

Распределенные алгоритмы и системы

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы → Распределенные алгоритмы и системы

Блок 32

Избрание лидера:
нижние оценки

Лектор:
Подымов Владислав Васильевич
E-mail:
valdus@yandex.ru

Нижняя оценка сложности выборов в кольцо

Рассмотрим задачу избрания лидера в таких допущениях (*):

1. Обмен сообщениями производится асинхронно
2. Все узлы являются инициаторами
3. В каналах поддерживается очерёдность
4. Среди начальных знаний узла нет размера кольца

При помощи **алгоритма Ченя-Робертса** можно избрать лидера в однонаправленном кольце с N узлами в условиях (*) с коммуникационной сложностью $O(N \log N)$ в среднем относительно всех порядков идентификаторов в кольце

Упоминался и алгоритм избрания лидера для этих топологии и допущений со сложностью $O(N \log N)$ в худшем случае

Нижняя оценка сложности выборов в кольце

Теорема (Задача 1, трудная). Любой алгоритм избрания лидера в однонаправленном кольце (V, E) в допущениях (*) имеет коммуникационную сложность $\Omega(|V| \log |V|)$

Теорема (без доказательства; Бодлендер, 1988, 1991). Любой алгоритм избрания лидера как однонаправленном, так и в двунаправленном (неориентированном) кольце (V, E) имеет коммуникационную сложность $\Omega(|V| \log |V|)$ в среднем и в худшем случаях, даже если каждый узел знает размер кольца

Следствие. Любой алгоритм избрания лидера в произвольной неизвестной неориентированной топологии (V, E) имеет коммуникационную сложность $\Omega(|V| \log |V|)$

Нижняя оценка сложности выборов в кольце

Теорема. Любой алгоритм избрания лидера в произвольной топологии (V, E) имеет коммуникационную сложность $\Omega(|E|)$

Доказательство. *Предположим от противного*, что в некотором вычислении для избрания лидера потребовалось менее $|E|$ сообщений и лидером был избран узел с идентификатором p

Тогда существует канал, через который не пересылалось ни одно сообщение

Добавим в этот канал новый узел-последователь с идентификатором r , таким что $r < p$:

$$x - y \quad \mapsto \quad x - r - y$$

Так как через канал $x - y$ в вычислении не пересылалось ни одно сообщение, то и через каналы $x - r$ и $r - y$ не пересылается ни одно сообщение, а значит, узел r не считает себя проигравшим

(противоречие) ▼

Следствие. Любой алгоритм избрания лидера в произвольной неизвестной топологии (V, E) имеет коммуникационную сложность $\Omega(|V| \log |V| + |E|)$