

## «Избранные вопросы дискретной математики» (318 группа)

Лектор: доцент С.Н. Селезнева  
Зимняя сессия 2017-2018 учебного года

В билете два вопроса (один из части **А** и один из части **Б**) и задача.

**Часть А** – ответ без подготовки по любым бумажным материалам (конспектам, книгам, распечаткам лекций и т.д.); проверяется понимание доказательств; определения и теоремы формулируются без конспектов. *Электронными средствами (компьютерами, телефонами и т.д.) на экзамене пользоваться не разрешается.*

1. Теорема о полноте системы Поста и следствия из нее. Функция Вебба.
2. Теорема Кузнецова о функциональной полноте. Предполные классы.
3. Существенные функции. Три леммы о существенных функциях.
4. Критерий полноты Яблонского. Критерий Слупецкого.
5. Симметрическая группа перестановок. Теорема Кэли.
6. Действие группы на множестве. Теорема об индексе стабилизатора элемента.
7. Действие группы на множестве. Лемма Бернсайда.
8. Раскраски. Эквивалентность раскрасок по группе. Теорема Пойа (частный случай).
9. Перечисляющие ряды для фигур и для функций. Теорема Пойа (общий случай).
10. Обратимые, простые и разложимые элементы кольца. Теорема о фактор-кольце по модулю главного идеала.
11. Наибольший общий делитель двух многочленов над полем. Теорема о его существовании и единственности.
12. Теорема о мультипликативной группе конечного поля. Примитивный элемент.
13. Теорема о произведении неприводимых нормированных многочленов над простым полем.
14. Формула обращения Мебиуса. Теорема о числе неприводимых нормированных многочленов степени  $n$  над простым полем.
15. Расширения полей. Теорема о корнях неприводимых многочленов в расширении поля.
16. Расширения полей. Теорема о свойствах корней неприводимых многочленов в расширении поля.

**Часть Б** – ответ без конспектов и без подготовки.

17. Теоремы о представлении  $k$ -значных функций в 1-й и 2-й формах.
18. Теорема о представлении  $k$ -значных функций полиномами по модулю  $k$ .
19. Замкнутые классы. Классы функций, сохраняющих множество, их замкнутость и критерий совпадения с  $P_k$ .
20. Замкнутые классы. Классы функций, сохраняющих разбиение, их замкнутость и критерий совпадения с  $P_k$ .
21. Замкнутые классы. Классы функций, сохраняющих предикат, их замкнутость.
22. Полные системы, шефферовы функции. Критерий шефферовости  $k$ -значной функции.
23. Базис замкнутого класса. Теорема Янова о существовании в  $P_k$  при  $k > 2$  замкнутого класса без базиса.
24. Базис замкнутого класса. Теорема Мучника о существовании в  $P_k$  при  $k > 2$  замкнутого класса со счетным базисом. Мощность множества замкнутых классов в  $P_k$  при  $k > 2$ .
25. Группы, их простейшие свойства. Подгруппы, критерий подгруппы.
26. Смежные классы. Разложение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа.
27. Нормальные подгруппы. Критерий нормальности подгруппы. Фактор-группы.
28. Действие группы на множестве. Цикловой индекс группы. Орбита и стабилизатор элемента.
29. Кольца, их виды. Поля. Теорема о конечном целостном кольце. Простое поле.
30. Характеристика кольца. Характеристика конечного целостного кольца.

31. Кольцо многочленов над кольцом. Наследование свойств кольца в кольце многочленов.
32. Кольцо многочленов над полем. Деление многочленов с остатком.
33. Идеалы колец, главные идеалы. Кольцо главных идеалов. Теорема о кольце многочленов над полем.
34. Классы вычетов по модулю идеала. Фактор-кольцо.
35. Обратимые, неразложимые и разложимые многочлены в кольце многочленов над полем. Теорема о фактор-кольце кольца многочленов над полем по модулю главного идеала. Поле из  $r^n$  элементов, где  $r$  – простое число,  $n > 1$ .
36. Корни многочленов. Критерий неприводимости над полем для многочленов степени два и три.
37. Наибольший общий делитель двух многочленов над полем. Алгоритм Евклида его нахождения. Нахождение обратного элемента в поле.
38. Существование и единственность поля из  $r^n$  элементов, где  $r$  – простое число,  $n > 1$ .

### **Литература**

1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Высшая школа, 2001.
2. Чашкин А.В. Лекции по дискретной математике. М.: Изд-во механико-математического факультета МГУ, 2007.
3. Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля. М.: Мир, 1988.
4. Слайды к лекциям