

# **Курс «Основы кибернетики» для бакалавров (интегрированных магистров) направления 01400 «Прикладная математика и информатика» профиля «Математические методы обработки информации и принятия решений» кафедры математической кибернетики.**

## **1. Общая информация (учебная нагрузка, формы контроля и др.)**

Курс является обязательным для всех бакалавров (интегрированных магистров) направления 01400 – «Прикладная математика и информатика». При этом объём и, в некоторой степени, программа курса варьируются в зависимости от профиля.

Для бакалавров профиля «Математические методы обработки информации и принятия решений» (II поток) курс «Основы кибернетики» читается в 6 и 7 семестрах в объёме 2 часов лекций и 1 часа семинарских занятий в неделю. При этом в соответствии с рабочими планами профиля в 6 семестре по данному курсу сдаётся (теоретический) зачёт, а в 7 семестре курс завершается экзаменом, на который выносятся как теоретические вопросы, изложенные на лекциях, так и задачи, рассмотренные на семинарских занятиях.

Для бакалавров кафедры математической кибернетики читается отдельный вариант курса «Основы кибернетики». В разделах 2-10 данного описания приводится подробная информация о содержании указанного варианта курса, программах и планах его изучения в 2015 году, методических материалах, а в разделе 11 – об особенностях организации учебного процесса и проведении контрольных мероприятий.

В соответствии с этими планами в течение каждого семестра проводятся 3 основных (по 2 часа) и, возможно, несколько промежуточных (до 1 часа) тестов (контрольных работ). По их результатам с учётом посещаемости студентов, их работы на лекциях и семинарах, а также самостоятельной работы (см. раздел 11) в каждом семестре выставляется предварительная оценка, которая играет существенную роль при формировании окончательной оценки на зачёте и экзамене (см. раздел 12).

Чтение курса обеспечивается кафедрой математической кибернетики. Лекторы и преподаватели семинарских занятий 2015 года – профессор Ложкин С.А. ([lozhkin@cs.msu.su](mailto:lozhkin@cs.msu.su)), ассистент Нагорный А.С.

## **2. Аннотация**

Курс «Основы кибернетики» (ранее «Элементы кибернетики»), создателем и основным лектором которого был чл.-корр. РАН С.В. Яблонский, читается на факультете ВМК с первых лет его существования. Он является продолжением курса «Дискретная математика» и посвящён изложению основных моделей, методов и результатов математической кибернетики, связанных с теорией дискретных управляющих систем (УС), с задачей схемной или структурной реализации дискретных функций и алгоритмов.

В нём рассматриваются различные классы УС (классы схем), представляющие собой дискретные математические модели различных типов электронных схем, систем обработки информации и управления, алгоритмов и программ. Для базовых классов УС (схем из функциональных элементов, формул, контактных схем, автоматных схем), а также некоторых других типов УС, ставятся и изучаются основные задачи теории УС: задача минимизации дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ), задача эквивалентных преобразований и структурного моделирования УС, задача синтеза УС, задача повышения надёжности и контроля УС из ненадёжных элементов и др. Рассматриваются также некоторые вопросы сложности алгоритмов. В программу курса входят классические результаты К. Шеннона, С.В. Яблонского, Ю.И. Журавлева и О.Б. Лупанова, а также некоторые результаты последних лет.

### 3. Программа

#### **I. Минимизация дизъюнктивных нормальных форм и связанные с ней задачи (6 семестр)**

Единичный куб и функции алгебры логики (ФАЛ), представление ФАЛ с помощью ДНФ. Сокращённая ДНФ и тупиковые ДНФ, их «геометрический» смысл. Способы построения однозначно получаемых ДНФ (сокращённой, пересечения тупиковых, Квайна, суммы тупиковых). Особенности ДНФ для ФАЛ из некоторых классов. Функция покрытия и алгоритм построения всех тупиковых ДНФ, оценка длины градиентного покрытия. Алгоритмические трудности минимизации ДНФ, оценки максимальных и типичных значений некоторых параметров ДНФ.

#### **II. Основные классы дискретных управляющих систем, структурные представления схем и оценка их числа (6 семестр)**

Различные классы УС (классы схем) как структурные математические модели различных типов электронных схем, систем обработки информации и управления, алгоритмов и программ. Основные классы УС – формулы и схемы из функциональных элементов (СФЭ), контактные схемы (КС), – их структура, меры сложности, функционирование, эквивалентность, полнота. Оценка числа схем различных типов.

Понятие подсхемы и принцип эквивалентной замены. Операция суперпозиции схем и её корректность, лемма Шеннона.

#### **III. Синтез и сложность управляющих систем (6 семестр)**

Задача синтеза УС, сложность ФАЛ и функция Шеннона. Простейшие методы синтеза схем, реализация некоторых ФАЛ и оценка их сложности. Метод каскадов для КС и СФЭ, метод Шеннона. Мощные методы получения нижних оценок для функций Шеннона. Асимптотически наилучшие методы синтеза формул, СФЭ и КС.

#### **IV. Синтез схем для ФАЛ из специальных классов и сложность некоторых индивидуальных ФАЛ (7 семестр)**

Задача синтеза схем для ФАЛ из специальных классов. Инвариантные классы С.В. Яблонского, их структурные и метрические свойства. Асимптотически наилучшие методы синтеза схем для ФАЛ из инвариантных классов. Общее описание принципа локального кодирования О.Б. Лупанова и примеры его применения.

Сферические ФАЛ, сложность реализации линейных и некоторых других ФАЛ в классе КС. Теорема Храпченко, сложность реализации линейных ФАЛ в классе  $\pi$ -схем.

#### **V. Эквивалентные преобразования управляющих систем (7 семестр)**

Тождества и связанные с ними эквивалентные преобразования УС. Построение полных систем тождеств для формул, СФЭ и КС. Отсутствие конечной полной системы тождеств для КС. Представление об эквивалентных преобразованиях автоматных схем.

#### **VI. Надёжность и контроль управляющих систем (7 семестр)**

Самокорректирующиеся КС и простейшие методы их синтеза. Асимптотически наилучшие методы синтеза КС, корректирующих один обрыв или одно замыкание.

Самокорректирующиеся СФЭ в некоторых базисах из ненадёжных и надёжных элементов, простейшие методы их синтеза. Асимптотически наилучшие методы синтеза СФЭ, корректирующих ограниченное число неисправностей.

Вероятностные модели надёжности СФЭ из ненадёжных элементов, теорема Неймана. Методы повышения надёжности СФЭ, асимптотически наилучшие методы синтеза сколь угодно надёжных СФЭ в некоторых базисах.

Задача контроля УС, тесты для таблиц. Алгоритм построения всех тупиковых тестов, оценки максимального и типичного значений длины диагностического теста. Тесты для контактных схем (на примере линейных КС, построенных методом каскадов).

## 4. Список вопросов к зачёту по курсу «Основы кибернетики» (весенний семестр 2014-2015 уч. года; 318 группа).

### I. Минимизация дизъюнктивных нормальных форм и связанные с ней задачи

1. Представление функций алгебры логики (ФАЛ) дизъюнктивными нормальными формами (ДНФ) и его «геометрическая» интерпретация. Совершенная ДНФ и критерий единственности ДНФ. См. [1:гл.1, §§2,5].
2. Сокращённая ДНФ и способы её построения [1:гл.1, §3].
3. Тупиковая ДНФ, ядро и ДНФ пересечение тупиковых. ДНФ Квайна, критерий вхождения простых импликант в тупиковые ДНФ и его локальность. См. [1:гл.1, §4].
4. Особенности ДНФ линейных и монотонных ФАЛ. Функция покрытия, таблица Квайна и построение всех тупиковых ДНФ. См. [1:гл.1, §§5,6].
5. Градиентный алгоритм и оценка длины градиентного покрытия, лемма о «протыкающих» наборах. Использование градиентного алгоритма для построения ДНФ. См. [1:гл.1, §6].
6. Задача минимизации ДНФ. Поведение функции Шеннона и оценки типичных значений для ранга и длины ДНФ [1:гл.1, §7].
7. Алгоритмические трудности минимизации ДНФ и оценки максимальных значений некоторых связанных с ней параметров [1:гл.1, §§1,3,7]. Теорема Ю.И. Журавлёва о ДНФ сумма минимальных [1:гл.1, §5].

### II. Основные классы дискретных управляющих систем, структурные представления схем и оценка их числа

8. Формулы и способы их задания, эквивалентность формул и функционалы их сложности [1:гл.1, §1, гл.3, §1]. Оптимизация подобных формул по глубине [1:гл.2, §2].
9. Схемы из функциональных элементов (СФЭ) и операции их приведения. Оценка числа формул и СФЭ в базисе  $B_0 = \{\&, \vee, \neg\}$ . См. [1:гл.2, §§2,3].
10. Контактные схемы (КС) и  $\pi$ -схемы, моделирование формул и  $\pi$ -схем. Оценки числа КС и числа  $\pi$ -схем, особенности функционирования многополюсных КС. См. [1:гл.2, §§5,6].
11. Структурное моделирование формул и СФЭ в различных базисах. Моделирование и структурные преобразования некоторых типов КС и СФЭ. См. [1:гл.3, §3].
12. Операция суперпозиции и её корректность для некоторых типов схем. Разделительные КС и лемма Шеннона. См. [1:гл.2, §§6,7].

### III. Синтез и сложность управляющих систем

13. Задача синтеза. Методы синтеза схем на основе ДНФ и связанные с ними верхние оценки сложности функций. См. [1:гл.4, §1].
14. Нижние оценки сложности ФАЛ, реализация некоторых ФАЛ и минимальность некоторых схем. См. [1:гл.4, §2], [7:§7].
15. Каскадные КС и СФЭ. Метод каскадов и примеры его применения, метод Шеннона. См. [1:гл.4, §3].
16. Нижние мощностные оценки функций Шеннона, их обобщение на случай синтеза схем для ФАЛ из специальных классов [1:гл.4, §4].
17. Дизъюнктивно-универсальные множества ФАЛ. Асимптотически наилучший метод О.Б. Лупанова для синтеза СФЭ в базисе  $B_0$ . См. [1:гл.4, §5].
18. Регулярные разбиения единичного куба и моделирование ФАЛ переменными. Асимптотически наилучший метод синтеза формул в базисе  $B_0$ . См. [1:гл.4, §6].
19. Асимптотически наилучший метод синтеза КС. Синтез схем для ФАЛ из некоторых специальных классов. См. [1:гл.4, §§7,5].
20. Синтез схем для некоторых дешифраторов и мультиплексоров. Поведение функции Шеннона для глубины ФАЛ [1:гл.4, §6].
21. Самокорректирующиеся КС и методы их построения. Асимптотически наилучший метод синтеза КС, корректирующих 1 обрыв (1 замыкание). См. [4:§7], [2: ч. III, р. 2, §1].

## 5. Типовые задачи к зачёту

### I. Задачи на ДНФ

1. По заданной ФАЛ построить её сокращённую ДНФ, ДНФ Квайна, ДНФ сумма тупиковых, все тупиковые ДНФ.

### II-III. Задачи на структурное моделирование и синтез схем, самокоррекцию КС

2. По заданной формуле построить подобную ей формулу минимальной глубины.
3. По заданной формуле с поднятыми отрицаниями построить моделирующую её  $\pi$ -схему и обратно.
4. По данной каскадной КС построить инверсную каскадную КС.
5. По заданной ФАЛ с помощью простейших методов, метода каскадов или метода Шеннона построить реализующую её СФЭ или КС.
6. Оценить сверху и снизу сложность конкретной ФАЛ или сложность самой сложной ФАЛ из заданного множества в заданном классе схем.
7. По заданной КС построить эквивалентную ей самокорректирующуюся КС требуемой сложности

## 6. Планы семинарских занятий и ориентировочный график их проведения (весенний семестр 2014-2015 уч. года)

### Семинар 1 (11.II)

Комбинаторика граней  $n$ -мерного булевого куба и их допустимость для ФАЛ.

Теоретический материал [1: с. 19-28], [5: с. 290-292].

*В классе.* Из [5]: гл. IX – 1.1, 1.2 (1-6).

*На дом.* Из [5]: гл. IX – 1.2 (7-9).

### Семинар 2 (18.II)

Представление ФАЛ с помощью ДНФ, импликанты и простые импликанты ФАЛ. Сокращённая ДНФ и методы её построения

Теоретический материал [1: с. 27-35], [5: с. 47, 296-298].

*В классе.* Из [5]: гл. I – 2.3 (3); гл. IX – 2.1 (1,2), 2.5 (1,5), 2.6 (1,5), 2.3 (1,2), 2.2 (1,2), 2.9 (1,2).

*На дом.* Из [5]: гл. I – 2.3 (4); гл. IX – 2.1 (3), 2.5 (2,6), 2.6 (2,6), 2.2 (3,4), 2.3 (3,4), 2.9 (6).

### Семинар 3 (4.III)

Ядро и ДНФ Квайна, ДНФ сумма тупиковых. Построение всех тупиковых ДНФ.

Теоретический материал [1: с. 38-43, 51-55], [5: с. 301-302].

*В классе.* Из [5, гл. IX]: 3.1 (1, 5), 3.3 (1, 2 – построить ядро, ДНФ Квайна и ДНФ сумма тупиковых), 3.4 (3), 3.6 (1, 4, 7).

*На дом.* Из [5, гл. IX]: 3.1 (4, 6), 3.3 (3, 4 – построить ядро, ДНФ Квайна и ДНФ сумма тупиковых), 3.4 (4), 3.6 (3, 6, 8).

### Семинар 4 (20.III)

Оптимизация подобных формул по глубине, моделирование формул и  $\pi$ -схем. Бесповторное моделирование формул в различных базисах. Структурное моделирование КС и СФЭ, планарные КС и СФЭ с поднятыми отрицаниями.

Теоретический материал [1: с. 86-90, 115-117, 163-167].

*В классе.* Построить формулу минимальной глубины подобную формуле  $x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_4 \bar{x}_5 \vee x_4 x_5 x_6$ ; по заданной формуле с поднятыми отрицаниями построить моделирующую  $\pi$ -схему и обратно. Бесповторно промоделировать заданную формулу стандартного базиса в базисе  $\{x \oplus y, x \cdot y, \bar{x}\}$ . Промоделировать заданную ациклическую (1,m)-КС из ориентированных контактов с помощью СФЭ, перейти от заданной планарной (1,1)-КС к двойственной КС и от заданной СФЭ – к эквивалентной ей СФЭ с поднятыми отрицаниями.

**На дом.** Построить формулу минимальной глубины подобную формуле  $x_1 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 x_5 \vee x_2 x_3 x_4 \vee x_4 x_5 \vee \bar{x}_5 x_6$ ; по заданной формуле с поднятыми отрицаниями построить моделирующую  $\pi$ -схему и обратно. Бесповторно промоделировать заданную формулу стандартного базиса в базисе  $\{xy \vee xz \vee yz, 0, \bar{x}\}$ . Промоделировать заданную ациклическую (1,m)-КС из ориентированных контактов с помощью СФЭ, перейти от заданной планарной (1,1)-КС к двойственной КС и от заданной СФЭ – к эквивалентной ей СФЭ с поднятыми отрицаниями.

### Семинар 5 (1.IV)

Сложность ФАЛ и методы синтеза схем на основе ДНФ.

Теоретический материал [1: с. 186-210].

**В классе.** Из [5: гл. X]: 1.1 (2, 3, 4, ФАЛ  $\mu_1$  – как в классе СФЭ, так и в классе КС, а также ФАЛ  $(x_1 \vee x_2)x_3 \vee (\bar{x}_1 \vee x_2)x_4$  – в классе КС); 2.4 (1); доказать минимальность некоторых из построенных в предыдущих задачах схем.

**На дом.** Из [5: гл. X]: 1.1 (5-7), 2.4 (2); доказать минимальность некоторых из построенных в предыдущих задачах схем.

### Семинар 6 (15.IV)

Каскадные КС и инверсные КС; метод каскадов для КС и СФЭ. Метод Шеннона.

Теоретический материал [1: с. 186-210].

**В классе.** Из [5: гл. X]: 2.13 (1, 7), 2.14 (1), 2.14 (5 – как КС и СФЭ) и т.п. Для заданной каскадной КС построить инверсную к ней КС. Разлагая ФАЛ от 3 или 4 БП по всем БП, кроме последней, построить для неё КС по методу Шеннона.

**На дом.** Из [5: гл. X]: 2.13 (2, 6), 2.14 (2), 2.14 (6 – как КС, так и СФЭ). Для заданной каскадной КС построить инверсную к ней КС. Разлагая ФАЛ от 3 или 4 БП по всем БП, кроме последней, построить для неё КС по методу Шеннона.

### Семинар 7 (22.IV)

Асимптотически наилучшие методы синтеза, некоторые примеры синтеза схем для ФАЛ из специальных классов. Синтез самокорректирующихся КС.

Теоретический материал [1, с. 215-216, 222-224], [4: с. 49-50].

**В классе.** Установить асимптотику функции Шеннона для сложности класса всех ФАЛ равных 1 при  $x_1=1$  (КС), класса всех самодвойственных ФАЛ (СФЭ), класса всех ФАЛ симметричных по первым трем БП (КС), класса операторов из трёх ортогональных ФАЛ (СФЭ). Из [4]: 7.9 (б), 7.10 (1), 7.13 (по книге [4] 2002 года: 7.7 (б), 7.8 (1), 7.11 (1)).

**На дом.** Установить асимптотику функции Шеннона для сложности класса всех ФАЛ, равных 0 при  $x_1=x_2=0$  (КС), класса, состоящего из всех тех ФАЛ, у которых любая подфункция от первых трёх БП линейна, класса операторов из трёх строго ортогональных ФАЛ (СФЭ). Из [4]: 7.9 (в), 7.10 (2), 7.11 (а) (по книге [4] 2002 года: 7.7 (в), 7.8 (2), 7.9 (а)).

## 7. Список вопросов к экзамену по курсу «Основы кибернетики» (осенний семестр 2015-2016 уч. года; 418 группа)

### IV. Синтез схем для ФАЛ из специальных классов и сложность некоторых индивидуальных ФАЛ

1. Задача синтеза схем для ФАЛ из специальных классов, связанные с ней понятия и нижние мощностные оценки. Примеры решения этой задачи на основе модификации асимптотически наилучших методов синтеза. См. [11: гл.1 §8].
2. Инвариантные классы, их структурные и метрические свойства, теорема о числе инвариантных классов. См. [2: часть I, разд. 2, §§2-3], [11: гл.1 §8].
3. Принцип локального кодирования и примеры его применения. См. [11: гл.1 §9].
4. Синтез схем для не всюду определённых ФАЛ. См. [11: гл.1 §10].
5. Сферические ФАЛ. Сложность реализации линейной и некоторых других ФАЛ в классе КС. См. [2: часть III, разд. 3, §1], [11: гл.2 §4].
6. Теорема Храпченко. Сложность реализации линейной и некоторых других ФАЛ в классе  $\pi$ -схем. См. [2: часть I, разд. 2, §1; разд. 3, §2], [11: гл.2 §5].

## **V. Эквивалентные преобразования управляющих систем**

7. Эквивалентные преобразования формул с помощью тождеств. Полнота системы основных тождеств для эквивалентных преобразований формул базиса  $B_0$ . См. [1:гл.3,§2].
8. Эквивалентные преобразования СФЭ и моделирование с их помощью формульных преобразований. Моделирование эквивалентных преобразований формул и схем в различных базисах, теорема перехода. См. [1:гл.3,§§1,3].
9. Эквивалентные преобразования КС. Основные тождества, вывод вспомогательных и обобщённых тождеств. См. [1:гл.3,§4].
10. Полнота системы основных тождеств. Отсутствие конечной полной системы тождеств в классе всех КС. См. [1:гл.3,§5].

## **VI. Надёжность и контроль управляющих систем**

11. Задача контроля схем и тесты для таблиц. Построение всех тупиковых тестов, оценки длины диагностического теста. См. [1:гл.1,§8].
12. Построение тестов для КС с учётом их структуры. Тест логарифмической длины для единичного размыкания схемы Кардо. См. [2: часть IV, §7].
13. Самокорректирующиеся КС и методы их построения. Асимптотически наилучший метод синтеза КС, корректирующих 1 обрыв (1 замыкание). Некоторые самокорректирующиеся КС для линейных ФАЛ. См. [1: лекции 320-328 гр. 2014г. гл.5 §2] и [4:§7], [2: часть III, разд. 2, §1], [11: гл.2 §4].
14. Схемы из ненадёжных и надёжных функциональных элементов. Самокорректирующиеся СФЭ в базисах из ненадёжных элементов  $\{\&, \vee, \neg\}$  и абсолютно надёжного элемента голосования, асимптотически наилучшие методы их синтеза. См. [2: часть III, раздел 2 §2].
15. Вероятностные модели надёжности СФЭ из ненадёжных функциональных элементов. Теорема Неймана. См. [2: часть III, раздел 1 §§1-2].
16. Построение сколь угодно надёжных СФЭ в базисах из ненадёжных элементов  $\{\&, \vee, \neg\}$  и абсолютно надёжного элемента голосования, асимптотическое поведение функции Шеннона для их сложности в случае единичного «веса» всех элементов базиса. [2: часть III, раздел 1 §4].

## **8. Типовые задачи к экзамену**

### **IV. Задачи на синтез схем для ФАЛ из специальных классов и оценки сложности индивидуальных ФАЛ**

1. Получить нижнюю мощностную оценку функции Шеннона для сложности ФАЛ из заданного специального класса и предложить для него асимптотически оптимальный метод синтеза схем.
2. Оценить снизу сложность конкретной индивидуальной ФАЛ в заданном классе схем и, возможно, получить соответствующую верхнюю оценку её сложности.

### **V. Задачи на эквивалентные преобразования**

3. По заданным эквивалентным формулам или КС построить эквивалентное преобразование, переводящее их друг в друга с помощью основных тождеств.

### **VI. Задачи на самокоррекцию и тесты**

4. По заданной таблице или КС и списку её неисправностей построить все тупиковые проверяющие (диагностические) тесты или оценить длину минимального теста соответствующего типа.
5. По заданной КС построить эквивалентную ей самокорректирующуюся КС или оценить сложность реализации заданной ФАЛ самокорректирующимися КС.

## 9. Планы семинарских занятий (осенний семестр 2015-2016 уч. года)

### Семинар 1

Задача синтеза схем для ФАЛ из специальных классов и различные виды невырожденности классов ФАЛ, нижние мощностные оценки связанных с ними функций Шеннона. Инвариантные классы, их структурные и метрические свойства.

Теоретический материал [11: гл. I, §8].

**В классе.** Анализ классов самодвойственных, монотонных, линейных, сохраняющих константы ФАЛ на невырожденность и получение для них нижних мощностных оценок. Анализ указанных классов на инвариантность, построение порождающего множества для класса монотонных ФАЛ. Построение инвариантного класса с мощностной константой  $\frac{1}{2}$ .

**На дом.** Исследовать на невырожденность класс, состоящий из тех ФАЛ от  $n$  БП, которые обращаются в 0 на  $t$  наборах при различных функциях  $t=t(n)$ . Привести пример невырожденного класса ФАЛ, который не является строго невырожденным. Найти порождающее множество класса монотонных элементарных конъюнкций и констант, класса линейных ФАЛ, доказать счётность порождающего множества класса квазисимметрических ФАЛ. Построить инвариантный класс с мощностной константой  $\frac{1}{4}$ .

### Семинар 2

Синтез схем для ФАЛ из специальных классов на основе принципа локального кодирования и (или) использования не всюду определённых ФАЛ.

Теоретический материал [11: гл. I, §§9,10].

**В классе.** Установить асимптотику функции Шеннона для сложности реализации с помощью СФЭ класса ФАЛ, обращающихся в 1 на всех наборах с нечётным числом 1, класса ФАЛ равных 0 на тех наборах, где число 0 меньше числа 1, класса ФАЛ, принимающих значение 1 хотя бы один раз на любой паре противоположных наборов.

**На дом.** Установить асимптотику функции Шеннона для сложности реализации с помощью СФЭ класса ФАЛ монотонных по первым двум БП, класса ФАЛ, отличных от 0 на наборах с заданным числом 1, класса ФАЛ, столбец значений которых представляет собой кодовое слово, построенное из элементарных кодов  $\{0,10,11\}$ .

### Семинар 3

Нижние оценки сложности реализации ФАЛ в классе КС и классе  $\pi$ -схем.

Теоретический материал [11: гл. II, §§4,5].

**В классе.** Доказать, что сложность реализации элементарной симметрической ФАЛ от  $n$ ,  $n \geq 4$ , БП с рабочим числом из отрезка  $[2, n-2]$  в классе КС не меньше чем  $4n-4$ , сложность реализации в классе  $\pi$ -схем конъюнкции линейных ФАЛ от  $k$  и  $n-k$  БП не меньше чем  $n^2/2$ , а аналогичная сложность симметрической ФАЛ от 6 БП с рабочими числами 2 и 4 не меньше 34.

**На дом.** Доказать, что сложность реализации в классе КС симметрической ФАЛ от  $n$ ,  $n \geq 4$ , БП с рабочими числами 1 и  $(n-1)$  не меньше чем  $4n-4$ , сложность реализации в классе  $\pi$ -схем монотонной симметрической ФАЛ от  $n$  БП с порогом  $k$ ,  $1 \leq k < n$ , не меньше чем  $k(n-k+1)$ , а аналогичная сложность элементарной симметрической ФАЛ от 8 БП с рабочим числом 4 не меньше 40.

### Семинар 4

Эквивалентные преобразования формул.

Теоретический материал [1: с. 146-161], [4: с. 19].

**В классе.** Из [4]: 3.1 (1), 3.3 (1, 4), 3.8 (1-3), 3.9 (1).

**На дом.** Из [4]: 3.1 (2), 3.3 (3, 6), 3.8 (5-9), 3.9 (2).

## Семинары 5-6

Эквивалентные преобразования КС.

Теоретический материал [1: с. 169-185].

**В классе.** Из [4]: 4.1 (2, 4, 6-8), 4.3 (1).

**На дом.** Из [4]: 4.1 (9-12), 4.3 (3).

## Семинар 7

Тесты для таблиц, тесты для контактных схем.

Теоретический материал: [1: с. 65-72, 51-55], [4: с.32-34, 37-38].

**В классе.** Из [4]: 5.1 (1, 2 – все тупиковые диагностические тесты), 5.1 (3 – все тупиковые проверяющие тесты), 6.2, 6.4, 6.11 (если хватит времени).

**На дом.** Из [4]: 5.1 (5 – все тупиковые диагностические тесты, 6 – все тупиковые проверяющие тесты), 6.3, 6.5, 6.14.

## Семинар 8

Синтез самокорректирующихся КС.

Теоретический материал [4: с. 49-50], [3: с. 149-153].

**В классе.** Из [4]: 7.9 (б), 7.10 (1), 7.13 (по книге [4] 2002 года: 7.7 (б), 7.8 (1), 7.11 (1)).

**На дом.** Из [4]: 7.9 (в), 7.10 (2), 7.11 (а) (по книге [4] 2002 года: 7.7 (в), 7.8 (2), 7.9 (а)).

## 10. Литература

### Основная:

1. Ложкин С.А. Лекции по основам кибернетики. – М.: МГУ, 2004. (Электронные версии лекций последних лет можно найти по следующим электронным адресам: [http://mk.cs.msu.ru/index.php/Основы\\_кибернетики\\_\(318,\\_418\\_группы\)](http://mk.cs.msu.ru/index.php/Основы_кибернетики_(318,_418_группы)) и [http://mk.cs.msu.ru/index.php/Основы\\_кибернетики\\_\(3-й\\_поток\)](http://mk.cs.msu.ru/index.php/Основы_кибернетики_(3-й_поток)) )
2. Яблонский С.В. Элементы математической кибернетики. – М.: Высшая школа, 2007.
3. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. – М.: Наука, 1986.
4. Алексеев В.Б., Вороненко А.А., Ложкин С.А., Романов Д.С., Сапоженко А.А., Селезнёва С.Н. Задачи по курсу «Основы кибернетики». – М.: МГУ, 2011.
5. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
6. Алексеев В.Б. Введение в теорию сложности алгоритмов. – М.: Изд-во МГУ, 2002.

### Дополнительная:

7. Алексеев В.Б., Ложкин С.А. Элементы теории графов, схем и автоматов. – М.: МГУ, 2000.
8. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики. – М.: Наука, 1974.
9. Лупанов О.Б. Асимптотические оценки сложности управляющих систем. – М.: МГУ, 1984.
10. Нигматулин Р.Г. Сложность булевых функций. – М.: Наука, 1991.
11. Ложкин С.А. Дополнительные главы кибернетики (Электронные версии лекций последних лет можно найти по адресу [http://mk.cs.msu.ru/index.php/Дополнительные\\_главы\\_кибернетики\\_и\\_теории\\_управляющих\\_систем](http://mk.cs.msu.ru/index.php/Дополнительные_главы_кибернетики_и_теории_управляющих_систем))

## 11. Особенности организации и контроля аудиторной и самостоятельной работы студентов.

Данный вариант курса «Основы кибернетики» является достаточно сложным и объёмным математическим курсом, усвоение которого требует от студентов полноценной и регулярной как аудиторной, так и самостоятельной работы, что невозможно без чёткой организации занятий, строгой дисциплины и систематического контроля. При этом предполагается, что в рамках самостоятельной работы<sup>1</sup> студенты не только прорабатывают пройденный материал, но и знакомятся с материалом предстоящей лекции или семинара.

<sup>1</sup> 1 час самостоятельной работы на 1 час аудиторных занятий.



Для контроля за освоением программы курса, как уже говорилось, в течение каждого семестра проводятся 3 основных (по 2 часа) и, возможно, несколько промежуточных (до 1 часа) тестов (контрольных) на знание и понимание определений, формулировок утверждений и т.п., а также на умение решать задачи. В 7 семестре проводятся 3 основных (по 2 часа) контрольных работы. Планируется, кроме того, осуществлять систематический (выборочный) контроль за работой студентов как на семинарах, так и на лекциях. Контрольные 6 семестра проводятся в рамках лекционного расписания по следующему графику.

### **Предварительный график проведения основных тестов (контрольных работ)**

Раздел I:	тест-контрольная №1 – <b>17 марта</b>	(консультация 16.III, 14 <sup>35</sup> , ауд. П-13)
Раздел II:	тест-контрольная №2 – <b>6 апреля</b>	(консультация 3.IV, 9 <sup>00</sup> , ауд. П-13)
Раздел III:	тест-контрольная №3 – <b>27 апреля</b>	(консультация 24.IV, 9 <sup>00</sup> , ауд. П-13)

Одной из форм самостоятельной работы является решение «трудных» задач, которое позволяет студентам глубже усвоить материал курса и набрать дополнительные к результатам контрольных баллы, повысив, тем самым, свою предварительную оценку к зачёту (экзамену).

Информационные объявления, а также данные о посещаемости и текущей успеваемости студентов вывешиваются на сайте по адресу: [http://mk.cs.msu.ru/index.php/Основы\\_кибернетики](http://mk.cs.msu.ru/index.php/Основы_кибернетики) (318, 418 группы).

## **12. О проведении зачета и экзамена по курсу «Основы кибернетики»**

По результатам контрольных работ с учётом посещаемости студентов, их работы на лекциях и семинарах, а также самостоятельной работы каждому студенту за каждый семестр выставляется предварительная оценка. Предварительная оценка за 6 семестр учитывается при проведении зачета, а также вместе с аналогичной оценкой за 7 семестр определяет (общую) предварительную оценку.

Для студентов, имеющих первую предварительную оценку «4» или «5», зачёт 6 семестра проводится в форме общего собеседования по программе курса на определения, формулировки утверждений и идеи их доказательства, а также методы решения задач. Остальные студенты получают на зачёте ряд конкретных вопросов на определения, формулировки утверждений и идеи их доказательства, методы решения задач, на которые они отвечают письменно или устно. Число этих вопросов и их тематика определяются, как правило, предварительной оценкой, полученной студентом по теории и по задачам каждого раздела программы.

Для студентов, имеющих (общую) предварительную оценку «5», экзамен 7 семестра проводится в форме описанного выше общего собеседования по программе курса. Для студентов, имеющих (общую) предварительную оценку «2», экзамен представляет собой письменный или устный тест-контрольную.

Все остальные студенты (с общей предварительной оценкой «3-», «3» и «4») получают билет с двумя вопросами и одной задачей и после 15-20 минутной подготовки отвечают на него сначала на уровне определений, формулировок утверждений и идей их доказательства, а также методов решения задач. Затем студент, по усмотрению экзаменатора, должен раскрыть те или иные детали доказательства утверждений из вопросов билета по конспектам или иным источникам, а также полностью или частично решить задачу билета в течение выделенного специально для этого времени. Последний этап экзамена представляет собой описанное выше собеседование по другим вопросам или задачам программы.

Студенты, имеющие оценку «5» по задачам тестов-контрольных соответствующего раздела, от решения билетной задачи данного типа освобождаются. Указанное освобождение применяется как на экзамене, так и на зачёте.

В соответствии с общими правилами итоговая экзаменационная оценка не может превосходить предварительную оценку «2» или «3-» больше, чем на один балл. Студент, который имеет предварительную оценку «3» или «4» и не претендует на более высокую итоговую оценку, сдаёт экзамен, как правило, по упрощённой процедуре (в форме собеседования по билету и программе без предварительной подготовки) с целью подтверждения этой оценки.