Кафедра математической кибернетики

Спецсеминар “Сложность решения дискретных задач”
пятница, 16-20 – 17-55, ауд. 503

Руководители: доцент Селезнева Светлана Николаевна,
к.ф.-м.н. Бухман Антон Владимирович

Спецсеминар “Сложность решения дискретных задач”

Тематика: алгоритмическая сложность распознавания свойств дискретных функций

Почему актуально? Потому что быстрые алгоритмы обеспечивают эффективность вычислений, а алгоритмическая сложность задачи показывает возможности ее эффективного решения.

Некоторые результаты: получены быстрые алгоритмы распознавания самодвойственности, 1-инвариантности функции алгебры логики, если на вход алгоритма функция подается в виде полинома Жегалкина

Тематика семинара: вид, свойства и сложность некоторых представлений дискретных функций

Почему актуально? Потому что различные представления дискретных функций и их свойства применяются, например, при построении быстрых алгоритмов, при представлении данных в компьютерах, при проектировании интегральных схем

Некоторые результаты: получены свойства и сложность представлений функций в различных классах полиномиальных форм

При решении задач тематики семинара, часто появляются графы, комбинаторные множества.

Поэтому на семинаре уделяется внимание изучению этих дискретных структур

Студентам 2-го курса

На следующих слайдах предлагаются задачи для студентов 2-го курса

Решения задач можно приносить или присылать по e-mail (*selezn@cs.msu.su*) Селезневой Светлане Николаевне

Задача о наименьшем числе умножений

Какое наименьшее число конъюнкций требуется для вычисления функции алгебры логики $f(x_1, \ldots, x_n)$, если можно применять операции отрицание $\bar{x}$, сложение по модулю два $x \oplus y$ и конъюнкция $x \& y$?

Т.е. мы можем применять любую из этих трех операций, но считаем только конъюнкции (умножения).

Например, функцию медиана $m(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 \oplus x_1x_3 \oplus x_2x_3$ можно вычислить за одно умножение:

$$\begin{aligned} y_1 &= x_1 \oplus x_2, \\ y_2 &= x_1 \oplus x_3, \\ y_3 &= y_1 \& y_2, \\ z &= y_3 \oplus x_1. \end{aligned}$$

В переменной z находится значение медианы $m(x_1, x_2, x_3)$.

Задача о наименьшем числе умножений

Функция алгебры логики называется квадратичной, если в ее полиноме Жегалкина встречаются слагаемые, в которых не более двух переменных.

Например, медиана $m(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 \oplus x_1x_3 \oplus x_2x_3$ является квадратичной функцией.

Задача 1. За какое наименьшее число умножений можно вычислить произвольную квадратичную функцию алгебры логики $f(x_1, \ldots, x_n)$?

Задача о монотонности квадратичной функции

Функция алгебры логики $f(x_1, \dots, x_n)$ называется монотонной, если из $\alpha \le \beta$ следует $f(\alpha) \le f(\beta)$.

Функция алгебры логики называется линейной, если в ее полиноме Жегалкина нет произведений переменных.

Среди линейных функций алгебры логики монотонными являются только функции константа 0, константа 1, тождественная x_i.

Функция алгебры логики называется квадратичной, если в ее полиноме Жегалкина встречаются слагаемые, в которых не более двух переменных.

Задача 2. Какой вид имеют монотонные квадратичные функции $f(x_1, \dots, x_n)$?

Задача о числе единиц квадратичной функции

Функция алгебры логики называется линейной, если в ее полиноме Жегалкина нет произведений переменных.

Если линейная функция алгебры логики $f(x_1, \ldots, x_n)$ не является константой, то она равна единице на 2^{n-1} наборах.

Функция алгебры логики называется квадратичной, если в ее полиноме Жегалкина встречаются слагаемые, в которых не более двух переменных.

Задача 3. Можно ли придумать алгоритм, который получает на вход полином Жегалкина квадратичной функции алгебры логики $f(x_1, \ldots, x_n)$, выдает на выход число наборов, на которых функция f равна единице, и в процессе работы выполняет не более $C \cdot (l \cdot n)^m$ операций, где l – число слагаемых в полиноме Жегалкина функции f, а $C, m > 0$ – некоторые постоянные величины, не зависящие от функции f?

Спасибо за внимание!