру** про кофейный автомат:

$user = (\text{мон}.(\text{чай} + \text{кофе}).\text{взять})$

$machine = (\overline{\text{мон}}.(\overline{\text{чай}}.\text{дать\_чай} + \overline{\text{кофе}}.\text{дать\_кофе}))$

$p = (user \| machine)$

Чтобы процесс p имел ожидаемый смысл, следует ограничить возможности взаимодействия и не-взаимодействия — например:

- Нельзя взять то, что не могут $\text{дать\_}\ldots$
- Немедленной реакцией автомата на мон может быть $\overline{\text{мон}}$, но не дать_чай

Чтобы получить «полноценную» алгебру взаимодействующих процессов (Algebra of Communicating Processes, ACP), осталось добавить операции, позволяющие контролировать возможности взаимодействия процессов

По сравнению с PAP добавим в БНФ процесса ещё два пункта:

$$p \ ::= \ \ldots \quad \ldots \ \mid \ \boldsymbol{\delta} \ \mid \ \partial_X(p), \ \texttt{где} \ X \subseteq \mathcal{A}$$

$\boldsymbol{\delta}$ — символ, обозначающий блокировку, $\delta \notin \mathcal{A}$

Содержательно, блокировка — это особое действие, которое невозможно выполнить

$\partial_X(p)$ — операция инкапсуляции действий из X

Содержательно, инкапсуляция действий — это запрет на их выполнение

ACP = PAP + $\boldsymbol{\delta}$ + ∂_X

То есть синтаксис ACP (полностью) устроен так:

$$p \ ::= \ a \ \mid \ \boldsymbol{\delta} \ \mid \ (p + p) \ \mid \ (p.p) \ \mid \ (p \| p) \ \mid \ (p \llfloor p) \ \mid \ (p | p) \ \mid \ \partial_X(p)$$

Запрет на взаимосвязанное выполнение действий a и b выражается в значении $\gamma(a, b) = \boldsymbol{\delta}$

Таким образом, функция взаимодействия становится функцией вида $\gamma : \mathcal{A} \times \mathcal{A} \to \mathcal{A} \cup \{\boldsymbol{\delta}\}$

Семантика символа $\boldsymbol{\delta}$ выражается не новыми правилами, а добавлением ограничений на имеющиеся правила

Во все правила переходов, использующие значение $\gamma(a, b)$, добавляется ограничение $\gamma(a, b) \neq \boldsymbol{\delta}$ (явно запрещаются переходы вида $\xrightarrow{\boldsymbol{\delta}}$):

$$\frac{p \xrightarrow{a} \checkmark,\ q \xrightarrow{b} \checkmark}{x \| y \xrightarrow{\gamma(a,b)} \checkmark} \qquad \frac{p \xrightarrow{a} \checkmark,\ q \xrightarrow{b} \widetilde{q}}{x \| y \xrightarrow{\gamma(a,b)} \widetilde{q}} \qquad \frac{p \xrightarrow{a} \widetilde{p},\ q \xrightarrow{b} \checkmark}{x \| y \xrightarrow{\gamma(a,b)} \widetilde{p}} \qquad \frac{p \xrightarrow{a} \widetilde{p},\ q \xrightarrow{b} \widetilde{q}}{x \| y \xrightarrow{\gamma(a,b)} \widetilde{p} \| \widetilde{q}}$$

$$\frac{p \xrightarrow{a} \checkmark,\ q \xrightarrow{b} \checkmark}{x | y \xrightarrow{\gamma(a,b)} \checkmark} \qquad \frac{p \xrightarrow{a} \checkmark,\ q \xrightarrow{b} \widetilde{q}}{x | y \xrightarrow{\gamma(a,b)} \widetilde{q}} \qquad \frac{p \xrightarrow{a} \widetilde{p},\ q \xrightarrow{b} \checkmark}{x | y \xrightarrow{\gamma(a,b)} \widetilde{p}} \qquad \frac{p \xrightarrow{a} \widetilde{p},\ q \xrightarrow{b} \widetilde{q}}{x | y \xrightarrow{\gamma(a,b)} \widetilde{p} \| \widetilde{q}}$$

Семантика оператора δ_X задаётся следующими правилами R_δ (в них $a \in \mathcal{A}$, p и $\widetilde{p}$ — незавершённые процессы, $X \subseteq \mathcal{A}$ и $a \notin X$):

$$\frac{p \xrightarrow{a} \checkmark}{\partial_X(p) \xrightarrow{a} \checkmark} \qquad \frac{p \xrightarrow{a} \widetilde{p}}{\partial_X(p) \xrightarrow{a} \widetilde{p}}$$

Пример

$user = (\text{мон}.(\text{чай} + \text{кофе}).\text{взять})$
$machine = (\overline{\text{мон}}.(\overline{\text{чай}}.\text{дать\_чай} + \overline{\text{кофе}}.\text{дать\_кофе}))$

$$X = \left\{ \begin{array}{l} \text{мон}, \text{чай}, \text{кофе}, \text{взять}, \\ \overline{\text{мон}}, \overline{\text{чай}}, \overline{\text{кофе}}, \text{дать\_чай}, \text{дать\_кофе} \end{array} \right\}$$

$p = \partial_X(user \| machine)$

Пусть $\gamma(\text{дать\_чай}, \text{взять}) = \text{перед\_чай}$ и $\gamma(\text{дать\_кофе}, \text{взять}) = \text{перед\_кофе}$, и в остальных случаях $\gamma(a, b) = \boldsymbol{\delta}$ (если $b \neq \overline{a}$)

Тогда $p \overset{\text{мон}}{\not\longrightarrow}$, и существует ровно два вычисления p, оканчивающиеся $\checkmark$:

$p \xrightarrow{\boxed{\text{мон}}} \partial_X(((\text{чай} + \text{кофе}).\text{взять}) \| (\overline{\text{чай}}.\text{дать\_чай} + \overline{\text{кофе}}.\text{дать\_кофе}))$
$\xrightarrow{\boxed{\text{чай}}} \partial_X(\text{взять} \| \text{дать\_чай}) \xrightarrow{\text{перед\_чай}} \checkmark$

$p \xrightarrow{\boxed{\text{мон}}} \partial_X(((\text{чай} + \text{кофе}).\text{взять}) \| (\overline{\text{чай}}.\text{дать\_чай} + \overline{\text{кофе}}.\text{дать\_кофе}))$
$\xrightarrow{\boxed{\text{кофе}}} \partial_X(\text{взять} \| \text{дать\_кофе}) \xrightarrow{\text{перед\_кофе}} \checkmark$