

**Курс «Основы кибернетики»  
для бакалавров (интегрированных магистров)  
направления 01400 «Прикладная математика и  
информатика» профиля «Математические методы  
обработки информации и принятия решений»**

**9. Планы семинарских занятий на осенний семестр 2017-2018 уч. года и ориентировочный график их проведения**

**Семинар 1 (4.IX–8.IX)**

Комбинаторика граней единичного булева куба. Представление ФАЛ с помощью ДНФ и его «геометрическая» интерпретация, совершенная ДНФ. Сокращённая ДНФ и «геометрические» методы её построения, карта Карно. Теоретический материал [1: с. 19–32], [5: с. 290–292, 296–298].

**В классе.** Из [5]: гл. IX — 1.2 (1-6); гл. I — 2.3 (3). Найти число тех ФАЛ от  $n$ ,  $n \geq 2$ , БП, совершенная ДНФ которых является их единственной ДНФ и имеет длину 2 (К1); доказать, что длина совершенной ДНФ от БП  $x_1, \dots, x_n$ , являющейся единственной ДНФ реализуемой ею ФАЛ, не больше, чем  $2^{n-1}$  (К2). Из [5]: гл. IX — 2.1 (1,2), 2.5 (1,5), 2.6 (1,5).

**На дом.** Из [5]: гл. IX — 1.2 (7,9); гл. I — 2.3 (4). Найти число тех ФАЛ от БП  $x_1, \dots, x_n$ ,  $n \geq 2$ , совершенная ДНФ которых является их единственной ДНФ длины  $2^{n-1}$  (Д1) и длины 3 (Д2). Из [5]: гл. IX — 2.1 (3), 2.5 (2,6), 2.6 (2,6).

**Семинар 2 (11.IX–15.IX)**

Алгебраические методы построения сокращённой ДНФ. Тупиковые ДНФ, ядро и ДНФ пересечение тупиковых. Теоретический материал [1: с. 32–36, 38–41], [5: с. 296–298, 301–303].

**В классе.** Из [5]: гл. IX — 2.3 (1,2), 2.2 (1,2), 2.9 (3), 2.14 (1,2), 3.3 (1,2) — построить ядро и ДНФ  $\cap T$ , 2.12 (3).

**На дом.** Из [5]: гл. IX — 2.3 (3,4), 2.2 (3,4), 2.9 (5), 3.3 (3,4) — построить ядро и ДНФ  $\cap T$ , 2.12 (6), 2.13.

**Семинар 3 (18.IX–23.IX)**

ДНФ Квайна и ДНФ сумма тупиковых. Таблица Квайна, методы построения всех тупиковых (минимальных, кратчайших) ДНФ. Теоретический материал [1: с. 41–44, 51–55], [5: с. 301–303].

**В классе.** Из [5]: гл. IX — 3.1 (1,5), 3.3 (1,2) — построить ДНФ Квайна и ДНФ  $\sum T$ , 3.4 (3), 3.6 (1,4,7).

**На дом.** Из [5]: гл. IX — 3.1 (4,6), 3.3 (3,4) — построить ДНФ Квайна и ДНФ  $\sum T$ , 3.4 (4), 3.6 (3,6,8).

**Семинар 4 (25.IX–29.IX)**

Особенности ДНФ для некоторых типов ФАЛ, оценки числа тупиковых (минимальных) ДНФ. Разбор задач к контрольной №1. Теоретический материал [1: с. 44–50, 59–65], [5: с. 301–303].

**В классе.** Построить совершенную и сокращённую ДНФ ФАЛ  $f(x_1, x_2, x_3)$ , если известно, что она линейно зависит от БП  $x_1$  и  $N_f \supseteq \{(000), (101)\}$ ,  $\bar{N}_f \supseteq \{(110), (011)\}$  (К1). Из [5]: гл. IX — 2.9 (2). Построить сокращённую ДНФ монотонной ФАЛ из  $P_2(4)$ , нижними единицами которой являются наборы (0101), (1011), (1100), (0110) (К2). Из [5]: гл. IX — 2.12 (2), 3.7 (2).

**На дом.** Построить совершенную и сокращённую ДНФ ФАЛ  $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ , если известно, что она линейно зависит от БП  $x_1, x_2$  и  $N_f \supseteq \{(0100), (1001)\}$ ,  $\bar{N}_f \supseteq \{(1010), (1111)\}$  (д1). Построить сокращённую ДНФ монотонной ФАЛ из  $P_2(4)$ , нижними единицами которой являются наборы (1010), (0100), (0011), (1001) (д2). Из [5]: гл. IX — 2.9 (8), 2.12 (8), 3.7 (4).

### Семинар 5 (2.X–6.X)

Эквивалентные преобразования формул. Теоретический материал [1: с. 86–90, 146–161], [4: с. 19].

**В классе.** Из [4]: 3.1 (1), 3.3 (1,4), 3.8 (1–3), 3.9 (1).

**На дом.** Из [4]: 3.1(2), 3.3 (3,6), 3.8 (5–9), 3.9 (2).

### Семинар 6 (9.X–13.X)

Задание формул деревьями, оптимизация подобных формул по глубине. Контактные схемы и  $\pi$ -схемы, моделирование формул и  $\pi$ -схем. Теоретический материал [1: гл. 2, §§2, 5].

**В классе.**

1. Построить по заданной формуле  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{F} = ((x_1 \vee x_2) \vee \bar{x}_3) \overline{(x_1(x_3 \vee x_4))} \vee (x_1(\bar{x}_3 x_4) \vee (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2)(x_1 \vee x_2))$ , соответствующее ей дерево, а затем перейти от него к дереву (формуле) минимальной сложности с использованием многоходовых ФЭ  $\&$ ,  $\vee$ , которая соответствует классу всех формул базиса  $B_0$ , подобных исходной; найти число всех таких формул.
2. Построить в  $B_0$  формулу минимальной глубины, подобную формуле  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{F} = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_4 \bar{x}_5 \vee x_4 x_5 x_6$ , (минимальность обосновать).
3. С помощью различных приёмов (просмотр всех наборов, нахождение всех простых проводящих цепей, а также всех тупиковых неединичных сечений) построить таблицу истинности ФАЛ, реализуемых КС, показанными на рис. 10 и 12 из [4].
4. Построить  $\pi$ -схемы, моделирующие: а) конкретные ДНФ и КНФ; б) сокращённую ДНФ мультиплексорной ФАЛ  $\mu_n$  (на базе КД); в) совершенную ДНФ ФАЛ  $f(x_1, x_2, x_3)$ , столбец значений которой имеет вид  $\tilde{\alpha}_f = (01101100)$  (на базе КД).

**На дом.** В соответствии с приведёнными выше пунктами 1–4:

1.  $\mathcal{F} = (x_1 x_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_4) \vee \bar{x}_1(x_2 \vee \bar{x}_3)(x_3 \vee x_4)$ .
2.  $\mathcal{F} = x_1 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 x_5 \vee x_2 x_3 x_4 \vee x_4 x_5 \vee \bar{x}_5 x_6$ .
3. Рис. 13, 14, 17 из [4].
4. в)  $\tilde{\alpha}_f = (1101100101111001)$ .

### Семинар 7 (16.X–20.X)

Эквивалентные преобразования КС. Теоретический материал [1: с. 169–185].

**В классе.** Из [4]: 4.1 (2,4,6–8), 4.3 (1).

**На дом.** Из [4]: 4.1 (9–12), 4.3 (3).

### Семинар 8 (23.X–27.X)

Эквивалентные преобразования КС (окончание). Схемы из функциональных элементов (СФЭ), их эквивалентные преобразования (ЭП) с помощью основных тождеств путём моделирования ЭП соответствующих формул. Теоретический материал [1: с. 169–185, 146–156].

## **В классе.**

1. Для заданных эквивалентных КС  $\Sigma'$ ,  $\Sigma''$  от БП  $X(n)$  и  $m \leq n$  построить ЭП  $\Sigma' \xrightarrow{\tau_m} \Sigma''$ , а затем доказать, что  $\Sigma' \xrightarrow{\tau_k} \Sigma''$  при  $k < m$ :
  - а)  $m = n = 3$ , а  $\Sigma'$  и  $\Sigma''$  — КС из задачи 4.1 (9) домашнего задания семинара 7;
  - б)  $m = n = 3$ , а  $\Sigma'$  и  $\Sigma''$  —  $\pi$ -схемы, моделирующие левую и правую части тождества  $t_{\vee, \&}^D$ ;
  - в)  $m = 2$ ,  $n = 3$ ,  $\Sigma'$  — первая (левая) КС из задачи 4.1 (10) домашнего задания семинара 7, а КС  $\Sigma''$  получается из второй (правой) КС этой задачи перестановкой контактов  $x$ ,  $z$  и проведением цепи из контактов  $y$ ,  $z$ , соединяющей неполюсные вершины;
  - г)  $m = n = 2$ , а  $\Sigma'$  — первая (левая) КС из задачи 4.1 (11) домашнего задания семинара 7, а КС  $\Sigma''$  получается из второй (правой) КС этой задачи проведением цепи из контактов  $x$ ,  $y$ , соединяющей полюса 1 и 2.
2. Для формулы  $\mathcal{F}$  построить соответствующее ей квазидерево, а затем перейти от него к более «компактной» СФЭ, применяя операцию «отождествления» максимальных по включению изоморфных квазиподдеревьев до тех пор, пока это возможно:

$$\mathcal{F} = (\overline{(x_1 x_2)} \vee x_3)(x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_4) \vee (x_1 x_2 \vee \overline{(x_1 x_4)}).$$

3. Вывести формульное тождество  $t$  из системы тождеств  $\tau$ , а затем промоделировать этот вывод в классе СФЭ:

$$t = t^\Pi, \quad \tau = \{t_{1\&}^{\text{ПК}}, t_{\&\vee}^D, t_{\vee}^{\text{ОП}}, \tau^A, \tau^K\}.$$

**На дом.** В соответствии с приведёнными выше пунктами 1–3:

1. а)  $m = n = 3$ , а  $\Sigma'$  и  $\Sigma''$  —  $\pi$ -схемы, моделирующие две части формульного тождества

$$(x_1 \vee \bar{x}_1 x_2)(x_2 \vee x_3) = x_2 \vee x_1 x_3;$$

- б)  $m = n = 3$ , а  $\Sigma'$  и  $\Sigma''$  — КС от БП  $X(3)$  с полюсами 1, 2, 3 такие, что в КС  $\Sigma'$  полюс с номером  $i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , соединён с её единственной внутренней вершиной контактом  $x_i$ , а в КС  $\Sigma''$ , не имеющей внутренних вершин, он соединён с полюсом  $j$ ,  $1 \leq i < j \leq 3$ , цепочкой контактов  $x_i x_j$ ;
2.  $\mathcal{F} = \overline{(x_1(x_2 x_3))}(\bar{x}_4 \vee x_1 \vee x_3) \vee x_2 x_3(\bar{x}_4 \vee x_1)$ ;
  3.  $t$  — тождество обобщённого склеивания,  $\tau = \tilde{\tau}_{\text{осн}}$  — расширенная система основных тождеств.

## **Семинар 9 (30.X–3.XI)**

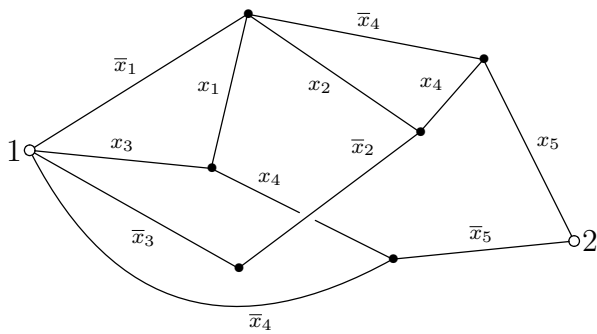
Повторение материала 5, 7 и 8 семинарских занятий. Подготовка к контрольной по второму разделу (контрольная работа №2).

## **Семинар 10 (7.XI–10.XI)**

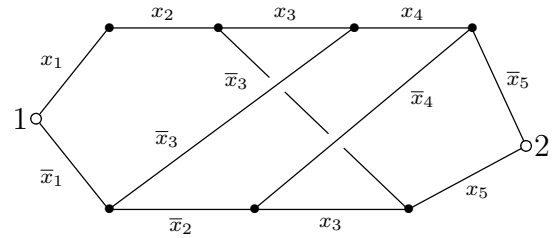
Сложность ФАЛ и методы синтеза схем на основе ДНФ. Теоретический материал [1: с. 186–210].

**В классе.** Из [5]: гл. X — 1.1 (2, 3, 4, ФАЛ  $\mu_1(x_1, x_2 \vee x_3, x_4 \cdot x_5) = \bar{x}_1(x_2 \vee x_3) \vee x_1(x_4 \cdot x_5)$  — как в классе СФЭ (К1), так и в классе КС (К2), а также ФАЛ  $(x_1 \vee x_2)x_3 \vee (\bar{x}_1 \vee x_2)x_4$  — в классе КС (К3)); 2.4 (1); доказать минимальность некоторых из построенных в предыдущих задачах схем.

**На дом.** Из [5]: гл. X — 1.1 (5–7), 2.4 (2); доказать минимальность некоторых из построенных в предыдущих задачах схем.



(а) В классе.



(б) На дом.

Рис. 1. Каскадные контактные схемы к семинарам 11 и 12.

### Семинар 11 (13.XI–17.XI)

Каскадные КС и инверсные КС, метод каскадов для КС. Метод Шеннона. Теоретический материал [1: с. 186–210].

**В классе.** Для заданной на рис. 1а каскадной КС построить инверсную к ней КС (К1). Из [5]: гл. X — 2.13 (1, 4, 7), 2.14 (1), 2.14 (2 — с оптимизацией сложности за счёт выбора порядка БП разложения), 2.14 (5). Разлагая ФАЛ от 3 или 4 БП по всем БП, кроме последней, построить для неё КС (К2) и СФЭ (К3) по методу Шеннона.

**На дом.** Для заданной на рис. 1б каскадной КС построить инверсную к ней КС (Д1). Из [5]: гл. X — 2.13 (2, 5, 6), 2.14 (3 — с оптимизацией сложности за счёт выбора порядка БП разложения), 2.14 (6). Разлагая ФАЛ от 3 или 4 БП по всем БП, кроме последней, построить для неё КС (Д2) и СФЭ (Д3) по методу Шеннона.

### Семинар 12 (20.XI–24.XI)

Моделирование каскадных КС в классе СФЭ. Метод каскадов и метод Шеннона для СФЭ. Теоретический материал [1: с. 186–210].

**В классе.** Показанную на рис. 1а каскадную КС промоделировать в классе СФЭ (К1). С помощью метода каскадов построить СФЭ для ФАЛ и систем ФАЛ из [5]: гл. X — 2.13 (1, 4, 7), 2.14 (1), 2.14 (2), 2.14 (5). Используя метод Шеннона доказать, что  $L^C(4) \leq 18$  (К2).

**На дом.** Показанную на рис. 1б каскадную КС промоделировать в классе СФЭ (Д1). С помощью метода каскадов построить СФЭ для ФАЛ и систем ФАЛ из [5]: гл. X — 2.13 (2, 5, 6), 2.14 (3), 2.14 (6). Используя метод Шеннона доказать, что  $L^C(5) \leq 34$  (Д2).

### Семинар 13 (27.XI–1.XII)

Асимптотически наилучшие методы синтеза, синтез схем для ФАЛ из специальных классов. Теоретический материал [1, с. 215–240].

**В классе.** Выписать таблицу значений ФАЛ стандартного ДУМ порядка 3 и высоты 3 (К1). Построить 2-регулярное разбиение куба  $B^4$ , на каждой компоненте которого каждая из ФАЛ  $x_1 \rightarrow x_2$ ,  $x_1 \oplus x_2$  моделируется либо БП, либо её отрицанием (К2). Установить асимптотику функции Шеннона для сложности класса всех ФАЛ равных 1 при  $x_1 = 1$  (КС) (К3); класса всех самодвойственных ФАЛ (СФЭ) (К4); класса всех ФАЛ симметричных по первым трем БП (КС) (К5); класса ФАЛ  $f(x_1, \dots, x_n)$  от  $n$ ,  $n = 3, 4, \dots$ , БП, обладающих тем свойством, что множество ФАЛ вида  $f(\sigma_1, \sigma_2, x_3, \dots, x_n)$ , где  $(\sigma_1, \sigma_2) \in B^2$ , состоит из 4 различных попарно ортогональных ФАЛ, дизъюнкция которых равна 1 (СФЭ) (К6).

**На дом.** Выписать таблицу значений ФАЛ ДУМ порядка 3, связанного с разбиением куба  $B^3$  на 3 подмножества:  $B_1^3$ ,  $B_2^3$ ,  $B_0^3 \cup B_3^3$  (Д1). Построить 2-регулярное разбиение куба  $B^7$ , на каждой компоненте которого любая отличная от константы ФАЛ от БП  $x_1, x_2$  моделируется либо БП, либо её отрицанием (Д2). Установить асимптотику функции Шеннона для сложности класса всех ФАЛ, равных 0 при  $x_1 = x_2 = 0$  (КС) (Д3); класса, состоящего из всех тех ФАЛ, у которых любая подфункция от первых трёх БП линейна (Д4); класса ФАЛ  $f(x_1, \dots, x_n)$  от  $n$ ,

$n = 3, 4, \dots$ , БП, обладающих тем свойством, что множество ФАЛ вида  $f(\sigma_1, \sigma_2, x_3, \dots, x_n)$ , где  $(\sigma_1, \sigma_2) \in B^2$ , состоит из 4 различных попарно ортогональных ФАЛ (СФЭ) (Д5).

### Семинар 14 (4.XII–8.XII)

Синтез самокорректирующихся КС. Подготовка к контрольной по третьему разделу курса. Теоретический материал [4: с. 49–50].

**В классе.**

1. Из [4]: 7.9 (б), 7.10 (1), 7.13 (по книге [4] 2002 года: 7.7 (б), 7.8 (1), 7.11 (1)).

2. Повторение материала семинарских занятий:

а) семинар 10 (индивидуальная сложность ФАЛ) — построить минимальную (1, 1)-КС для ФАЛ  $f$ , заданной равенством

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (x_1 \vee x_2 \vee x_3)x_4 \vee (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3)x_5;$$

б) семинары 12 и 11 (метод каскадов для КС и СФЭ) — с помощью метода каскадов, последовательно разлагая реализуемые ФАЛ по  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , построить (1, 2)-КС  $\Sigma$  для системы ФАЛ  $F = (f_1, f_2)$  и СФЭ  $S$  для ФАЛ  $f_1$ , где  $f_1 = (0110\ 1000\ 1000\ 0101)$ ,  $f_2 = x_1\bar{x}_2(x_3 \oplus x_4) \vee \bar{x}_1x_2x_4$ ;

в) семинар 13 (синтез схем для ФАЛ из специальных классов) — разбор задачи Д4 или Д5 из его домашнего задания.

**На дом.**

1. Из [4]: 7.9 (в), 7.10 (2), 7.11 (а) (по книге [4] 2002 года: 7.7 (в), 7.8 (2), 7.9 (а)).

2. Повторение материала предыдущих семинарских занятий:

а) построить минимальную (1, 1)-КС для ФАЛ  $f$ , заданной равенством

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1x_2x_3x_4x_5 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee x_1x_2\bar{x}_4\bar{x}_5;$$

б) с помощью метода каскадов, последовательно разлагая реализуемые ФАЛ по  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , построить (1, 2)-КС  $\Sigma$  для системы ФАЛ  $F = (f_1, f_2)$  и СФЭ  $S$  для ФАЛ  $f_1$ , где  $f_1 = (1001\ 0110\ 1001\ 0111)$ ,  $f_2 = \bar{x}_1(x_3 \vee x_4) \vee x_1(x_2 \oplus x_3 \oplus x_4)$ ;

в) установить асимптотику сложности реализации схемами из функциональных элементов самой сложной из тех ФАЛ  $f(x_1, \dots, x_n)$ ,  $n \geq 1$ , которые на любой паре противоположных наборов, за исключением пары  $\{(0, \dots, 0), (1, \dots, 1)\}$ , принимают одинаковые значения.

### Семинар 15 (11.XII–15.XII)

Тесты для таблиц, тесты для контактных схем. Теоретический материал: [1: с. 65–72, 51–55], [4: с. 32–34, 37–38].

**В классе.** Из [4]: 5.1 (1, 2 — все тупиковые диагностические тесты), 5.1 (3 — все тупиковые проверяющие тесты), 6.2, 6.4, 6.11 (если хватит времени).

**На дом.** Из [4]: 5.1 (5 — все тупиковые диагностические тесты, 6 — все тупиковые проверяющие тесты), 6.3, 6.5, 6.14.