Задачи по курсу «Основы кибернетики» к разделу «Минимизация ДНФ и связанные с ней задачи»

Принимаются только грамотно оформленные (можно разборчивым почерком от руки) и содержащие полное доказательство всех необходимых утверждений решения, которые должны быть присланы по электронной почте `lozhkin@cs.msu.su` в виде `pdf` файла. Дополнительные баллы получает только первое из указанных решений.

Задача 1 (задача решена и больше не принимается)

Доказать, что у любой ФАЛ из $P_2(3)$ множество кратчайших тупиковых ДНФ (КТДНФ) совпадает с множеством минимальных тупиковых ДНФ (МДНФ).

Задача 2 (задача решена и больше не принимается)

Выяснить, какие соотношения между множествами КТДНФ и МДНФ возможны у ФАЛ из $P_2(4)$.

Задача 3 (задача решена и больше не принимается)

Доказать, что существует ФАЛ из $P_2(5)$, у которой множества МДНФ и КТДНФ не пересекаются.

Задача 4 (задача решена и больше не принимается)

Найти длину кратчайшей ДНФ для поясковой симметрической ФАЛ $s_n^{[r,n-r]}$.

Задача 5 (задача решена и больше не принимается)

Доказать, что $\lambda(f) = o(2^n)$ для почти всех ФАЛ f, $f \in P_2(n)$.

Задачи к разделу «Эквивалентные преобразования управляющих систем»

Задача 6

Выяснить вопрос о возможности удаления из системы, включающей в себя 8 основных тождеств ЭП формул стандартного базиса, трёх или более тождеств с сохранением полноты системы оставшихся тождеств.

Задачи к разделу «Синтез и сложность управляющих систем»

Задача 7 (задача решена и больше не принимается)

Построить $(1,8)$–КС, которая реализует систему всех ЭД ранга 3 от БП x_1, x_2, x_3 со сложностью 14.

Задача 8

Доказать, что для любой ФАЛ f, $f \in P_2(n)$, существует $(1,2)$-КС Σ_f, реализующая систему $(f, \overline{f})$ и такая, что $L(\Sigma_f) \lesssim 2^n/n$.

Задача 9 (задача решена и больше не принимается)

Определим понятие коммуникативной сложности ФАЛ f, $f \in P_2(n)$. Пусть Алисе даётся некоторый набор $\tilde{\alpha} = (\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$, а Бобу — некоторый набор $\tilde{\beta} = (\beta_1, \ldots, \beta_n)$ значений БП $x_1, \ldots, x_n$, причём $f(\tilde{\alpha}) \neq f(\tilde{\beta})$, Алиса не знает $\tilde{\beta}$, а Боб не знает $\tilde{\alpha}$, но оба знают ФАЛ f. Обмениваясь информацией (битовыми сообщениями), каждый из них должен найти такой (один и тот же) разряд j, в котором наборы $\tilde{\alpha}$, $\tilde{\beta}$ отличаются. *Коммуникативной сложностью* ФАЛ f называется минимальное число необходимых битовых сообщений, при котором Алиса и Боб гарантированно найдут искомый разряд.

Доказать, что при условии нулевой глубины элемента отрицания глубина любой ФАЛ в стандартном базисе совпадает с коммуникативной сложностью ФАЛ.

Задача 10 (задача решена и больше не принимается)

Доказать, что $L^{\mathrm{K}}_{(1,1)}(\ell_n) = L^{\mathrm{K}}_{(1,1)}(\overline{\ell}_n) = 8n$, где $\ell_n = x_1 \oplus x_2 \oplus \ldots \oplus x_n$.