

Математические методы проектирования топологии СБИС

А.М.Марченко

Физическое проектирование СБИС

Вход:

- Электрическая схема (гиперграф);
- Библиотека стандартных элементов;
- Технологические правила.

Выход:

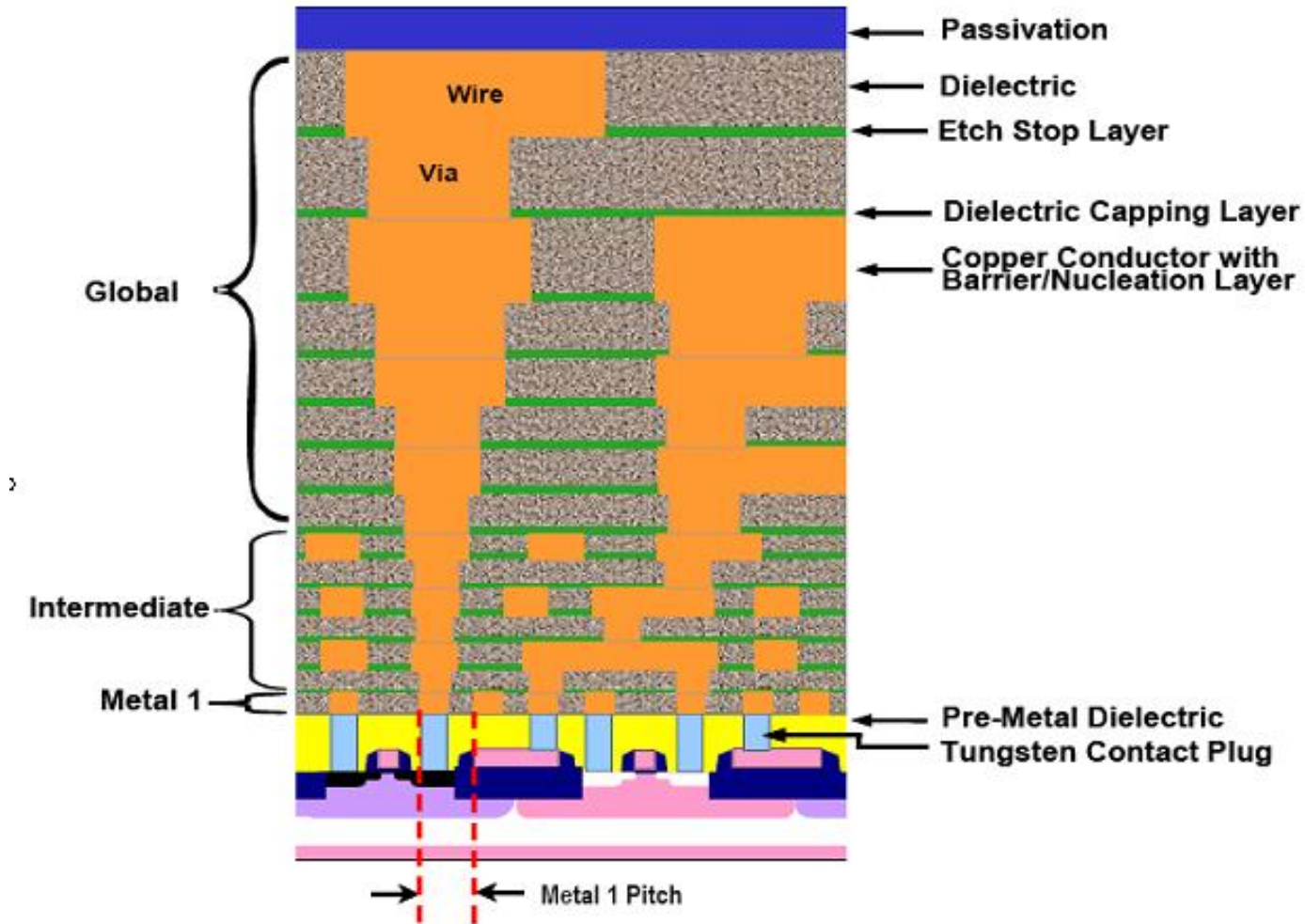
- Геометрическое описание конструкции СБИС в виде множества плоских масок (Layout).

Размерность задачи: 10К-100К на одном уровне иерархии.

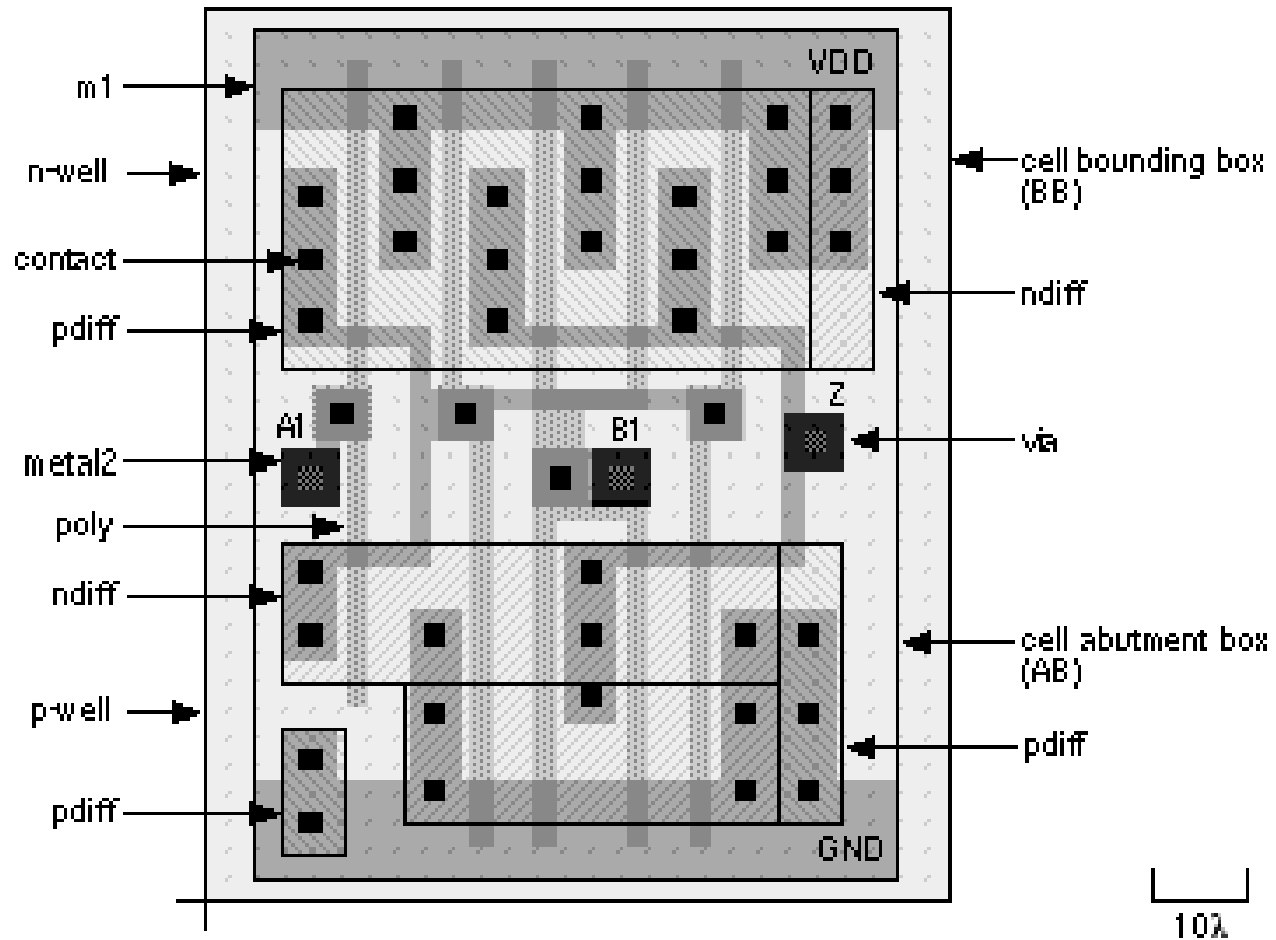
Сложность задачи: NP-сложная.

Методы решения используют: теорию графов; вычислительную геометрию; методы дискретной оптимизации; линейное, целочисленное и нелинейное программирование; методы искусственного интеллекта.

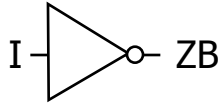
Лэйаут СБИС в разрезе



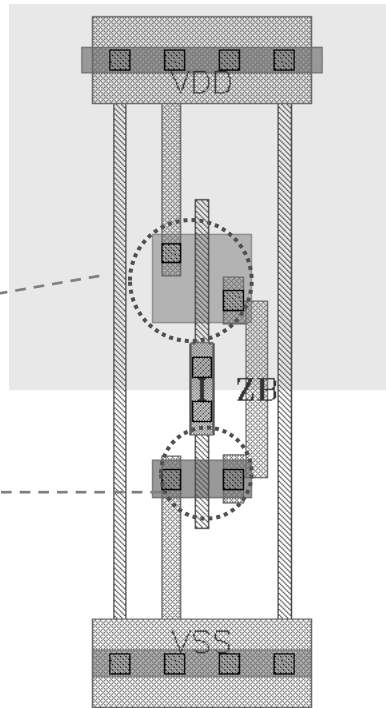
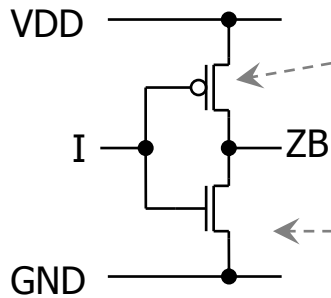
Лэяут стандартной ячейки



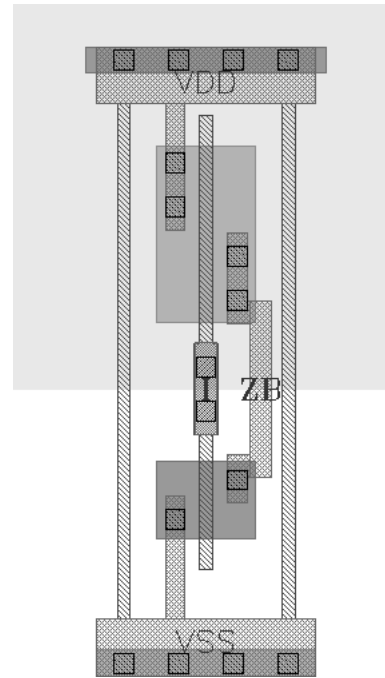
Инвертор



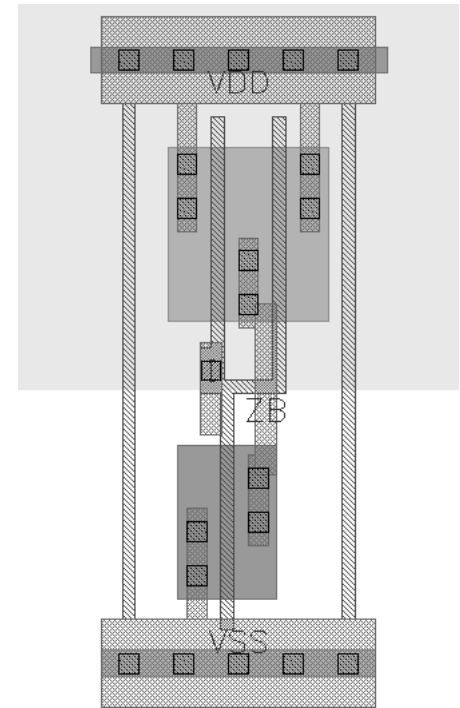
Инвертор		
I	0	1
ZB	1	0



65 nm, standard fanout



2x standard fanout

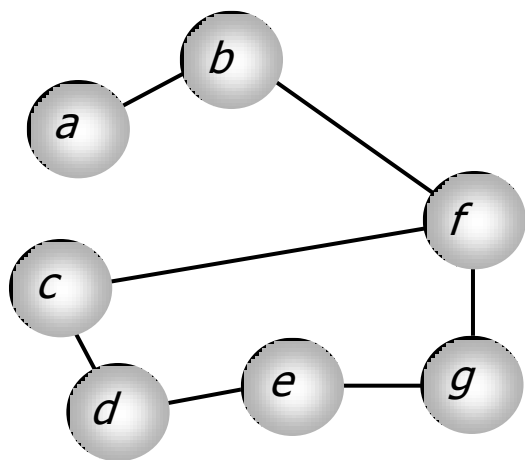


4x standard fanout

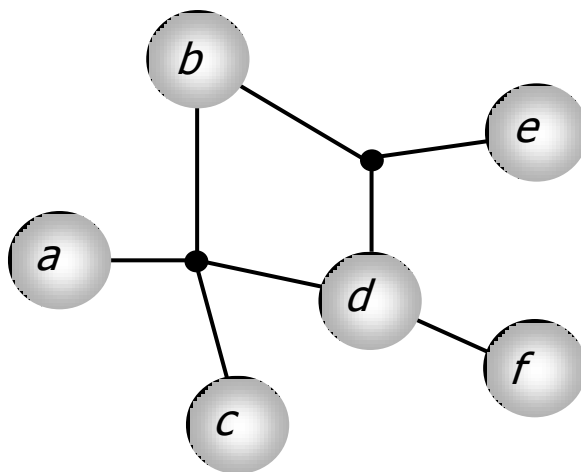
Примеры задач физического проектирования

- Разбиение гиперграфа
- Размещение элементов схемы
- Трассировка электрических цепей
- Проверка соблюдения технологических правил

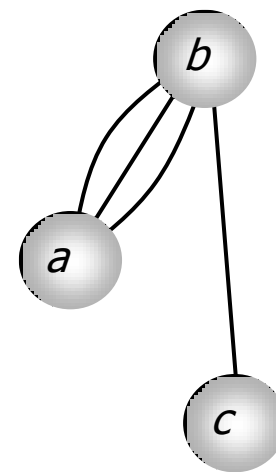
Графы



Гиперграфы



Мультиграфы



Гиперграфы

- Гиперграф $G = \langle V, E \rangle$ состоит из конечного множества вершин V и мультимножества $E \subseteq 2^V$ гиперребер или цепей. Элементами множества E являются не обязательно двухэлементные, а любые подмножества множества V . Элементы гиперребра $e \in E$ называются его терминалами.
- $w: V \rightarrow \mathbb{R}_+$ весовая функция вершин
- $c: E \rightarrow \mathbb{R}_+$ весовая функция ребер

Постановка задачи разбиения гиперграфа

- Определение 1: Пусть дано множество модулей $V = \{v_1, \dots, v_n\}$. K -partitioning $P_k = \{C_1, \dots, C_k\}$ состоит из k взаимно непересекающихся кластеров таких, что $C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_k = V$.
- Определение 2: *Min-cut bipartitioning* – минимизировать $F(P^2) = |E(C_1)| = |E(C_2)|$ при $C_1 \neq \emptyset, C_2 \neq \emptyset$.
- Определение 3: *Min-cut bisection* - минимизировать $F(P^2) = |E(C_1)|$ при $|w(C_1) - w(C_2)| \leq \varepsilon$.
- Определение 4: *Size-constrained min-cut bipartitioning* – минимизировать $F(P^2) = |E(C_1)|$ при $L \leq w(C_i) \leq U$, для $i=1,2$.
- Определение 5: *Minimum ratio cut bipartitioning* – минимизировать $F(P^2) = |E(C_1)| / (w(C_1) \times w(C_2))$

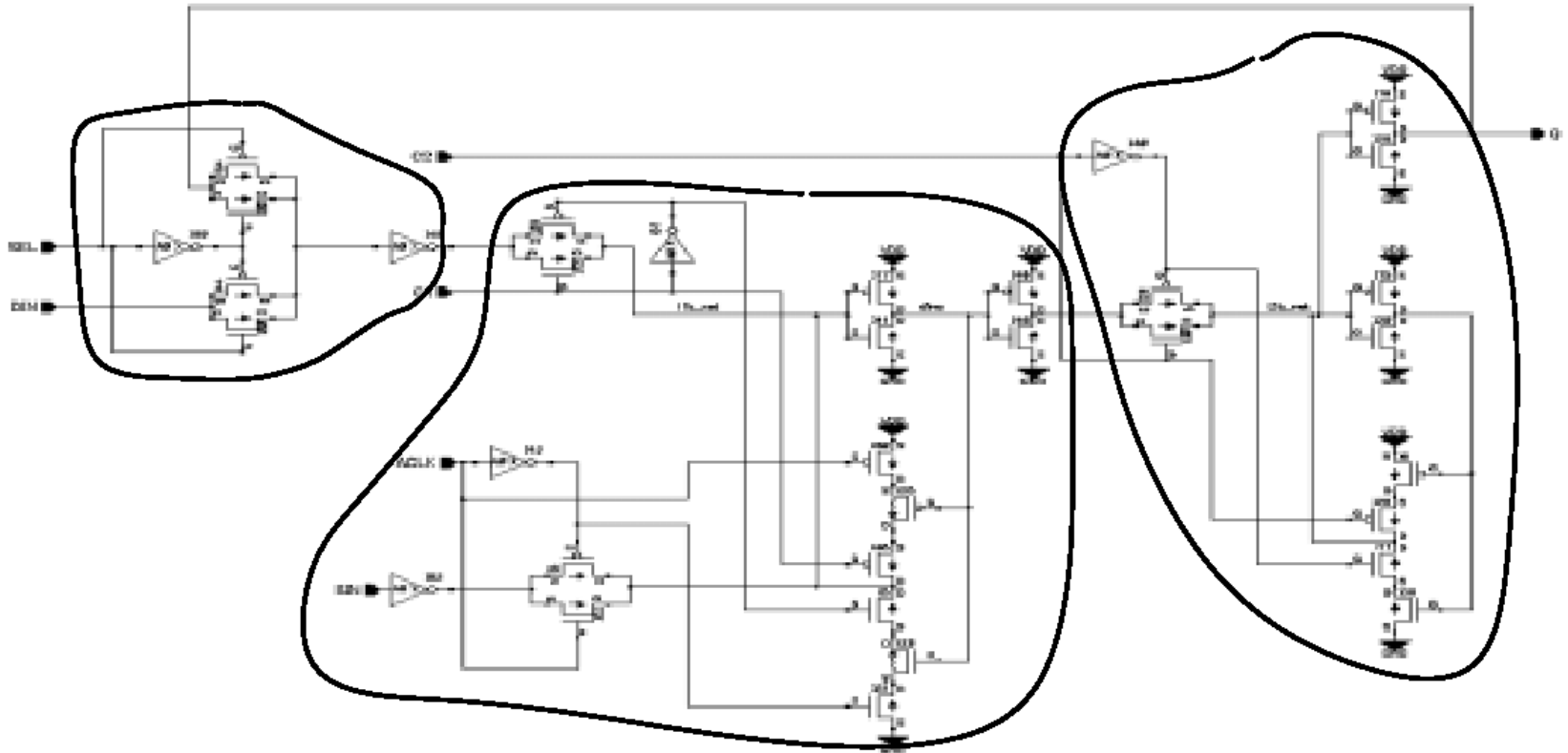
Методы решения задачи разбиения гиперграфа

- Кластерный анализ
- Эвристические алгоритмы
- Итерационные алгоритмы дискретной оптимизации
- Стохастические алгоритмы

Пример решения задачи разбиения гиперграфа

Число кластеров = 3

Число ребер, соединяющих вершины из разных кластеров (cutsizes) = 3



Математические вопросы проектирования
топологии интегральных схем

Постановка задачи размещения вершин гиперграфа

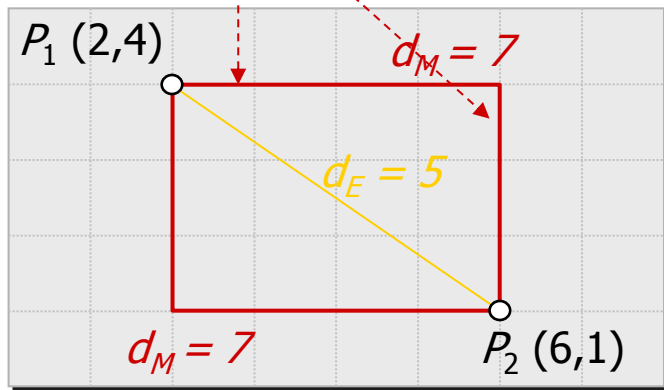
- Задан гиперграф $G=\langle V,E\rangle$.
- Каждой вершине соответствует элемент схемы прямоугольной формы.
- Размещением называется $f:V\rightarrow\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ при условии, что прямоугольники не пересекаются: $v_i\cap v_j=\emptyset$
- Определена взвешенная длина гиперребра $wl_i=MVB_i\times c_i$ где MVB – полупериметр минимального прямоугольника, охватывающего все терминалы i -той цепи; c_i – вес цепи.
- Целевая функция задачи размещения: $TWL=\sum wl_i$.

Расстояние между двумя точками $P_1(x_1, y_1)$ и $P_2(x_2, y_2)$

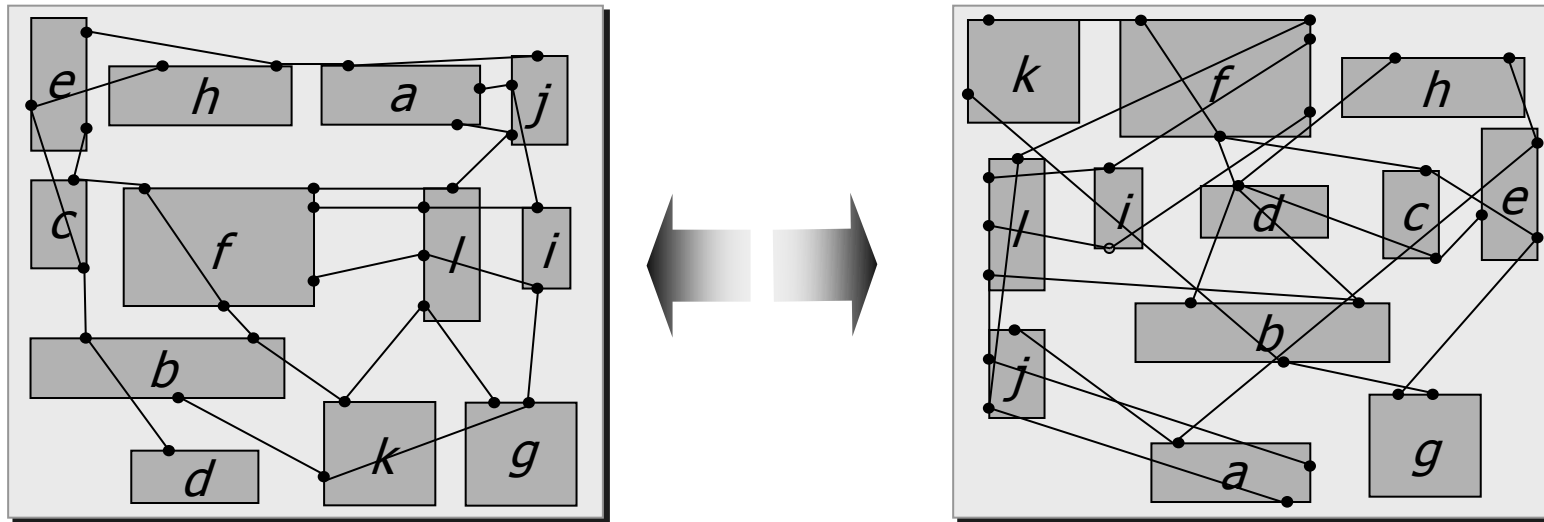
$$d = \sqrt[n]{|x_2 - x_1|^n + |y_2 - y_1|^n}$$

with $n = 2$: **Euclidean distance** $d_E(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$n = 1$: **Manhattan distance** $d_M(P_1, P_2) = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$



Суммарная длина соединений (Total Wirelength)

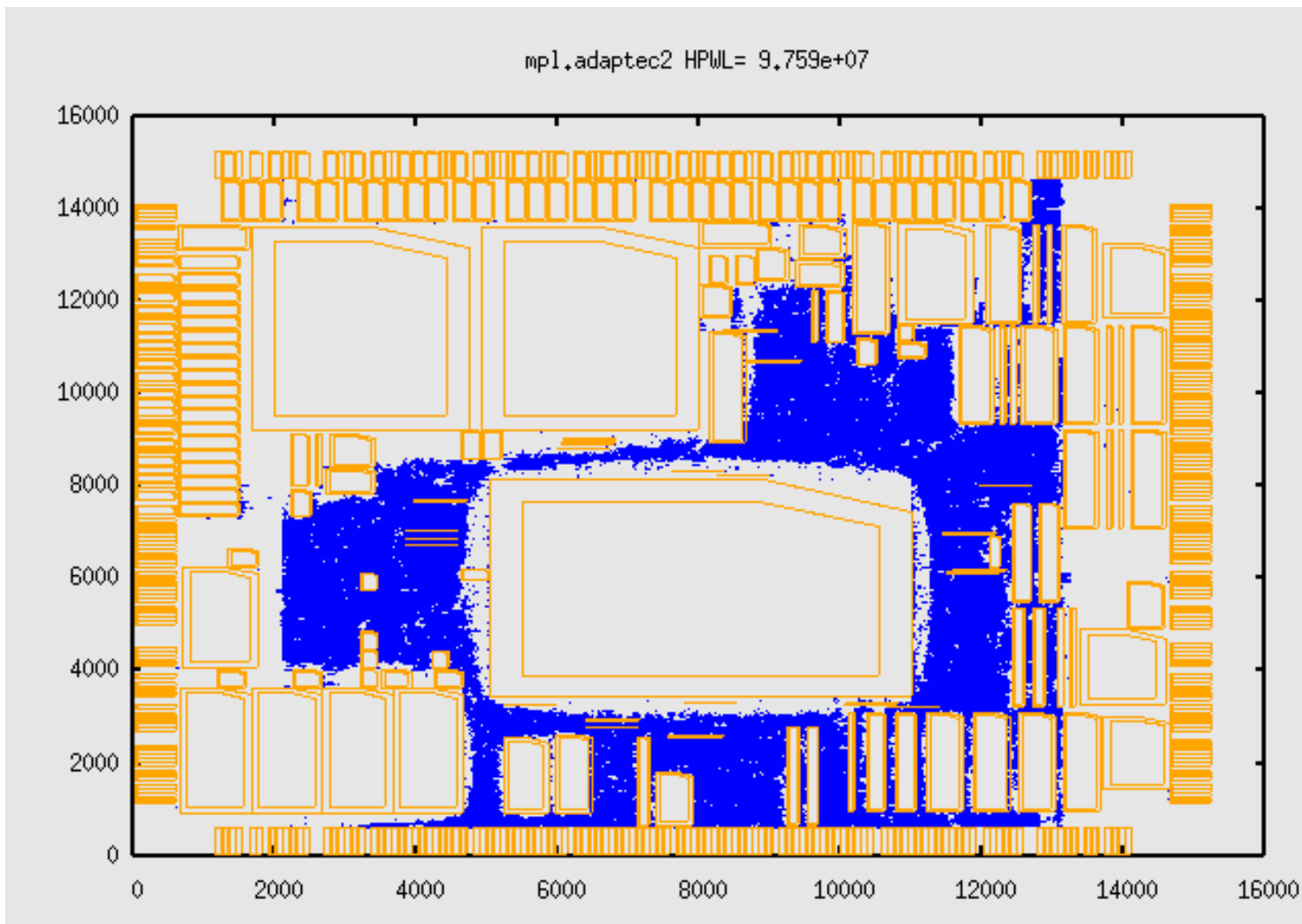


Методы решения задачи размещения

- Эвристические алгоритмы
- Метод ветвей и границ
- Целочисленное и нелинейное программирование
- Стохастические алгоритмы

Пример решения задачи размещения

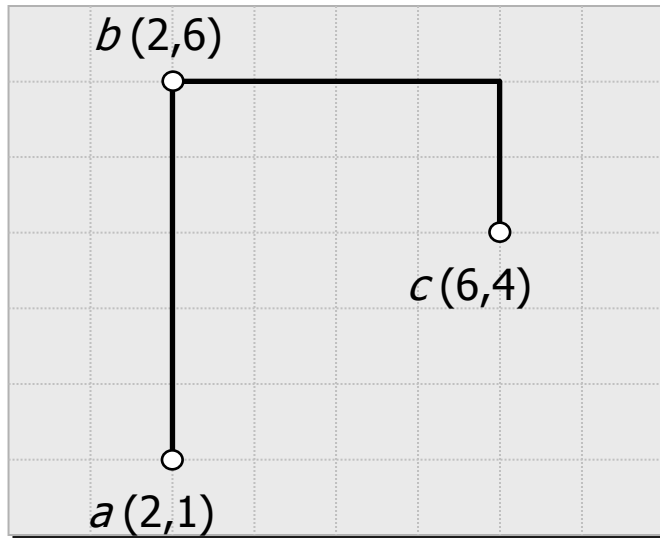
Tony Chan, Jason Cong, Kenton Sze "Multilevel generalized force-directed method for circuit placement", ISPD'05, 2005, p.185-192



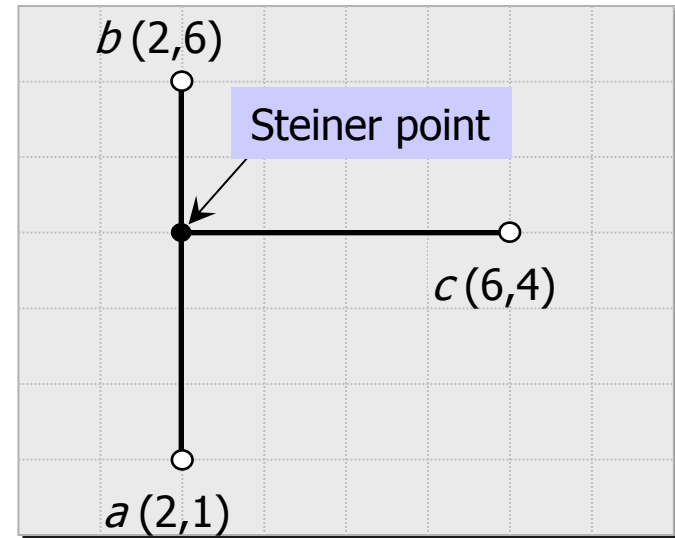
математические вопросы проектирования
топологии интегральных схем

Задача трассировки гиперребер

Ортогональное минимальное связывающее дерево (RMST)



Ортогональное минимальное дерево Штейнера (RSMT)

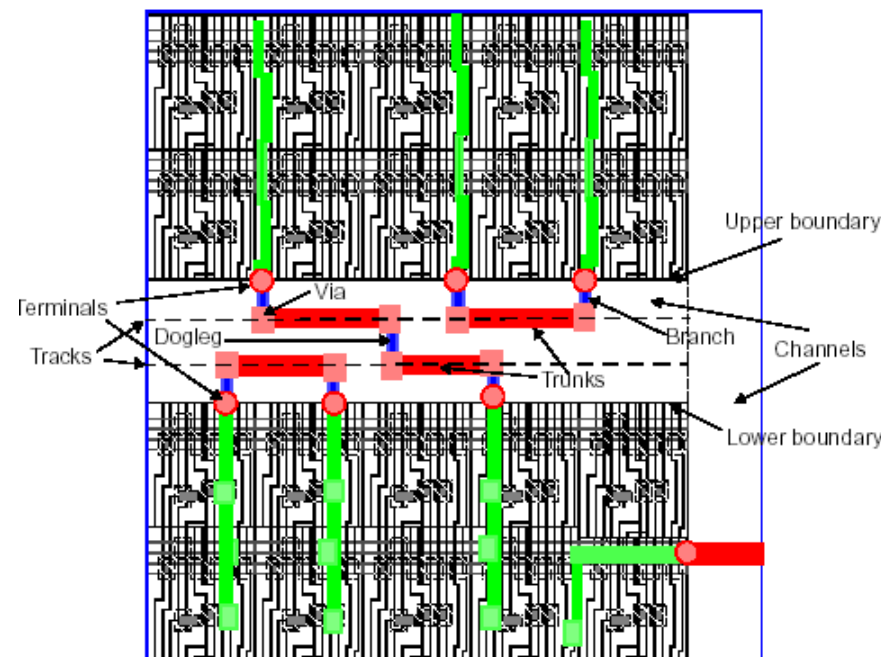


Примеры задачи трассировки

- Волновая трассировка

4	3	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	1	4	1		5	6	7	8			
3	2	1	2		6	7	8	9	10	11	12
4	3	2	3							12	13
5	4	3	4		14				8	13	14
6	5			13	14					14	
7	6	7		11	12	13	14				
8	7	8	9	10	11	12	13	14			
9	8	9	10	11	12	13	14				

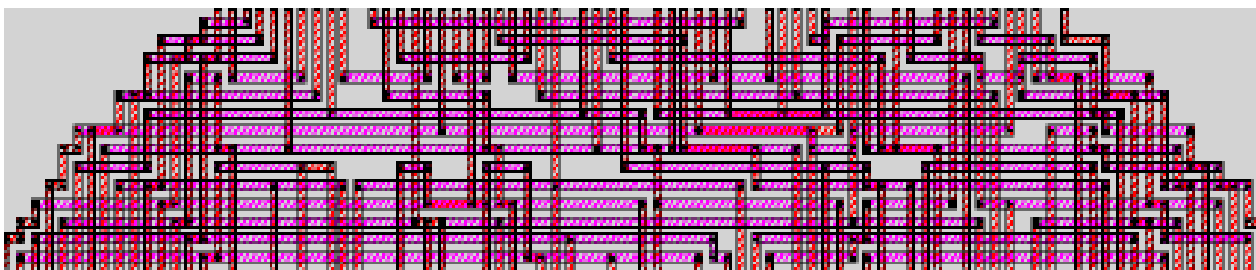
- Канальная трассировка



Примеры решения задачи трассировки

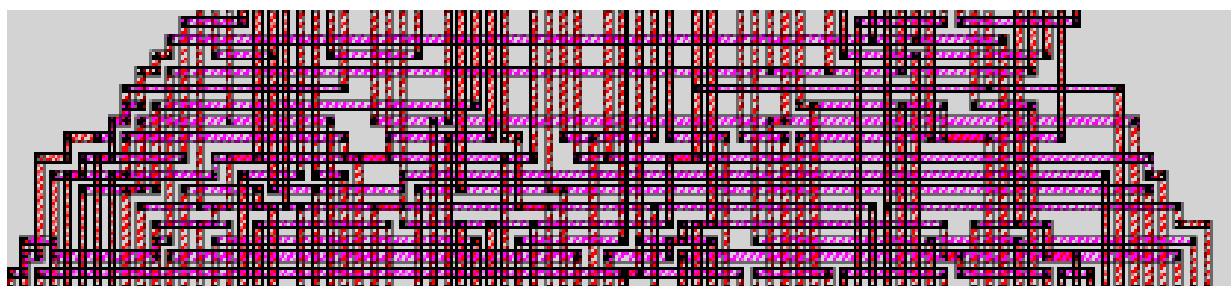
Yk3a - 47% on the last track

Channel **area is reduced** by:



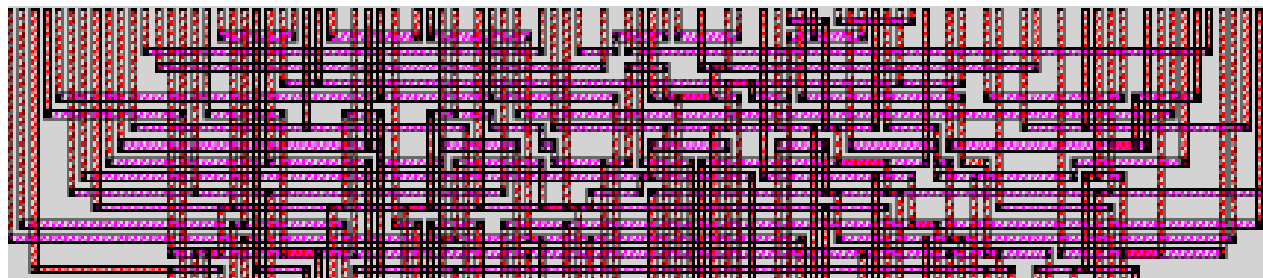
6.7%

Yk3b - 23.5% on the last track



5.9%

Yk3c - 10.5% on the last track



5.7%

Mentor Graphics

<http://www.mentor.com/company/>

- ❑ Одна из ведущих компаний на рынке автоматизированных систем проектирования электроники. Численность ~5000.
- ❑ Имеет филиалы в США, Европе, Азии.
- ❑ В России есть инженерные подразделения в Москве и С.-Петербурге
- ❑ В Москве есть возможность выполнять курсовые и дипломные работы; проходить производственную практику; работать неполный день интерном; поступить в аспирантуру.