Математическая логика и логическое программирование

Лектор:

Подымов Владислав Васильевич

e-mail:
valdus@yandex.ru

2015, весенний семестр

Лекция 16

Встроенные операторы

Управление вычислениями

Оператор отсечения: !

Отрицание в логическом программировании

Оператор отрицания: **not**

Что дальше?

Ввели хорновские логические программы:

- строго описана семантика (декларативная, операционная)
- есть алгоритм для интерпретатора
- умеют решать любую задачу

Что ещё хорошего можно в них добавить?

(... и это всё есть в **Prolog**)

Встроенные операторы

Рассмотрим такую задачу:

Сколько будет дважды два?

Как решить это в терминах хорновских логических программ?

Например, так:

- каждое число представим в двоичной системе счисления, полученную последовательность нолей и единиц запишем в виде списка (младший разряд в голове):
$$13 \quad \rightsquigarrow \quad \mathbf{1.0.1.1.nil}$$
- придумаем набор правил для отношения
$$\mathrm{mult}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}, \mathtt{Z})\text{: “}\mathtt{Z} \text{ есть произведение } \mathtt{X} \text{ и } \mathtt{Y}\text{”},$$
который бы вычислял по необходимости третий аргумент

Явно не то, что хотелось бы делать при решении этой задачи

Нужны дополнительные средства, которых нет в определении SLD-резолютивного вычисления

Встроенные операторы

Типы данных

Любой язык программирования в том или ином виде умеет работать с типами данных

Введём их для логических программ:

$$\mathbf{integer}, \mathbf{boolean}, \mathbf{char}, \mathbf{real}, \ldots$$

Для определения типа нужно задать: (например, **integer**)

- константы: $\{\mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{2}, \ldots\}$
- отношения: $<,\ \leq,\ >,\ \geq,\ \ldots$ (**предикатные символы**)
- операции: $+,\ -,\ *,\ /,\ \%,\ \ldots$

(**функциональные символы**)

Тогда можно написать, например:

$$\mathbf{2} * \mathbf{2} > \mathbf{3}$$

и это будет атом (равенство будет немного позже)

Встроенные операторы

Типы данных

Любой язык программирования в том или ином виде умеет работать с типами данных

Введём их для логических программ:

$$\mathbf{integer}, \mathbf{boolean}, \mathbf{char}, \mathbf{real}, \ldots$$

Для определения типа нужно задать: (например, **integer**)

- константы: $\{\mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{2}, \ldots\}$
- отношения: $<,\ \leq,\ >,\ \geq,\ \ldots$ **(предикатные символы)**
- операции: $+,\ -,\ *,\ /,\ \%,\ \ldots$

(функциональные символы)

Как это работает: (краткое описание операционной семантики)

$$?\ \mathbf{2} < \mathbf{3} \xrightarrow{\varepsilon} \square$$

$$?\ \mathbf{2} + \mathbf{1} < \mathbf{4}$$

тупик

Встроенные операторы

Предикат **is**

Это 2-местный предикат, позволяющий **вычислить** значение терма

Пусть $val(t)$ — значение терма t, составленного **только** из встроенных функций и констант

Тогда:

$$? \; t_1 \; \mathbf{is} \; t_2 \xrightarrow{\{t_1/val(t_2)\}} \square$$

если $t_1 \in Var$ и значение $val(t_2)$ определено

$? \; t_1 \; \mathbf{is} \; t_2$

тупик

иначе

Например:

$$? \; \mathtt{X} \; \mathbf{is} \; \mathbf{2} * \mathbf{2} \xrightarrow{\{\mathtt{X}/\mathbf{4}\}} \square$$

$? \; \mathtt{X} \; \mathbf{is} \; \mathbf{2} * \mathtt{Y}$

тупик

$? \; \mathbf{4} \; \mathbf{is} \; \mathbf{2} * \mathbf{2}$

тупик

Встроенные операторы

Предикат равенства $=$

Это 2-местный предикат, позволяющий унифицировать термы:

$$? \ t_1 = t_2 \xrightarrow{\theta \in \text{НОУ}(t_1, t_2)} \square \qquad \text{если НОУ}(t_1, t_2) \neq \emptyset$$

$$? \ t_1 = t_2 \quad \text{тупик} \qquad \text{иначе}$$

Например:

$$? \ \mathbf{2} * \mathtt{X} = \mathtt{Y} * \mathbf{2} \xrightarrow{\{\mathtt{X}/\mathbf{2}, \mathtt{Y}/\mathbf{2}\}} \square \qquad ? \ \mathbf{2} * \mathbf{2} = \mathtt{X} \xrightarrow{\{\mathtt{X}/\mathbf{2} * \mathbf{2}\}} \square \qquad ? \ \mathbf{2} * \mathbf{3} = \mathbf{3} * \mathbf{2} \quad \text{тупик}$$

Встроенные операторы

Предикат тождества $==$

Это 2-местный предикат, позволяющий проверять полное совпадение термов:

$$?\ t == t \xrightarrow{\varepsilon} \square$$

$?\ t_1 == t_2$ тупик, если t_1 и t_2 — различные термы

Например:

$$?\ \mathbf{2} * \mathbf{2} == \mathbf{2} * \mathbf{2} \xrightarrow{\varepsilon} \square$$

$?\ \mathbf{2} * \mathtt{X} == \mathtt{Y} * \mathbf{2}$ тупик

Встроенные операторы

Предикат неравенства $\backslash=$

Это 2-местный предикат, позволяющий проверять **не**унифицируемость термов:

$$? \ t_1 \backslash= t_2 \xrightarrow{\varepsilon} \square \qquad \text{если НОУ}(t_1, t_2) = \emptyset$$

$$? \ \underbrace{t_1 \backslash= t_2}_{\text{тупик}} \qquad \text{иначе}$$

Например:

$$? \ \underbrace{\mathbf{2} * \mathtt{X} \backslash= \mathtt{Y} * \mathbf{2}}_{\text{тупик}} \qquad ? \ \underbrace{\mathbf{2} * \mathbf{2} \backslash= \mathtt{X}}_{\text{тупик}} \qquad ? \ \mathbf{2} * \mathbf{3} \backslash= \mathbf{3} * \mathbf{2} \xrightarrow{\varepsilon} \square$$

Встроенные операторы

Предикат нетождественности $=\backslash=$

Это 2-местный предикат, позволяющий проверять **не**совпадение термов:

$? \ t =\backslash= t$
тупик

$? \ t_1 =\backslash= t_2$ $\Big\downarrow \varepsilon$ $\square$ если t_1 и t_2 — различные термы

Например:

$? \ \mathbf{2} * \mathbf{2} =\backslash= \mathbf{2} * \mathbf{2}$
тупик

$? \ \mathbf{2} * \mathtt{X} =\backslash= \mathtt{Y} * \mathbf{2}$ $\Big\downarrow \varepsilon$ $\square$

Встроенные операторы

Оператор **assert**

Он позволяет дополнять программу новыми утверждениями

Зачем это нужно:

- добавление новых фактов **(заполнение базы данных)**
- добавление новых методов решения подзадач

$$
\begin{array}{ll}
?\ \mathbf{assert}(Cl) & \mathcal{P} \\
\quad\downarrow\varepsilon & \\
\quad\square & \mathcal{P} \cup \{Cl\}
\end{array}
$$

Так как утверждения в тексте программы упорядочены, различают два способа добавления:
в начало (**asserta**) и в конец (**assertz**, он же просто **assert**)

Встроенные операторы

Оператор **retract**

Он позволяет удалять утверждения из программы

Зачем это нужно:

- удаление/изменение фактов **(работа с базой данных)**
- удаление/изменение методов решения подзадач

$$
\begin{array}{ll}
?\ \mathbf{retract}(Cl) & \qquad\qquad \mathcal{P} \\
\quad\downarrow \varepsilon & \\
\quad\square & \qquad\qquad \mathcal{P} \setminus \{Cl\}
\end{array}
$$

И для **assert**, и для **retract** термы, записанные в добавляемых утверждениях, унифицируются стандартным образом при построении SLD-резольвенты

Встроенные операторы

А как переопределить декларативную семантику, чтобы она учитывала все эти надстройки?

На этом останавливаться не будем

(то есть подумайте над этим самостоятельно, если хотите)

Далее, чтобы не усложнять рассуждения о семантике, считаем, что встроенные функции и предикаты и операторы модификации программ **не используются**

Управление вычислениями

Как устроено вычисление интерпретатора, работающего согласно стандартной стратегии?

Обход в глубину может рассматриваться как работа со стеком (или магазином)

В каждом элементе стека достаточно хранить

- текущий запрос
- композицию вычисленных подстановок, ограниченная целевыми переменными
- счётчик программных утверждений

В реальных интерпретаторах используется более сложная структура, состоящая из нескольких стеков (**Warren Abstract Machine**), но для простоты достаточно рассмотреть один стек как описано выше

Управление вычислениями

Пример стекового вычисления логических программ

$$\begin{aligned} &\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X} \mathbin{\blacksquare} \mathtt{L}); && (1) \\ &\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y} \mathbin{\blacksquare} \mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); && (2) \\ &?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a} \mathbin{\blacksquare} \mathbf{b} \mathbin{\blacksquare} \mathbf{nil}) && \end{aligned}$$

Что здесь происходит:

Управление вычислениями

Пример стекового вычисления логических программ

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X}\,\blacksquare\,\mathtt{L}); \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}\,\blacksquare\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{nil})$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} ?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{nil}) & \\ \varepsilon & (1) \end{array}}$$

Что здесь происходит:

начинаем вычисление

Управление вычислениями

Пример стекового вычисления логических программ

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X} \,\blacksquare\, \mathtt{L}); \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y} \,\blacksquare\, \mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a} \,\blacksquare\, \mathbf{b} \,\blacksquare\, \mathbf{nil})$$

$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a} \,\blacksquare\, \mathbf{b} \,\blacksquare\, \mathbf{nil})$ ε (1)
$\square$ $\{\mathtt{X}/\mathbf{a}\}$

Что здесь происходит:

утверждение (1) применимо, унификатор: $\{\mathtt{X}/\mathbf{a}, \mathtt{X}_1/\mathbf{a}, \mathtt{L}_1/\mathbf{b} \,\blacksquare\, \mathbf{nil}\}$

Управление вычислениями

Пример стекового вычисления логических программ

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X} \,\blacksquare\, \mathtt{L}); \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y} \,\blacksquare\, \mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a} \,\blacksquare\, \mathbf{b} \,\blacksquare\, \mathbf{nil})$$

$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a} \,\blacksquare\, \mathbf{b} \,\blacksquare\, \mathbf{nil})$ ε (1)
$\square$ $\{\mathtt{X}/\mathbf{a}\}$

Что здесь происходит:

успех, выдаём ответ $\{\mathtt{X}/\mathbf{a}\}$

Управление вычислениями

Пример стекового вычисления логических программ

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X} \centerdot \mathtt{L}); \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y} \centerdot \mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a} \centerdot \mathbf{b} \centerdot \mathbf{nil})$$

$$\boxed{\begin{array}{lr} ?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a} \centerdot \mathbf{b} \centerdot \mathbf{nil}) & \\ \varepsilon & (1) \end{array}}$$

Что здесь происходит:

откат

Управление вычислениями

Пример стекового вычисления логических программ

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X} \,\blacksquare\, \mathtt{L}); \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y} \,\blacksquare\, \mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a} \,\blacksquare\, \mathbf{b} \,\blacksquare\, \mathbf{nil})$$

$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a} \,\blacksquare\, \mathbf{b} \,\blacksquare\, \mathbf{nil})$ ε	(2)
$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{b} \,\blacksquare\, \mathbf{nil})$ ε	(1)

Что здесь происходит:

утверждение (2) применимо, унификатор: $\{\mathtt{X}_2/\mathtt{X}, \mathtt{Y}_2/\mathbf{a}, \mathtt{L}_2/\mathbf{b} \,\blacksquare\, \mathbf{nil}\}$

Управление вычислениями

Пример стекового вычисления логических программ

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X} \centerdot \mathtt{L}); \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y} \centerdot \mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a} \centerdot \mathbf{b} \centerdot \mathbf{nil})$$

$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a} \centerdot \mathbf{b} \centerdot \mathbf{nil})$ ε (2)
$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{b} \centerdot \mathbf{nil})$ ε (1)
$\square$ $\{\mathtt{X}/\mathbf{b}\}$

Что здесь происходит:

утверждение (1) применимо, унификатор: $\{\mathtt{X}/\mathbf{b}, \mathtt{X}_1/\mathbf{b}, \mathtt{L}_1/\mathbf{nil}\}$

Управление вычислениями

Пример стекового вычисления логических программ

$$\begin{array}{ll} \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X}\,\blacksquare\,\mathtt{L}); & (1) \\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}\,\blacksquare\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); & (2) \\ ?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{nil}) & \end{array}$$

$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{nil})$ ε (2)
$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{nil})$ ε (1)
$\square$ $\{\mathtt{X}/\mathbf{b}\}$

Что здесь происходит:

успех, выдаём ответ $\{\mathtt{X}/\mathbf{b}\}$

Управление вычислениями

Пример стекового вычисления логических программ

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X} \,\blacksquare\, \mathtt{L}); \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y} \,\blacksquare\, \mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a} \,\blacksquare\, \mathbf{b} \,\blacksquare\, \mathbf{nil})$$

$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a} \,\blacksquare\, \mathbf{b} \,\blacksquare\, \mathbf{nil})$ ε (2)
$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{b} \,\blacksquare\, \mathbf{nil})$ ε (1)

Что здесь происходит:

откат

Управление вычислениями

Пример стекового вычисления логических программ

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X}\,\blacksquare\,\mathtt{L}); \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}\,\blacksquare\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{nil})$$

$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{nil})$	
ε	(2)
$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{nil})$	
ε	(2)
$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{nil})$	
ε	(1)

Что здесь происходит:

утверждение (2) применимо, унификатор: $\{\mathtt{X}_2/\mathtt{X}, \mathtt{Y}_2/\mathbf{b}, \mathtt{L}_2/\mathbf{nil}\}$

Управление вычислениями

Пример стекового вычисления логических программ

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X}\,\blacksquare\,\mathtt{L}); \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}\,\blacksquare\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{nil})$$

$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{nil})$ ε (2)
$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{nil})$ ε (2)
$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{nil})$ ε (1)

Что здесь происходит:

утверждение (1) неприменимо

Управление вычислениями

Пример стекового вычисления логических программ

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X} \centerdot \mathtt{L}); \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y} \centerdot \mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a} \centerdot \mathbf{b} \centerdot \mathbf{nil})$$

$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a} \centerdot \mathbf{b} \centerdot \mathbf{nil})$ ε (2)
$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{b} \centerdot \mathbf{nil})$ ε (2)
$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{nil})$ ε (2)

Что здесь происходит:

утверждение (2) неприменимо

Управление вычислениями

Пример стекового вычисления логических программ

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X}\,\blacksquare\,\mathtt{L}); \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}\,\blacksquare\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{nil})$$

$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{nil})$ ε (2)
$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{nil})$ ε (2)

Что здесь происходит:

откат (тупик)

Управление вычислениями

Пример стекового вычисления логических программ

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X}\,\centerdot\,\mathtt{L}); \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}\,\centerdot\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{b}\,\centerdot\,\mathbf{nil})$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} ?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{b}\,\centerdot\,\mathbf{nil}) & \\ \varepsilon & (2) \end{array}}$$

Что здесь происходит:

опять откат (все утверждения просмотрены)

Управление вычислениями

Пример стекового вычисления логических программ

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X}\,\centerdot\,\mathtt{L}); \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}\,\centerdot\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{b}\,\centerdot\,\mathbf{nil})$$

Что здесь происходит:

и снова откат (все утверждения просмотрены)

Управление вычислениями

Пример стекового вычисления логических программ

$$\begin{aligned} &\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X} \mathbin{\blacksquare} \mathtt{L}); && (1)\\ &\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y} \mathbin{\blacksquare} \mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); && (2)\\ &?\ \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathbf{a} \mathbin{\blacksquare} \mathbf{b} \mathbin{\blacksquare} \mathbf{nil}) \end{aligned}$$

Что здесь происходит:

конец вычисления

Управление вычислениями

Как же управлять тем, как протекает вычисление?

1. изменять порядок утверждений
2. изменять порядок подцелей
3. с помощью оператора отсечения

Начнём с примера:

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X}\,\blacksquare\,\mathtt{L});$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}\,\blacksquare\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L});$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{nil})$$

"содержит ли список $\mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{nil}$ элемент $\mathbf{a}$?"

В ходе вычисления три раза будет выдан ответ "да"

Оператор отсечения позволяет (в числе прочего) остановиться по получении первого ответа "да"

Оператор отсечения: !

Оператор отсечения !

Синтаксис: ! — это 0-местный предикат

Декларативная семантика:

оператору ! соответствует дизъюнкт **true**

Проще говоря, вставка оператора ! никак не влияет на смысл программы

Операционная семантика: (стандартная стратегия)

$$\begin{array}{c} \mathfrak{C}_0 \\ \downarrow \\ \mathfrak{C} \end{array}$$

Оператор отсечения: !

Оператор отсечения !

Синтаксис: **!** — это 0-местный предикат

Декларативная семантика:

оператору **!** соответствует дизъюнкт **true**

Проще говоря, вставка оператора **!** никак не влияет на смысл программы

Операционная семантика: (стандартная стратегия)

$$\begin{array}{l} \mathfrak{C}_0 \\ \downarrow \\ \mathfrak{C} \\ \downarrow \text{(i)},\ \theta \\ \vdots \end{array}$$

$$\text{(i)}\ A_0 \leftarrow A_1, \dots, A_{i-1}, \mathbf{!}, A_{i+1}, \dots, A_m$$

Оператор отсечения: !

Оператор отсечения **!**

Синтаксис: **!** — это 0-местный предикат

Декларативная семантика:

оператору **!** соответствует дизъюнкт **true**

Проще говоря, вставка оператора **!** никак не влияет на смысл программы

Операционная семантика: (стандартная стратегия)

$$\begin{array}{ll} & \mathfrak{C}_0 \\ & \downarrow \\ (* & \mathfrak{C} \\ & \downarrow (\mathrm{i}),\ \theta \\ & \vdots \end{array}$$

$$(\mathrm{i})\ A_0 \leftarrow A_1, \ldots, A_{i-1}, \mathbf{!}, A_{i+1}, \ldots, A_m$$

Пометки (*/*) уникальны

для каждого оператора отсечения

Оператор отсечения: !

Оператор отсечения !

Синтаксис: **!** — это 0-местный предикат

Декларативная семантика:

оператору **!** соответствует дизъюнкт **true**

Проще говоря, вставка оператора **!** никак не влияет на смысл программы

Операционная семантика: (стандартная стратегия)

$$
\begin{array}{ll}
 & \mathfrak{C}_0 \\
 & \downarrow \\
(* & \mathfrak{C} \\
 & \downarrow (\mathrm{i}),\ \theta \\
 & \vdots \\
 & \downarrow \\
 ?\ !, C_1, \dots, C_k &
\end{array}
$$

(i) $A_0 \leftarrow A_1, \dots, A_{i-1}, !, A_{i+1}, \dots, A_m$

Пометки (*/*) уникальны для каждого оператора отсечения

Оператор отсечения: !

Оператор отсечения !

Синтаксис: ! — это 0-местный предикат

Декларативная семантика:

оператору ! соответствует дизъюнкт **true**

Проще говоря, вставка оператора ! никак не влияет на смысл программы

Операционная семантика: (стандартная стратегия)

$$\begin{array}{ll} & \mathfrak{C}_0 \\ & \downarrow \\ (* & \mathfrak{C} \\ & \downarrow (\mathrm{i}),\ \theta \\ & \vdots \\ & \downarrow \\ *) & ?\ !, C_1, \dots, C_k \end{array}$$

(i) $A_0 \leftarrow A_1, \dots, A_{i-1}, !, A_{i+1}, \dots, A_m$

Пометки (*/*) уникальны для каждого оператора отсечения

Оператор отсечения: !

Оператор отсечения !

Синтаксис: ! — это 0-местный предикат

Декларативная семантика:

оператору ! соответствует дизъюнкт **true**

Проще говоря, вставка оператора ! никак не влияет на смысл программы

Операционная семантика: (стандартная стратегия)

$$\begin{array}{ll} & \mathfrak{C}_0 \\ & \downarrow \\ (* & \mathfrak{C} \\ & \downarrow (\mathrm{i}),\ \theta \\ & \vdots \\ & \downarrow \\ *) & ?\ \mathbf{!}, C_1, \dots, C_k \\ & \downarrow \varepsilon \\ & ?\ C_1, \dots, C_k \end{array}$$

$$(\mathrm{i})\ A_0 \leftarrow A_1, \dots, A_{i-1}, \mathbf{!}, A_{i+1}, \dots, A_m$$

Пометки (*/*) уникальны

для каждого оператора отсечения

Оператор отсечения: !

Оператор отсечения !

Синтаксис: ! — это 0-местный предикат

Декларативная семантика:

оператору ! соответствует дизъюнкт **true**

Проще говоря, вставка оператора ! никак не влияет на смысл программы

Операционная семантика: (стандартная стратегия)

$$
\begin{array}{ll}
 & \mathfrak{C}_0 \\
 & \downarrow \\
(* & \mathfrak{C} \\
 & \downarrow \text{(i)},\ \theta \\
 & \vdots \\
 & \downarrow \\
*) & ?\ !, C_1, \ldots, C_k \\
 & \downarrow \varepsilon \\
 & ?\ C_1, \ldots, C_k
\end{array}
$$

откат

(i) $A_0 \leftarrow A_1, \ldots, A_{i-1}, !, A_{i+1}, \ldots, A_m$

Пометки (*/*) уникальны для каждого оператора отсечения

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в стековом вычислении

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X}\,\centerdot\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathbf{!}; \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}\,\centerdot\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{nil})$$

Что здесь происходит:

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в стековом вычислении

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X} \,\blacksquare\, \mathtt{L}) \leftarrow \textbf{!}; \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y} \,\blacksquare\, \mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b} \,\blacksquare\, \mathbf{a} \,\blacksquare\, \mathbf{a} \,\blacksquare\, \mathbf{nil})$$

$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b} \,\blacksquare\, \mathbf{a} \,\blacksquare\, \mathbf{a} \,\blacksquare\, \mathbf{nil})$ ε (1)	

Что здесь происходит:

начинаем вычисление

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в стековом вычислении

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X} \centerdot \mathtt{L}) \leftarrow \mathbf{!}; \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y} \centerdot \mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b} \centerdot \mathbf{a} \centerdot \mathbf{a} \centerdot \mathbf{nil})$$

$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b} \centerdot \mathbf{a} \centerdot \mathbf{a} \centerdot \mathbf{nil})$ ε (1)	

Что здесь происходит:

утверждение (1) неприменимо

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в стековом вычислении

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X}\,\centerdot\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathbf{!};\qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}\,\centerdot\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L});\qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{nil})$$

$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{nil})$ ε (2)	
$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{nil})$ ε (1)	

Что здесь происходит:

утверждение (2) применимо, унификатор:
$$\{\mathtt{X}_2/\mathbf{a}, \mathtt{Y}_2/\mathbf{b}, \mathtt{L}_2/\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{nil}\}$$

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в стековом вычислении

$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X}\,\boldsymbol{.}\,\mathtt{L}) \leftarrow \,!;$ (1)

$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}\,\boldsymbol{.}\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L});$ (2)

$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b}\,\boldsymbol{.}\,\mathbf{a}\,\boldsymbol{.}\,\mathbf{a}\,\boldsymbol{.}\,\mathbf{nil})$

$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b}\,\boldsymbol{.}\,\mathbf{a}\,\boldsymbol{.}\,\mathbf{a}\,\boldsymbol{.}\,\mathbf{nil})$ ε (2)	
$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{a}\,\boldsymbol{.}\,\mathbf{a}\,\boldsymbol{.}\,\mathbf{nil})$ ε (1)	
? ! ε	

Что здесь происходит:

утверждение (1) применимо, унификатор: $\{\mathtt{X}_1/\mathbf{a}, \mathtt{L}_1/\mathbf{a}\,\boldsymbol{.}\,\mathbf{nil}\}$

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в стековом вычислении

$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X}\,\mathbf{.}\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathbf{!};$ (1)

$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}\,\mathbf{.}\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L});$ (2)

$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b}\,\mathbf{.}\,\mathbf{a}\,\mathbf{.}\,\mathbf{a}\,\mathbf{.}\,\mathbf{nil})$

$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b}\,\mathbf{.}\,\mathbf{a}\,\mathbf{.}\,\mathbf{a}\,\mathbf{.}\,\mathbf{nil})$ ε (2)	
$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{a}\,\mathbf{.}\,\mathbf{a}\,\mathbf{.}\,\mathbf{nil})$ ε (1)	(*
? ! ε	

Что здесь происходит:

в утверждении (1) содержится отсечение: добавляем пометку (*

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в стековом вычислении

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X}\,\centerdot\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathbf{!}; \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}\,\centerdot\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{nil})$$

$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{nil})$ ε (2)	
$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{nil})$ ε (1)	(*
$?\ \mathbf{!}$ ε	*)

Что здесь происходит:

левая подцель — оператор отсечения: добавляем пометку *)

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в стековом вычислении

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X}\,\centerdot\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathbf{!}; \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}\,\centerdot\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{nil})$$

$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{nil})$ ε (2)	
$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{nil})$ ε (1)	(*
$?\ \mathbf{!}$ ε	*)
$\square$ ε	

Что здесь происходит:

удаляем отсечение из запроса

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в стековом вычислении

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X}\,\blacksquare\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathbf{!}; \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}\,\blacksquare\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{nil})$$

$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{nil})$ ε (2)	
$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{nil})$ ε (1)	(*
? ! ε	*)
$\square$ ε	

Что здесь происходит:

успех, выдаём ответ ε

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в стековом вычислении

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X}\,\centerdot\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathbf{!}; \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}\,\centerdot\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{nil})$$

$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{nil})$ ε (2)	
$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{a}\,\centerdot\,\mathbf{nil})$ ε (1)	(*
? **!** ε	*)

Что здесь происходит:

откат

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в стековом вычислении

$\text{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X}\,.\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathbf{!};$ (1)

$\text{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}\,.\,\mathtt{L}) \leftarrow \text{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L});$ (2)

$?\ \text{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b}\,.\,\mathbf{a}\,.\,\mathbf{a}\,.\,\mathbf{nil})$

$?\ \text{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b}\,.\,\mathbf{a}\,.\,\mathbf{a}\,.\,\mathbf{nil})$ ε (2)	
$?\ \text{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{a}\,.\,\mathbf{a}\,.\,\mathbf{nil})$ ε (1)	(*
? **!** ε	*)

Что здесь происходит:

увидели *), продолжаем откат
до соответствующего (* включительно

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в стековом вычислении

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X} \,\textbf{.}\, \mathtt{L}) \leftarrow \textbf{!}; \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y} \,\textbf{.}\, \mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b} \,\textbf{.}\, \mathbf{a} \,\textbf{.}\, \mathbf{a} \,\textbf{.}\, \mathbf{nil})$$

$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b} \,\textbf{.}\, \mathbf{a} \,\textbf{.}\, \mathbf{a} \,\textbf{.}\, \mathbf{nil})$ ε (2)	
$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{a} \,\textbf{.}\, \mathbf{a} \,\textbf{.}\, \mathbf{nil})$ ε (1)	(*

Что здесь происходит:

увидели *), продолжаем откат
до соответствующего (* включительно

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в стековом вычислении

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X}\,\blacksquare\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathbf{!}; \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}\,\blacksquare\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{nil})$$

$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{nil})$ ε (2)	

Что здесь происходит:

увидели *), продолжаем откат
до соответствующего (* включительно

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в стековом вычислении

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X} \,\blacksquare\, \mathtt{L}) \leftarrow \mathbf{!}; \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y} \,\blacksquare\, \mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b} \,\blacksquare\, \mathbf{a} \,\blacksquare\, \mathbf{a} \,\blacksquare\, \mathbf{nil})$$

? elem(**a**, **b** ▪ **a** ▪ **a** ▪ **nil**) ε (2)	

Что здесь происходит:

откат завершён, продолжаем вычисление

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в стековом вычислении

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X}\,\blacksquare\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathbf{!}; \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}\,\blacksquare\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{nil})$$

Что здесь происходит:

откат (все утверждения просмотрены)

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в стековом вычислении

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{X}\,\blacksquare\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathbf{!}; \qquad (1)$$

$$\mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}\,\blacksquare\,\mathtt{L}) \leftarrow \mathrm{elem}(\mathtt{X}, \mathtt{L}); \qquad (2)$$

$$?\ \mathrm{elem}(\mathbf{a}, \mathbf{b}\,\blacksquare\,\mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{a}\,\blacksquare\,\mathbf{nil})$$

Что здесь происходит:

конец вычисления

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в дереве вычислений

$\mathrm{P}(\mathtt{X},\mathtt{Y}) \leftarrow \mathrm{R}(\mathtt{X}), \mathbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{Y});$

$\mathrm{P}(\mathtt{X},\mathtt{X}) \leftarrow \mathrm{Q}(\mathtt{X})$

$\mathrm{R}(\mathbf{b});$

$\mathrm{Q}(\mathbf{c});$

$\mathrm{Q}(\mathbf{b});$

$?\ \mathrm{P}(\mathtt{U},\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathtt{U})$

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в дереве вычислений

$\mathrm{P}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}) \leftarrow \mathrm{R}(\mathtt{X}), \textbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{Y});$

$\mathrm{P}(\mathtt{X}, \mathtt{X}) \leftarrow \mathrm{Q}(\mathtt{X})$

$\mathrm{R}(\mathbf{b});$

$\mathrm{Q}(\mathbf{c});$

$\mathrm{Q}(\mathbf{b});$

$$? \, \mathrm{P}(\mathtt{U}, \mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathtt{U}) \quad (*$$

$$\downarrow$$

$$? \, \mathrm{R}(\mathtt{U}), \textbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathtt{U})$$

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в дереве вычислений

$\mathrm{P}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}) \leftarrow \mathrm{R}(\mathtt{X}), \textbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{Y});$

$\mathrm{P}(\mathtt{X}, \mathtt{X}) \leftarrow \mathrm{Q}(\mathtt{X})$

$\mathrm{R}(\mathbf{b});$

$\mathrm{Q}(\mathbf{c});$

$\mathrm{Q}(\mathbf{b});$

$$
\begin{array}{c}
?\ \mathrm{P}(\mathtt{U}, \mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathtt{U}) \quad (* \\
\downarrow \\
?\ \mathrm{R}(\mathtt{U}), \textbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathtt{U}) \\
\downarrow \\
?\ \textbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathbf{b}) \quad *)
\end{array}
$$

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в дереве вычислений

$\mathrm{P}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}) \leftarrow \mathrm{R}(\mathtt{X}), \textbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{Y});$

$\mathrm{P}(\mathtt{X}, \mathtt{X}) \leftarrow \mathrm{Q}(\mathtt{X})$

$\mathrm{R}(\mathbf{b});$

$\mathrm{Q}(\mathbf{c});$

$\mathrm{Q}(\mathbf{b});$

$$
\begin{array}{c}
?\ \mathrm{P}(\mathtt{U}, \mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathtt{U}) \quad (* \\
\downarrow \\
?\ \mathrm{R}(\mathtt{U}), \textbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathtt{U}) \\
\downarrow \\
?\ \textbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathbf{b}) \quad *) \\
\downarrow \\
?\ \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathbf{b})
\end{array}
$$

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в дереве вычислений

$\mathrm{P}(\mathtt{X},\mathtt{Y}) \leftarrow \mathrm{R}(\mathtt{X}), \mathbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{Y});$

$\mathrm{P}(\mathtt{X},\mathtt{X}) \leftarrow \mathrm{Q}(\mathtt{X})$

$\mathrm{R}(\mathbf{b});$

$\mathrm{Q}(\mathbf{c});$

$\mathrm{Q}(\mathbf{b});$

$?\ \mathrm{P}(\mathtt{U},\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathtt{U})$ (*

$\downarrow$

$?\ \mathrm{R}(\mathtt{U}), \mathbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathtt{U})$

$\downarrow$

$?\ \mathbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathbf{b})$ *)

$\downarrow$

$?\ \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathbf{b})$

$\swarrow$

$?\ \mathrm{R}(\mathbf{b})$

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в дереве вычислений

$$\mathrm{P}(\mathtt{X},\mathtt{Y}) \leftarrow \mathrm{R}(\mathtt{X}), \mathbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{Y});$$

$$\mathrm{P}(\mathtt{X},\mathtt{X}) \leftarrow \mathrm{Q}(\mathtt{X})$$

$$\mathrm{R}(\mathbf{b});$$

$$\mathrm{Q}(\mathbf{c});$$

$$\mathrm{Q}(\mathbf{b});$$

$$?\ \mathrm{P}(\mathtt{U},\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathtt{U}) \quad (*$$

$$\downarrow$$

$$?\ \mathrm{R}(\mathtt{U}), \mathbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathtt{U})$$

$$\downarrow$$

$$?\ \mathbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathbf{b}) \quad *)$$

$$\downarrow$$

$$?\ \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathbf{b})$$

$$\swarrow$$

$$?\ \mathrm{R}(\mathbf{b})$$

$$\downarrow$$

$$\square$$

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в дереве вычислений

$$P(\mathtt{X},\mathtt{Y}) \leftarrow R(\mathtt{X}), \mathbf{!}, Q(\mathtt{Y});$$

$$P(\mathtt{X},\mathtt{X}) \leftarrow Q(\mathtt{X})$$

$$R(\mathbf{b});$$

$$Q(\mathbf{c});$$

$$Q(\mathbf{b});$$

$$\begin{tikzcd}[column sep=small]
 & ?\ P(\mathtt{U},\mathtt{V}), R(\mathtt{U}) \quad (* \arrow[d] \\
 & ?\ R(\mathtt{U}), \mathbf{!}, Q(\mathtt{V}), R(\mathtt{U}) \arrow[d] \\
 & ?\ \mathbf{!}, Q(\mathtt{V}), R(\mathbf{b}) \quad *) \arrow[d] \\
 & ?\ Q(\mathtt{V}), R(\mathbf{b}) \arrow[dl] \\
?\ R(\mathbf{b}) \arrow[d, shift right] & \\
\square \arrow[u, shift right, bend right] &
\end{tikzcd}$$

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в дереве вычислений

$$\mathrm{P}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}) \leftarrow \mathrm{R}(\mathtt{X}), \mathbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{Y});$$

$$\mathrm{P}(\mathtt{X}, \mathtt{X}) \leftarrow \mathrm{Q}(\mathtt{X})$$

$$\mathrm{R}(\mathbf{b});$$

$$\mathrm{Q}(\mathbf{c});$$

$$\mathrm{Q}(\mathbf{b});$$

$$?\ \mathrm{P}(\mathtt{U}, \mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathtt{U}) \quad (*$$

$$\downarrow$$

$$?\ \mathrm{R}(\mathtt{U}), \mathbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathtt{U})$$

$$\downarrow$$

$$?\ \mathbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathbf{b}) \quad *)$$

$$\downarrow$$

$$?\ \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathbf{b})$$

$$\swarrow$$

$$?\ \mathrm{R}(\mathbf{b})$$

$$\downarrow$$

$$\Box$$

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в дереве вычислений

$P(X, Y) \leftarrow R(X), \mathbf{!}, Q(Y);$

$P(X, X) \leftarrow Q(X)$

$R(\mathbf{b});$

$Q(\mathbf{c});$

$Q(\mathbf{b});$

$$
\begin{tikzcd}
 & ?\ P(U, V), R(U) \quad (* \arrow[d] & \\
 & ?\ R(U), \mathbf{!}, Q(V), R(U) \arrow[d] & \\
 & ?\ \mathbf{!}, Q(V), R(\mathbf{b}) \quad *) \arrow[d] & \\
 & ?\ Q(V), R(\mathbf{b}) \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
?\ R(\mathbf{b}) \arrow[d] \arrow[ur, bend right] & & ?\ R(\mathbf{b}) \\
\square \arrow[u, bend right] & &
\end{tikzcd}
$$

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в дереве вычислений

$P(X, Y) \leftarrow R(X), !, Q(Y);$

$P(X, X) \leftarrow Q(X)$

$R(\mathbf{b});$

$Q(\mathbf{c});$

$Q(\mathbf{b});$

$$
\begin{tikzcd}
 & ?\ P(U, V), R(U) \quad (* \arrow[d] & \\
 & ?\ R(U), !, Q(V), R(U) \arrow[d] & \\
 & ?\ !, Q(V), R(\mathbf{b}) \quad *) \arrow[d] & \\
 & ?\ Q(V), R(\mathbf{b}) \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
?\ R(\mathbf{b}) \arrow[d] \arrow[ur, bend right] & & ?\ R(\mathbf{b}) \arrow[d] \\
\square \arrow[u, bend right] & & \square
\end{tikzcd}
$$

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в дереве вычислений

$$\mathrm{P}(\mathtt{X},\mathtt{Y}) \leftarrow \mathrm{R}(\mathtt{X}), \mathbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{Y});$$

$$\mathrm{P}(\mathtt{X},\mathtt{X}) \leftarrow \mathrm{Q}(\mathtt{X})$$

$$\mathrm{R}(\mathbf{b});$$

$$\mathrm{Q}(\mathbf{c});$$

$$\mathrm{Q}(\mathbf{b});$$

$$\begin{tikzcd}
 & ?\ \mathrm{P}(\mathtt{U},\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathtt{U}) \quad (* \arrow[d] & \\
 & ?\ \mathrm{R}(\mathtt{U}), \mathbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathtt{U}) \arrow[d] & \\
 & ?\ \mathbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathbf{b}) \quad *) \arrow[d] & \\
 & ?\ \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathbf{b}) \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
?\ \mathrm{R}(\mathbf{b}) \arrow[d] & & ?\ \mathrm{R}(\mathbf{b}) \arrow[d] \\
\square & & \square
\end{tikzcd}$$

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в дереве вычислений

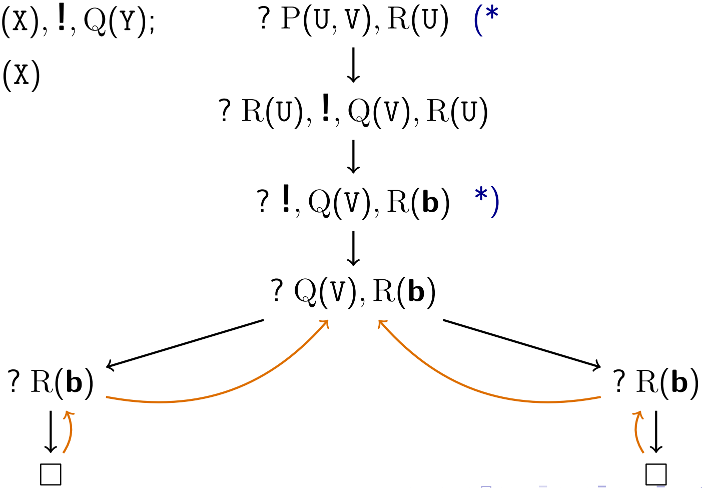
$P(X, Y) \leftarrow R(X), \mathbf{!}, Q(Y);$

$P(X, X) \leftarrow Q(X)$

$R(\mathbf{b});$

$Q(\mathbf{c});$

$Q(\mathbf{b});$



Оператор отсечения: !

Как это выглядит в дереве вычислений

$$\mathrm{P}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}) \leftarrow \mathrm{R}(\mathtt{X}), \mathbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{Y});$$

$$\mathrm{P}(\mathtt{X}, \mathtt{X}) \leftarrow \mathrm{Q}(\mathtt{X})$$

$$\mathrm{R}(\mathbf{b});$$

$$\mathrm{Q}(\mathbf{c});$$

$$\mathrm{Q}(\mathbf{b});$$

$$\begin{tikzcd}
 & ?\ \mathrm{P}(\mathtt{U}, \mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathtt{U}) \quad (* \arrow[d] & \\
 & ?\ \mathrm{R}(\mathtt{U}), \mathbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathtt{U}) \arrow[d] & \\
 & ?\ \mathbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathbf{b}) \quad *) \arrow[d] & \\
 & ?\ \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathbf{b}) \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
?\ \mathrm{R}(\mathbf{b}) \arrow[d] & & ?\ \mathrm{R}(\mathbf{b}) \arrow[d] \\
\square & & \square
\end{tikzcd}$$

Оператор отсечения: !

Как это выглядит в дереве вычислений

$\mathrm{P}(\mathtt{X}, \mathtt{Y}) \leftarrow \mathrm{R}(\mathtt{X}), \mathbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{Y});$

$\mathrm{P}(\mathtt{X}, \mathtt{X}) \leftarrow \mathrm{Q}(\mathtt{X})$

$\mathrm{R}(\mathbf{b});$

$\mathrm{Q}(\mathbf{c});$

$\mathrm{Q}(\mathbf{b});$

$$
\begin{tikzcd}
 & ?\ \mathrm{P}(\mathtt{U}, \mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathtt{U}) \ \ (* \arrow[d] \arrow[r, dashed] & ?\ \mathrm{Q}(\mathtt{U}), \mathrm{R}(\mathtt{U}) \\
 & ?\ \mathrm{R}(\mathtt{U}), \mathbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathtt{U}) \arrow[d] & \\
 & ?\ \mathbf{!}, \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathbf{b}) \ \ *) \arrow[d] & \\
 & ?\ \mathrm{Q}(\mathtt{V}), \mathrm{R}(\mathbf{b}) \arrow[dl] \arrow[dr] \arrow[u, bend left] & \\
?\ \mathrm{R}(\mathbf{b}) \arrow[d] \arrow[ur, bend right] & & ?\ \mathrm{R}(\mathbf{b}) \arrow[d] \arrow[ul, bend left] \\
\square \arrow[u, bend right] & & \square \arrow[u, bend left]
\end{tikzcd}
$$

Оператор отсечения: !

Как можно понимать оператор отсечения?

Рассмотрим такое правило:

$$A_0 \leftarrow A_1, \dots A_K, \mathbf{!}, B_1, \dots, B_m;$$

Это правило можно прочитывать так:

- проверить справедливость условий $A_1, \dots, A_k$; если они справедливы, то приступить к решению подзадач $B_1, \dots, B_m$, иначе искать другие методы решения A_0
- решить подзадачи $A_1, \dots, A_k$ **первым попавшимся способом**; если получилось, то перейти к решению подзадач $B_1, \dots, B_m$, игнорируя остальные методы решения

Ещё более тесная связь с конструкцией “если-то”:

логическая связка	$S \leftarrow P, \mathbf{!}, A;$ $S \leftarrow B;$	схожа с императивной связкой	$S: \ \textbf{if}\ (P)\ \ A;$ $\textbf{else}\ \ B;$

Оператор отсечения: !

Следует иметь в виду, что теорема полноты операционной семантики перестаёт работать с введением отсечения

Например:

птица(**пингвин**);
птица(**орёл**);
птица(**голубь**);
летает(**орёл**);
летает(**голубь**);
? лп(X)

случай 1: лп(X) ← птица(X), летает(X);
случай 2: лп(X) ← птица(X), летает(X), !;
случай 3: лп(X) ← птица(X), !, летает(X);

Правильные ответы во всех трёх случаях совпадают

При этом вычисленные ответы разные:

1. {X/**орёл**} и {X/**голубь**}
2. только {X/**орёл**}
3. нет вычисленных ответов

Вывод: использовать отсечение нужно очень аккуратно

Отрицание в логическом программировании

Одна из особенностей хорновских логических программ состоит в том, что в них ни в каком виде нет отрицания

При этом отрицание может содержаться как в наших знаниях, так и в том, что мы хотим узнать от базы знаний

Рассмотрим такой пример:

$$\text{птица}(\textbf{пингвин});$$
$$\text{птица}(\textbf{орёл});$$
$$\text{летает}(\textbf{орёл});$$

Вполне нормальным будет, например, такой вопрос:

какая птица не умеет летать?

Можно попытаться его формализовать, использовав связку отрицания $\neg$ “в лоб”:

$$?\ \text{птица}(\mathtt{X}), \neg\text{летает}(\mathtt{X})$$

Как должны выглядеть декларативная и операционная семантики для такого отрицания?

Отрицание в логическом программировании

Декларативная семантика: хотелось бы записать её как проверку логического следования

$$S_{\mathcal{P}} \models \exists \mathtt{X}(\text{птица}(\mathtt{X}) \& \neg \text{летает}(\mathtt{X}))$$

где $S_{\mathcal{P}} = \{\text{птица}(\textbf{пингвин}), \text{птица}(\textbf{орёл}), \text{летает}(\textbf{орёл})\}$

Рассмотрим **эрбрановскую** интерпретацию I, в которой истинны все основные атомы:

$$I \models S_{\mathcal{P}}, \qquad \text{но } I \not\models \exists \mathtt{X}(\text{птица}(\mathtt{X}) \& \neg \text{летает}(\mathtt{X}))$$

Означает ли это, что в нашем мире нет нелетащих птиц?

Отрицание в логическом программировании

Оказывается, всё немного сложнее, а именно такая база знаний означает, что:

- мы точно знаем, что пингвин — это птица
- но мы ничего не можем сказать о том, летает ли пингвин

Таким образом, из базы знаний мы можем заключить: нелетающей птицей может быть пингвин (а может и не быть)

Для вывода о том, что пингвин — нелетающая птица, необходимо иметь нечто вроде принципа презумпции невиновности:

если вина человека не доказана, то он невиновен

Хотелось бы распространить этот принцип на логические программы

Чтобы это сделать, изменим отношение логического следования

Отрицание в логическом программировании

Допущение замкнутости мира (**C**losed **W**orld **A**ssumption)

Отношение логического следования в допущении о замкнутости мира $\models_{\mathrm{CWA}}$ вводится так:

- если $\Gamma \models A$, то $\Gamma \models_{\mathrm{CWA}} A$ (A — атом)
- если $\Gamma \not\models A$, то $\Gamma \models_{\mathrm{CWA}} \neg A$
- для составных формул всё определяется стандартным образом

В чём сложность использования такого допущения?

Рассмотрим множество формул $\Gamma = \{\mathrm{A}(\mathbf{c}) \vee \mathrm{B}(\mathbf{c})\}$

Тогда $\Gamma \models_{\mathrm{CWA}} \neg\mathrm{A}(\mathbf{c})$ и $\Gamma \models_{\mathrm{CWA}} \neg\mathrm{B}(\mathbf{c})$, и если мы добавим такие два следствия в исходную базу знаний, то она станет противоречивой

Однако для систем дизъюнктов, соответствующих **хорновским логическим программам**, такая ситуация невозможна

Отрицание в логическом программировании

Почему для хорновских логических программ всё работает хорошо?

Допущение о замкнутости мира может расцениваться так:

при проверке логического следования будем рассматривать только наименьшую эрбрановскую модель

Для формулы $\mathrm{A}(\mathbf{c}) \vee \mathrm{B}(\mathbf{c})$ такой модели **не существует**

Однако для любой хорновской логической программы $\mathcal{P}$ найдётся наименьшая эрбрановская модель $M_{\mathcal{P}}$:

$$M_{\mathcal{P}} = \bigcap_{I \models S_{\mathcal{P}}} I$$

Отрицание в логическом программировании

С декларативной семантикой разобрались: заменим отношение $\models$ на $\models_{\mathrm{CWA}}$

А как переформулировать операционную семантику?

Если попытаться сформулировать правило обработки отрицания, то оно будет выглядеть так:

$$? \neg A \xrightarrow{\varepsilon} \square \quad \text{если для запроса } ?\, A \text{ не существует вычисленного ответа}$$

$$? A \quad \text{тупик} \quad \text{иначе}$$

Отрицание в логическом программировании

Проверка того, существует ли хотя бы один вычисленный ответ, **алгоритмически неразрешима** (следствие из неразрешимости проблемы останова машины Тьюринга)

Значит, **никак нельзя** добавить такую проверку в программу интерпретатора

При этом имеется потребность в обработке отрицания

Выход: модифицировать операционную семантику так, чтобы она **как можно лучше** соответствовала декларативной семантике в допущении о замкнутости мира

Для этого в язык логических программ вводится встроенный оператор **not**

Оператор отрицания: **not**

Единственным аргументом оператора **not** является атом

Для обработки оператора **not** правило SLD-резолюции дополняется правилом SLDNF-резолюции:

(**N**ot as **F**ailure)

Для вычисления SLDNF-резольвенты запроса
$?\ \mathbf{not}(C), C_1, \ldots, C_k$ к программе $\mathcal{P}$:

1. формируется запрос $?\ C$ к программе $\mathcal{P}$
2. обходится (строится) дерево вычислений для этого запроса
3. в зависимости от устройства дерева выдаётся один из **трёх** результатов:

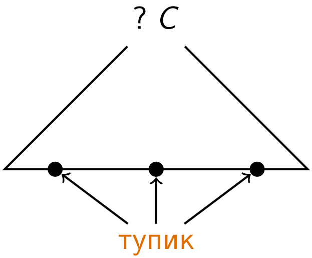
(всё описывается для конкретной стратегии вычисления; например, для стандартной)

Оператор отрицания: **not**

Вариант 1: успех

Дерево вычислений конечно и не содержит успешных ветвей

Тогда SLDNF-резольвента запроса ? $\mathbf{not}(C), C_1, \ldots, C_k$ — это запрос ? $C_1, \ldots, C_k$



$$\Rightarrow$$

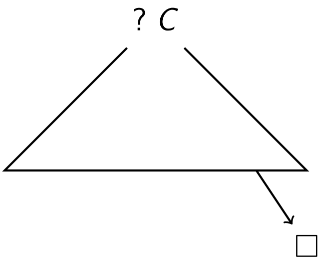
$$? \; \mathbf{not}(C), C_1, \ldots, C_k \xrightarrow{\varepsilon} \; ? \; C_1, \ldots, C_k$$

Оператор отрицания: **not**

Вариант 2: неуспех

При обходе дерева был обнаружен вычисленный ответ

Тогда запрос ? **not**$(C), C_1, \ldots, C_k$ не имеет SLDNF-резольвент



$\Rightarrow$

? **not**$(C), C_1, \ldots, C_k$

тупик

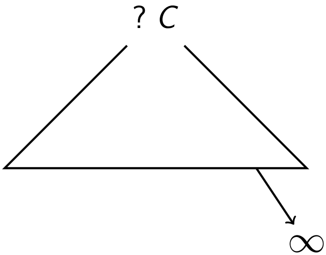
Оператор отрицания: **not**

Вариант 3: бесконечное вычисление

Дерево обходится бесконечно долго, вычисленные ответы не обнаружены

Тогда запрос $?\,\mathbf{not}(C), C_1, \dots, C_k$ не имеет SLDNF-резольвент

Кроме того, вычисление такого запроса считается **бесконечным** (сингулярная бесконечность)



$\Rightarrow$

$$?\,\mathbf{not}(C), C_1, \dots, C_k$$

$$\infty$$

Оператор отрицания: **not**

Теорема корректности SLDNF-резолюции

Если запрос ? $\mathbf{not}(C)$ к <u>хорновской</u> логической программе $\mathcal{P}$ имеет успешное SLDNF-резолютивное вычисление, то $S_{\mathcal{P}} \models_{\mathrm{CWA}} \neg\exists \overline{\mathtt{X}}\, C$

Доказательство.

Самостоятельно

При этом обратное утверждение (теорема полноты) оказывается неверным:

$$\mathcal{P}: \ \mathrm{P}(\mathbf{a});$$

$$?\ \mathbf{not}(\mathrm{P}(\mathtt{X}))$$

- вычисленных ответов нет
- $S_{\mathcal{P}} \models_{\mathrm{CWA}} \neg \mathrm{P}(\mathbf{b})$

Оператор отрицания: **not**

Как выглядит SLDNF-резолютивное вычисление

$\mathrm{P}(\mathtt{X}) \leftarrow \textbf{not}(\mathrm{Q}(\mathtt{X}));$
$\mathrm{P}(\mathtt{X}) \leftarrow \textbf{not}(\mathrm{R}(\mathtt{X}));$
$\mathrm{Q}(\textbf{a});$

$?\ \mathrm{P}(\mathtt{X})$

Оператор отрицания: **not**

Как выглядит SLDNF-резолютивное вычисление

$\mathrm{P}(\mathtt{X}) \leftarrow \textbf{not}(\mathrm{Q}(\mathtt{X}));$
$\mathrm{P}(\mathtt{X}) \leftarrow \textbf{not}(\mathrm{R}(\mathtt{X}));$
$\mathrm{Q}(\textbf{a});$

$$\begin{array}{c} ?\ \mathrm{P}(\mathtt{X}) \\ \Big\downarrow \varepsilon \\ ?\ \textbf{not}(\mathrm{Q}(\mathtt{X})) \end{array}$$

Оператор отрицания: **not**

Как выглядит SLDNF-резолютивное вычисление

$$\mathrm{P}(\mathtt{X}) \leftarrow \textbf{not}(\mathrm{Q}(\mathtt{X}));$$
$$\mathrm{P}(\mathtt{X}) \leftarrow \textbf{not}(\mathrm{R}(\mathtt{X}));$$
$$\mathrm{Q}(\mathbf{a});$$

$$?\ \mathrm{P}(\mathtt{X}) \xrightarrow{\varepsilon}\ ?\ \textbf{not}(\mathrm{Q}(\mathtt{X}))$$

$$?\ \mathrm{Q}(\mathtt{X})$$

Оператор отрицания: **not**

Как выглядит SLDNF-резолютивное вычисление

$$P(X) \leftarrow \mathbf{not}(Q(X));$$
$$P(X) \leftarrow \mathbf{not}(R(X));$$
$$Q(\mathbf{a});$$

$$?\ P(X) \xrightarrow{\varepsilon} ?\ \mathbf{not}(Q(X))$$

$$?\ Q(X) \xrightarrow{\{X/\mathbf{a}\}} \square$$

Оператор отрицания: **not**

Как выглядит SLDNF-резолютивное вычисление

$P(X) \leftarrow \mathbf{not}(Q(X));$
$P(X) \leftarrow \mathbf{not}(R(X));$
$Q(\mathbf{a});$

$$?\ P(X) \xrightarrow{\varepsilon} ?\ \mathbf{not}(Q(X))$$

$$?\ Q(X) \xrightarrow{\{X/\mathbf{a}\}} \square$$

успех

Оператор отрицания: **not**

Как выглядит SLDNF-резолютивное вычисление

$$\mathrm{P}(\mathtt{X}) \leftarrow \textbf{not}(\mathrm{Q}(\mathtt{X}));$$
$$\mathrm{P}(\mathtt{X}) \leftarrow \textbf{not}(\mathrm{R}(\mathtt{X}));$$
$$\mathrm{Q}(\textbf{a});$$

$$?\ \mathrm{P}(\mathtt{X}) \xrightarrow{\varepsilon} ?\ \textbf{not}(\mathrm{Q}(\mathtt{X}))$$

тупик

$$?\ \mathrm{Q}(\mathtt{X}) \xrightarrow{\{\mathtt{X}/\textbf{a}\}} \square$$

успех

Оператор отрицания: **not**

Как выглядит SLDNF-резолютивное вычисление

$\mathrm{P}(\mathtt{X}) \leftarrow \textbf{not}(\mathrm{Q}(\mathtt{X}));$
$\mathrm{P}(\mathtt{X}) \leftarrow \textbf{not}(\mathrm{R}(\mathtt{X}));$
$\mathrm{Q}(\mathbf{a});$

$$\begin{tikzcd} & ?\ \mathrm{P}(\mathtt{X}) \arrow[dl, "\varepsilon"] \\ ?\ \textbf{not}(\mathrm{Q}(\mathtt{X})) \arrow[ur, bend left] & \end{tikzcd}$$

тупик

Оператор отрицания: **not**

Как выглядит SLDNF-резолютивное вычисление

$\mathrm{P}(\mathtt{X}) \leftarrow \textbf{not}(\mathrm{Q}(\mathtt{X}));$
$\mathrm{P}(\mathtt{X}) \leftarrow \textbf{not}(\mathrm{R}(\mathtt{X}));$
$\mathrm{Q}(\textbf{a});$

$$\begin{tikzcd}
 & ?\ \mathrm{P}(\mathtt{X}) \arrow[dl, "\varepsilon"'] \arrow[dr, "\varepsilon"] & \\
?\ \textbf{not}(\mathrm{Q}(\mathtt{X})) \arrow[ur, bend left] & & ?\ \textbf{not}(\mathrm{R}(\mathtt{X})) \\
\text{тупик} & &
\end{tikzcd}$$

Оператор отрицания: **not**

Как выглядит SLDNF-резолютивное вычисление

$P(X) \leftarrow \mathbf{not}(Q(X));$
$P(X) \leftarrow \mathbf{not}(R(X));$
$Q(\mathbf{a});$

$$\begin{tikzcd}
 & ?\ P(X) \arrow[dl, "\varepsilon"'] \arrow[dr, "\varepsilon"] & \\
?\ \mathbf{not}(Q(X)) \arrow[ur, bend left] & & ?\ \mathbf{not}(R(X))
\end{tikzcd}$$

тупик

$?\ R(X)$

Оператор отрицания: **not**

Как выглядит SLDNF-резолютивное вычисление

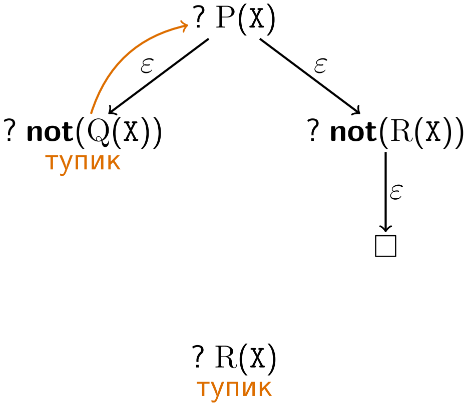
$$
\begin{aligned}
&P(X) \leftarrow \textbf{not}(Q(X));\\
&P(X) \leftarrow \textbf{not}(R(X));\\
&Q(\mathbf{a});
\end{aligned}
$$

$$
\begin{tikzcd}
 & ?\ P(X) \arrow[dl, "\varepsilon"'] \arrow[dr, "\varepsilon"] & \\
\underset{\text{тупик}}{?\ \textbf{not}(Q(X))} \arrow[ur, bend left] & & ?\ \textbf{not}(R(X)) \\
 & & \underset{\text{тупик}}{?\ R(X)}
\end{tikzcd}
$$

Оператор отрицания: **not**

Как выглядит SLDNF-резолютивное вычисление

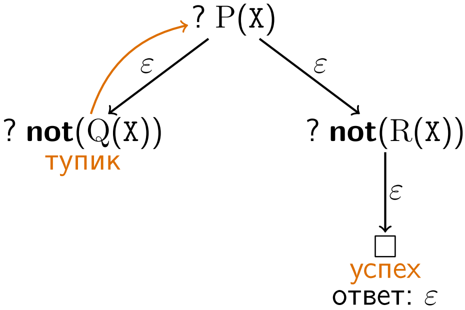
$\mathrm{P}(\mathtt{X}) \leftarrow \textbf{not}(\mathrm{Q}(\mathtt{X}));$
$\mathrm{P}(\mathtt{X}) \leftarrow \textbf{not}(\mathrm{R}(\mathtt{X}));$
$\mathrm{Q}(\textbf{a});$



Оператор отрицания: **not**

Как выглядит SLDNF-резолютивное вычисление

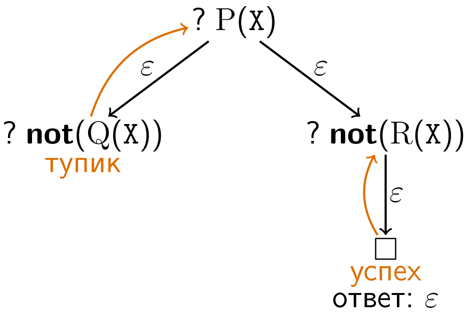
$\mathrm{P}(\mathtt{X}) \leftarrow \mathbf{not}(\mathrm{Q}(\mathtt{X}));$
$\mathrm{P}(\mathtt{X}) \leftarrow \mathbf{not}(\mathrm{R}(\mathtt{X}));$
$\mathrm{Q}(\mathbf{a});$



Оператор отрицания: **not**

Как выглядит SLDNF-резолютивное вычисление

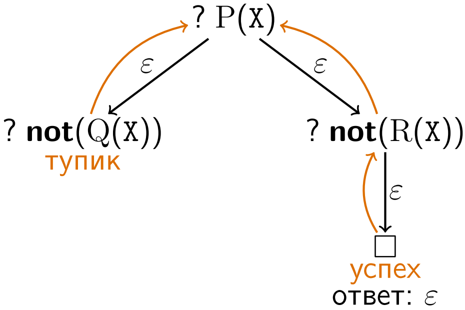
$\mathrm{P}(\mathtt{X}) \leftarrow \textbf{not}(\mathrm{Q}(\mathtt{X}));$
$\mathrm{P}(\mathtt{X}) \leftarrow \textbf{not}(\mathrm{R}(\mathtt{X}));$
$\mathrm{Q}(\mathbf{a});$



Оператор отрицания: **not**

Как выглядит SLDNF-резолютивное вычисление

$P(X) \leftarrow \textbf{not}(Q(X));$
$P(X) \leftarrow \textbf{not}(R(X));$
$Q(\textbf{a});$



Конец лекции 16