

**Курс «Основы кибернетики»
для бакалавров (интегрированных магистров)
направления 01400 «Прикладная математика и
информатика» профиля «Математические методы
обработки информации и принятия решений»**

9. Планы семинарских занятий на осенний семестр 2017-2018 уч. года и ориентировочный график их проведения

Семинар 1 (4.IX–8.IX)

Комбинаторика граней единичного булева куба. Представление ФАЛ с помощью ДНФ и его «геометрическая» интерпретация, совершенная ДНФ. Сокращённая ДНФ и «геометрические» методы её построения, карта Карно. Теоретический материал [1: с. 19–32], [5: с. 290–292, 296–298].

В классе. Из [5]: гл. IX — 1.2 (1-6); гл. I — 2.3 (3). Найти число тех ФАЛ от n , $n \geq 2$, БП, совершенная ДНФ которых является их единственной ДНФ и имеет длину 2 (К1); доказать, что длина совершенной ДНФ от БП x_1, \dots, x_n , являющейся единственной ДНФ реализуемой ею ФАЛ, не больше, чем 2^{n-1} (К2). Из [5]: гл. IX — 2.1 (1,2), 2.5 (1,5), 2.6 (1,5).

На дом. Из [5]: гл. IX — 1.2 (7,9); гл. I — 2.3 (4). Найти число тех ФАЛ от БП x_1, \dots, x_n , $n \geq 2$, совершенная ДНФ которых является их единственной ДНФ длины 2^{n-1} (Д1) и длины 3 (Д2). Из [5]: гл. IX — 2.1 (3), 2.5 (2,6), 2.6 (2,6).

Семинар 2 (11.IX–15.IX)

Алгебраические методы построения сокращённой ДНФ. Тупиковые ДНФ, ядро и ДНФ пересечение тупиковых. Теоретический материал [1: с. 32–36, 38–41], [5: с. 296–298, 301–303].

В классе. Из [5]: гл. IX — 2.3 (1,2), 2.2 (1,2), 2.9 (3), 2.14 (1,2), 3.3 (1,2) — построить ядро и ДНФ $\cap T$, 2.12 (3).

На дом. Из [5]: гл. IX — 2.3 (3,4), 2.2 (3,4), 2.9 (5), 3.3 (3,4) — построить ядро и ДНФ $\cap T$, 2.12 (6), 2.13.

Семинар 3 (18.IX–23.IX)

ДНФ Квайна и ДНФ сумма тупиковых. Таблица Квайна, методы построения всех тупиковых (минимальных, кратчайших) ДНФ. Теоретический материал [1: с. 41–44, 51–55], [5: с. 301–303].

В классе. Из [5]: гл. IX — 3.1 (1,5), 3.3 (1,2) — построить ДНФ Квайна и ДНФ $\sum T$, 3.4 (3), 3.6 (1,4,7).

На дом. Из [5]: гл. IX — 3.1 (4,6), 3.3 (3,4) — построить ДНФ Квайна и ДНФ $\sum T$, 3.4 (4), 3.6 (3,6,8).

Семинар 4 (25.IX–29.IX)

Особенности ДНФ для некоторых типов ФАЛ, оценки числа тупиковых (минимальных) ДНФ. Разбор задач к контрольной №1. Теоретический материал [1: с. 44–50, 59–65], [5: с. 301–303].

В классе. Построить совершенную и сокращённую ДНФ ФАЛ $f(x_1, x_2, x_3)$, если известно, что она линейно зависит от БП x_1 и $N_f \supseteq \{(000), (101)\}$, $\bar{N}_f \supseteq \{(110), (011)\}$ (К1). Из [5]: гл. IX — 2.9 (2). Построить сокращённую ДНФ монотонной ФАЛ из $P_2(4)$, нижними единицами которой являются наборы (0101), (1011), (1100), (0110) (К2). Из [5]: гл. IX — 2.12 (2), 3.7 (2).

На дом. Построить совершенную и сокращённую ДНФ ФАЛ $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$, если известно, что она линейно зависит от БП x_1, x_2 и $N_f \supseteq \{(0100), (1001)\}$, $\bar{N}_f \supseteq \{(1010), (1111)\}$ (д1). Построить сокращённую ДНФ монотонной ФАЛ из $P_2(4)$, нижними единицами которой являются наборы (1010), (0100), (0011), (1001) (д2). Из [5]: гл. IX — 2.9 (8), 2.12 (8), 3.7 (4).

Семинар 5 (2.X–6.X)

Эквивалентные преобразования формул. Теоретический материал [1: с. 86–90, 146–161], [4: с. 19].

В классе. Из [4]: 3.1 (1), 3.3 (1,4), 3.8 (1–3), 3.9 (1).

На дом. Из [4]: 3.1(2), 3.3 (3,6), 3.8 (5–9), 3.9 (2).

Семинар 6 (9.X–13.X)

Задание формул деревьями, оптимизация подобных формул по глубине. Контактные схемы и π -схемы, моделирование формул и π -схем. Теоретический материал [1: гл. 2, §§2, 5].

В классе.

1. Построить по заданной формуле \mathcal{F} , $\mathcal{F} = ((x_1 \vee x_2) \vee \bar{x}_3) \overline{(x_1(x_3 \vee x_4))} \vee (x_1(\bar{x}_3 x_4) \vee (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2)(x_1 \vee x_2))$, соответствующее ей дерево, а затем перейти от него к дереву (формуле) минимальной сложности с использованием многоходовых ФЭ $\&$, \vee , которая соответствует классу всех формул базиса B_0 , подобных исходной; найти число всех таких формул.
2. Построить в B_0 формулу минимальной глубины, подобную формуле \mathcal{F} , $\mathcal{F} = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_4 \bar{x}_5 \vee x_4 x_5 x_6$, (минимальность обосновать).
3. С помощью различных приёмов (просмотр всех наборов, нахождение всех простых проводящих цепей, а также всех тупиковых неединичных сечений) построить таблицу истинности ФАЛ, реализуемых КС, показанными на рис. 10 и 12 из [4].
4. Построить π -схемы, моделирующие: а) конкретные ДНФ и КНФ; б) сокращённую ДНФ мультиплексорной ФАЛ μ_n (на базе КД); в) совершенную ДНФ ФАЛ $f(x_1, x_2, x_3)$, столбец значений которой имеет вид $\tilde{\alpha}_f = (01101100)$ (на базе КД).

На дом. В соответствии с приведёнными выше пунктами 1–4:

1. $\mathcal{F} = (x_1 x_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_4) \vee \bar{x}_1(x_2 \vee \bar{x}_3)(x_3 \vee x_4)$.
2. $\mathcal{F} = x_1 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 x_5 \vee x_2 x_3 x_4 \vee x_4 x_5 \vee \bar{x}_5 x_6$.
3. Рис. 13, 14, 17 из [4].
4. в) $\tilde{\alpha}_f = (1101100101111001)$.

Семинар 7 (16.X–20.X)

Эквивалентные преобразования КС. Теоретический материал [1: с. 169–185].

В классе. Из [4]: 4.1 (2,4,6–8), 4.3 (1).

На дом. Из [4]: 4.1 (9–12), 4.3 (3).

Семинар 8 (23.X–27.X)

Эквивалентные преобразования КС (окончание). Схемы из функциональных элементов (СФЭ), их эквивалентные преобразования (ЭП) с помощью основных тождеств путём моделирования ЭП соответствующих формул. Теоретический материал [1: с. 169–185, 146–156].

В классе.

1. Для заданных эквивалентных КС Σ' , Σ'' от БП $X(n)$ и $m \leq n$ построить ЭП $\Sigma' \xrightarrow{\tau_m} \Sigma''$, а затем доказать, что $\Sigma' \not\xrightarrow{\tau_k} \Sigma''$ при $k < m$:
 - а) $m = n = 3$, а Σ' и Σ'' — КС из задачи 4.1 (9) домашнего задания семинара 7;
 - б) $m = n = 3$, а Σ' и Σ'' — π -схемы, моделирующие левую и правую части тождества $t_{\vee, \&}^D$;
 - в) $m = 2$, $n = 3$, Σ' — первая (левая) КС из задачи 4.1 (10) домашнего задания семинара 7, а КС Σ'' получается из второй (правой) КС этой задачи перестановкой контактов x , z и проведением цепи из контактов y , z , соединяющей неполюсные вершины;
 - г) $m = n = 2$, а Σ' — первая (левая) КС из задачи 4.1 (11) домашнего задания семинара 7, а КС Σ'' получается из второй (правой) КС этой задачи проведением цепи из контактов x , y , соединяющей полюса 1 и 2.
2. Для формулы \mathcal{F} построить соответствующее ей квазидерево, а затем перейти от него к более «компактной» СФЭ, применяя операцию «отождествления» максимальных по включению изоморфных квазиподдеревьев до тех пор, пока это возможно:

$$\mathcal{F} = (\overline{(x_1 x_2)} \vee x_3)(x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_4) \vee (x_1 x_2 \vee \overline{(x_1 x_4)}).$$

3. Вывести формульное тождество t из системы тождеств τ , а затем промоделировать этот вывод в классе СФЭ:

$$t = t^\Pi, \quad \tau = \{t_{1\&}^{\text{ПК}}, t_{\&\vee}^D, t_{\vee}^{\text{ОП}}, \tau^A, \tau^K\}.$$

На дом. В соответствии с приведёнными выше пунктами 1–3:

1. а) $m = n = 3$, а Σ' и Σ'' — π -схемы, моделирующие две части формульного тождества

$$(x_1 \vee \bar{x}_1 x_2)(x_2 \vee x_3) = x_2 \vee x_1 x_3;$$

- б) $m = n = 3$, а Σ' и Σ'' — КС от БП $X(3)$ с полюсами 1, 2, 3 такие, что в КС Σ' полюс с номером i , $i = 1, 2, 3$, соединён с её единственной внутренней вершиной контактом x_i , а в КС Σ'' , не имеющей внутренних вершин, он соединён с полюсом j , $1 \leq i < j \leq 3$, цепочкой контактов $x_i x_j$;
2. $\mathcal{F} = \overline{(x_1(x_2 x_3))}(\bar{x}_4 \vee x_1 \vee x_3) \vee x_2 x_3(\bar{x}_4 \vee x_1)$;
 3. t — тождество обобщённого склеивания, $\tau = \tilde{\tau}_{\text{осн}}$ — расширенная система основных тождеств.

Семинар 9 (30.X–3.XI)

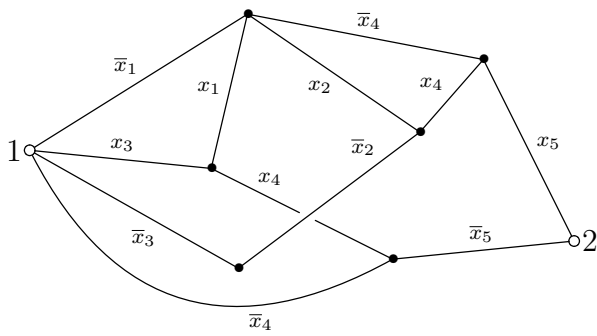
Повторение материала 5, 7 и 8 семинарских занятий. Подготовка к контрольной по второму разделу (контрольная работа №2).

Семинар 10 (7.XI–10.XI)

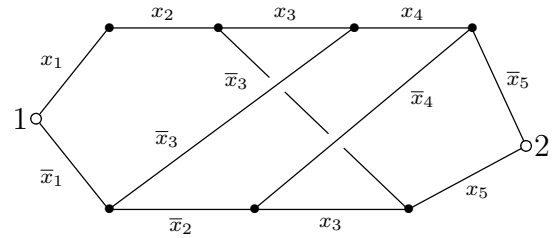
Сложность ФАЛ и методы синтеза схем на основе ДНФ. Теоретический материал [1: с. 186–210].

В классе. Из [5]: гл. X — 1.1 (2, 3, 4, ФАЛ $\mu_1(x_1, x_2 \vee x_3, x_4 \cdot x_5) = \bar{x}_1(x_2 \vee x_3) \vee x_1(x_4 \cdot x_5)$ — как в классе СФЭ (К1), так и в классе КС (К2), а также ФАЛ $(x_1 \vee x_2)x_3 \vee (\bar{x}_1 \vee x_2)x_4$ — в классе КС (К3)); 2.4 (1); доказать минимальность некоторых из построенных в предыдущих задачах схем.

На дом. Из [5]: гл. X — 1.1 (5–7), 2.4 (2); доказать минимальность некоторых из построенных в предыдущих задачах схем.



(а) В классе.



(б) На дом.

Рис. 1. Каскадные контактные схемы к семинарам 11 и 12.

Семинар 11 (13.XI–17.XI)

Каскадные КС и инверсные КС, метод каскадов для КС. Метод Шеннона. Теоретический материал [1: с. 186–210].

В классе. Для заданной на рис. 1а каскадной КС построить инверсную к ней КС (к1). Из [5]: гл. X — 2.13 (1, 4, 7), 2.14 (1), 2.14 (2 — с оптимизацией сложности за счёт выбора порядка БП разложения), 2.14 (5). Разлагая ФАЛ от 3 или 4 БП по всем БП, кроме последней, построить для неё КС (к2) и СФЭ (к3) по методу Шеннона.

На дом. Для заданной на рис. 1б каскадной КС построить инверсную к ней КС (д1). Из [5]: гл. X — 2.13 (2, 5, 6), 2.14 (3 — с оптимизацией сложности за счёт выбора порядка БП разложения), 2.14 (6). Разлагая ФАЛ от 3 или 4 БП по всем БП, кроме последней, построить для неё КС (д2) и СФЭ (д3) по методу Шеннона.

Семинар 12 (20.XI–24.XI)

Моделирование каскадных КС в классе СФЭ. Метод каскадов и метод Шеннона для СФЭ. Теоретический материал [1: с. 186–210].

В классе. Показанную на рис. 1а каскадную КС промоделировать в классе СФЭ (к1). С помощью метода каскадов построить СФЭ для ФАЛ и систем ФАЛ из [5]: гл. X — 2.13 (1, 4, 7), 2.14 (1), 2.14 (2), 2.14 (5). Используя метод Шеннона доказать, что $L^C(4) \leq 18$ (к2).

На дом. Показанную на рис. 1б каскадную КС промоделировать в классе СФЭ (д1). С помощью метода каскадов построить СФЭ для ФАЛ и систем ФАЛ из [5]: гл. X — 2.13 (2, 5, 6), 2.14 (3), 2.14 (6). Используя метод Шеннона доказать, что $L^C(5) \leq 34$ (д2).