

**Курс «Элементы теории синтеза, надёжности и контроля дискретных управляющих систем» для (интегрированных) магистров направления 01400 «Прикладная математика и информатика» профиля «Математические методы обработки информации и принятия решений» кафедры математической кибернетики, обучающихся по программе «Дискретные управляющие системы и их приложения»**

## **1. Общая информация (учебная нагрузка, формы контроля и др.)**

Курс является обязательным для всех (интегрированных) магистров кафедры математической кибернетики, обучающихся по программе «Дискретные управляющие системы и их приложения».

Он читается во 2 семестре в объёме 36 часов лекций, сопровождаемых 16 часами семинарских занятий. Курс завершается экзаменом, на который выносятся как теоретические вопросы, так и задачи.

В разделах 2–5 данного описания приводится подробная информация о содержании курса, программах и планах его изучения в 2023–2024 уч. году, методических материалах, а в разделах 6 и 7 — об особенностях организации учебного процесса, формах и сроках проведения контрольных мероприятий.

В соответствии с этими планами в течение семестра проводятся 2 основные (на 2 часа) и, возможно, несколько промежуточных (до 1 часа) тестов (контрольных). По результатам указанных тестов (контрольных) с учётом посещаемости студентов, их работы на лекциях и семинарах, а также самостоятельной работы (см. раздел 6) им выставляются предварительные оценки, которые играют существенную роль при формировании окончательной оценки на экзамене (см. раздел 7).

Чтение курса обеспечивается кафедрой математической кибернетики, лекторы 2023–2024 уч. года — проф. Ложкин С.А. ([lozhkin@cs.msu.ru](mailto:lozhkin@cs.msu.ru)) и проф. Романов Д.С. ([romanov@cs.msu.ru](mailto:romanov@cs.msu.ru)).

## **2. Аннотация**

Курс «Элементы теории синтеза, надёжности и контроля дискретных управляющих систем» является дополнением курса «Основы кибернетики» и «Элементы теории дискретных управляющих систем». Он посвящён более глубокому изучению ряда моделей, методов и результатов теории синтеза дискретных управляющих систем (УС), связанных с задачей схемной или структурной реализации дискретных функций и алгоритмов, а также некоторых вопросов надёжности и контроля УС.

В нём рассматриваются, в частности, вопросы структурной реализации функций алгебры логики (ФАЛ) в классе схем из функциональных элементов (СФЭ), а также классах контактных схем и итеративных контактных схем. Излагаются методы синтеза, с помощью которых устанавливаются т.н. асимптотические оценки высокой степени точности (АОВСТ) функции Шеннона для сложности схем из некоторых классов.

В рамках модели СФЭ излагаются некоторые вопросы контроля УС, связанные, в частности, с построением тестов при неисправностях на входах схем, а также при неисправностях на выходах элементов. На базе вероятностной модели СФЭ рассматриваются некоторые вопросы надёжности СФЭ. Изучается, в частности, возможность построения надёжных СФЭ из ненадёжных элементов, имеющих для почти всех ФАЛ оптимальную по порядку сложность.

**3. Предварительный список вопросов к экзамену по курсу «Элементы теории синтеза, надёжности и контроля дискретных управляющих систем» (весенний семестр 2023–2024 уч. года; группа 518/2; лекторы — проф. Ложкин С.А. и проф. Романов Д.С.), ориентировочный график их рассмотрения на лекциях и семинарах**

**I. Методы синтеза и асимптотические оценки высокой степени точности для сложности и задержки схем из некоторых классов**

1. Формулы и СФЭ в произвольном базисе, функционалы их сложности. Верхние оценки числа формул и СФЭ. См. [1: гл. I, §1]. (Лекция 1 – 8.II)
2. Верхние оценки числа усилительных СФЭ в произвольном базисе; уточнённые верхние оценки числа усилительных СФЭ и формул в некоторых базисах. См. [2: §2] (Лекция 2 – 8.II)
3. Некоторые модификации контактных схем (КС), итеративные контактные схемы (ИКС). Верхние оценки числа схем контактного типа. См. [1: гл. I, §2]. (Лекция 3 – 15.II)
4. Уточнённые верхние оценки числа схем контактного типа. См. [2: §1]. (Лекция 4 – 22.II)
5. Уточнённые нижние мощностные оценки функции Шеннона (ФШ) для сложности схем контактного типа, для сложности СФЭ в произвольном базисе, а также для сложности усилительных СФЭ и формул в некоторых базисах. См. [2: §§1,2]. (Лекция 5 – 22.III)
6. Универсальные множества функций алгебры логики (ФАЛ) и их построение на основе селекторных разбиений переменных. См. [2: §3]. (Лекция 6 – 7.III)
7. Селекторные разбиения переменных некоторых ФАЛ. Синтез усилительных СФЭ и ИКС в некоторых базисах, АОВСТ ФШ для их сложности. См. [2: §§5,6]. (Лекция 7 – 7.III)
8. Специальные  $m$ -регулярные разбиения единичного куба. Асимптотические оценки высокой степени точности (АОВСТ) функции Шеннона для сложности КС из ориентированных контактов. См. [2: §§4,6]. (Лекция 8 – 24.III)
9. АОВСТ функции Шеннона для сложности (задержки) формул в некоторых базисах. См. [2: §6], [3]. (Лекция 9 – 14.IV)

**II. Контроль и надёжность дискретных управляющих систем**

10. Тесты для входов схем. Оценки функции Шеннона длины полного проверяющего теста при константных неисправностях на входах схем. См. [5: с. 117–119]
11. Оценки функции Шеннона длины единичного диагностического теста при константных неисправностях на входах схем. См. [5: с. 120-122]
12. Оценки функции Шеннона длины диагностического теста при кратных константных неисправностях на входах схем. См. [7: с. 72-76]
13. Верхняя оценка функции Шеннона длины проверяющего теста при инверсиях входов схем. См. [6: с. 47-50]
14. Нижняя оценка функции Шеннона длины проверяющего теста при инверсиях входов схем. См. [6: с. 50-52]
15. Теорема Редди о единичных проверяющих тестах для схем из функциональных элементов (СФЭ) в базисе Жегалкина при константных неисправностях на входах и выходах элементов. См. [5: с. 109-116]
16. Полный проверяющий тест длины 2 при однотипных константных неисправностях на выходах элементов (для СФЭ в стандартном базисе). См. [8]
17. Единичный диагностический тест при инверсных неисправностях на выходах элементов в базисе Жегалкина. См. [9]

18. Теорема Пиппенджера о возможности построения надежных (в слабом смысле) схем без порядкового ухудшения сложности. См. [5: с. 48-55]

## 4. Типовые задачи к экзамену

### I. Задачи на методы синтеза и асимптотические оценки высокой степени точности для сложности схем из некоторых классов

1. Установить нижние АОВСТ функции Шеннона для заданного класса схем. (Семинар 1.1 — 29.II)
2. Построить по заданной («внешней») ФАЛ  $\varphi$  на основе селекторного разбиения её БП соответствующее  $\varphi$ -универсальное множество функций. Установить верхние АОВСТ функции Шеннона для заданного класса схем из элементов, имеющих только итеративные входы. (Семинар 1.2 — 14.III)
3. Построить регулярное моделирующее заданную систему ФАЛ разбиение единичного куба заданной размерности. Установить верхние АОВСТ функции Шеннона для заданного класса схем из элементов, имеющих «прямые» входы. (Семинар 1.3 — 28.III)

### II. Задачи на контроль и надёжность дискретных управляемых систем

1. Найти длину минимального теста заданного типа на входах схем для заданной ФАЛ.
2. Получить оценки функции Шеннона длины теста заданного типа на входах схем.
3. Найти длину минимального теста заданного типа для заданной СФЭ.
4. Построить для заданной булевой функции реализующую ее СФЭ, допускающую тест заданного типа, имеющий длину, не превосходящую указанной величины.
5. Получить оценки функции Шеннона длины теста заданного типа для СФЭ.
6. Подсчитать по заданной схеме ее надежность относительно заданного источника неисправностей.
7. Построить в базисе с указанными режимами работы элементов последовательность схем, реализующих заданную булеву функцию сколь угодно надежно.

## 5. Литература

### I раздел:

1. Ложкин С. А. Элементы теории синтеза и надежности дискретных управляемых систем. — М., МГУ, 2021. (Электронная версия [http://mk.cs.msu.ru/index.php/Элементы\\_теории\\_синтеза\\_и\\_надежности\\_дискретных\\_управляемых\\_систем](http://mk.cs.msu.ru/index.php/Элементы_теории_синтеза_и_надежности_дискретных_управляемых_систем)).
2. Ложкин С.А. Элементы теории синтеза и геометрической реализации дискретных управляемых систем. (Видеозаписи и слайды лекций 1–8) URL: <https://m.cs.msu.ru/s/p6KJDNtcsQosGta>
3. Ложкин С.А. Лекции по основам кибернетики. М.: МАКС Пресс, 2004. 256 с.

### II раздел:

4. Редькин Н.П. Надежность и диагностика схем. М.: МГУ, 1992. 192 с.
5. Кудрявцев В.Б., Гасанов Э.Э., Долотова О.А. Теория тестирования логических устройств. М.: Физматлит, 2006. 160 с.
6. Носков В.Н. Диагностические тесты для входов логических устройств // Дискретный анализ. Вып. 26. Новосибирск: Изд-во ИМ СО АН СССР, 1974. С. 72–83.

7. Бородина Ю.В. О синтезе легкотестируемых схем в случае однотипных константных неисправностей на выходах элементов // Вестник Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. 2008, №1. С. 40–44.
8. Романов Д.С. Метод синтеза неизбыточных схем в базисе Жегалкина, допускающих единичные диагностические тесты длины один // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2015, № 4. С. 38–54.

## **6. Особенности организации и контроля аудиторной и самостоятельной работы студентов**

Данный курс является достаточно сложным и объёмным математическим курсом, усвоение которого требует от студентов полноценной и регулярной как аудиторной, так и самостоятельной работы, что невозможно без чёткой организации занятий, строгой дисциплины и систематического контроля. При этом предполагается, что в рамках самостоятельной работы<sup>1</sup> студенты не только прорабатывают пройденный материал, но и знакомятся с материалом предстоящей лекции или семинара.

Лекции по вопросам 1–9, которые были записаны в 2021 году, выложены по адресу <https://m.cs.msu.ru/s/p6KJDNtcsQosGta>. По указанной ссылке доступны также слайды указанных лекций. Лекции и семинарские занятия будут проводиться, в основном, согласно расписанию и указанному выше графику (см. разделы 3 и 4).

Для контроля за освоением программы курса, уже говорилось, в течение семестра планируется провести<sup>2</sup> 2 основных (по 2 часа) и, возможно, несколько промежуточных (до 1 часа) тестов (контрольных) на знание и понимание определений, формулировок утверждений и т. п., а также на умение решать задачи. Предварительно 1 и 2 основные контрольные работы запланированы на 11 апреля и 17 мая соответственно.

Одной из форм самостоятельной работы является решение предлагаемых на лекциях «трудных» задач<sup>3</sup>, которое позволяет студентам глубже усвоить материал курса и набрать дополнительные к результатам контрольных баллы, повысив, тем самым, свою предварительную оценку (см. раздел 7).

Информационные объявления, данные о посещаемости и текущей успеваемости студентов публикуются на странице курса на сайте <http://mk.cs.msu.ru/index.php/>

## **7. О проведении экзамена по курсу «Элементы теории синтеза, надежности и контроля дискретных управляемых систем»**

Как уже говорилось, по результатам контрольных работ с учётом посещаемости студентов, их работы на лекциях и семинарах, а также самостоятельной работы каждому из них выставляется предварительная оценка (оценки).

Для студентов, имеющих предварительную оценку «5», экзамен проводится в форме общего собеседования по программе курса на определения, формулировки утверждений и идеи их доказательства, методы решения задач. Для студентов, имеющих предварительную оценку «2», экзамен представляет собой письменный тест-контрольную.

Все остальные студенты (с предварительной оценкой «3-», «3» и «4») получают билет с двумя вопросами и одной задачей и после 15–20 минутной подготовки отвечают на него сначала на уровне определений, формулировок утверждений и идей их доказательства, а также методов решения задач. Затем студент, по усмотрению экзаменатора, должен раскрыть те или иные детали доказательства утверждений из вопросов билета по конспектам или иным источникам, а также полностью или частично решить задачу билета в течение выделенного специально для этого времени. Студенты, набравшие не менее 80% от суммы баллов по задачам тестов и контрольных соответствующего раздела, то есть получившие по ним оценку «5», от решения

<sup>1</sup>1 час самостоятельной работы на 1 час аудиторных занятий.

<sup>2</sup>Количество, форма и график проведения контрольных будут уточняться по ходу семестра.

<sup>3</sup>Решения этих задач, оформленные в виде pdf-файла, необходимо присыпать по адресу lozhkin@cs.msu.ru (принимается первое и полное правильное решение).

билетной задачи данного типа освобождаются. Последний этап экзамена представляет собой описанное выше общее собеседование по другим вопросам или задачам программы.

В соответствии с установленными нормами итоговая экзаменационная оценка, как правило, не может отличаться от предварительной оценки больше, чем на один балл. Студенту, который имеет предварительную оценку «3» или «4» и не претендует на более высокую итоговую оценку, предоставляется возможность сдавать экзамен по упрощённой процедуре (в форме собеседования по программе без предварительной подготовки) с целью подтверждения этой оценки.