

1 Семинарское занятие. Конечные автоматы.

Задача 1. Построить детерминированный конечный автомат, язык которого

1. состоит из всех слов в алфавите $\Sigma = \{a\}$, имеющих длину кратную либо 2, либо 5;
2. состоит из всех слов в алфавите $\Sigma = \{a, b\}$, в которых число вхождения буквы a четное, а число вхождений буквы b кратно 3;
3. состоит из всех слов в алфавите $\Sigma = \{a, b\}$, имеющих по крайней мере три разных вхождения подслова bbb .

Задача 2. Для недетерминированных конечных автоматов, отношения переходов которых задано таблицей

\mathcal{A}_1		a	b		\mathcal{A}_2	a	b
	$s_1 : I, F$	s_1, s_2 s_3, s_4				$s_1 : I$	s_1, s_2 s_1
	s_2		s_1			s_2	s_3
	s_3		s_2			s_3	s_4
	s_4		s_3			$s_4 : F$	

построить эквивалентные детерминированные конечные автоматы.

Задача 3. Для двух детерминированных конечных автоматов \mathcal{A}_1 и \mathcal{A}_2 , функции переходов в которых заданы следующими двумя таблицами

\mathcal{A}_1		a	b		\mathcal{A}_2	a	b
	$s'_1 : I$	s'_1	s'_2			$s''_1 : I$	s''_2 s''_3
	$s'_2 : F$	s'_2	s'_1			s''_2	s''_3 s''_1
						$s''_3 : F$	s''_1 s''_2

построить детерминированные конечные автоматы, распознающие языки $L(\mathcal{A}_1) \cap L(\mathcal{A}_2)$, $L(\mathcal{A}_1) \cup L(\mathcal{A}_2)$ и $L(\mathcal{A}_1) \setminus L(\mathcal{A}_2)$.

Задача 4. Построить регулярные выражения для каждого из следующих языков в алфавите $\{a, b\}$:

1. $\{w : w \text{ содержит четное число вхождений буквы } a\}$;
2. $\{w : w \text{ содержит четное число букв } a \text{ или нечетное число букв } b\}$;
3. $\{w : w \text{ содержит четное число букв } a \text{ и нечетное число букв } b\}$;
4. $\{w : w \text{ не содержит подслова } ab\}$.

Задача 5. Построить детерминированные конечные автоматы, распознающие язык, заданные регулярными выражениями:

1. $(aaa^* + bbb^*)^*$;
2. $(ab + ba)(ab + ba)(ab + ba)$;
3. $(a + b(ab^*a)^*b)^*$.

Задача 6. Минимизировать детерминированные конечные автоматы \mathcal{A}_1 и \mathcal{A}_2 , функции переходов в которых заданы следующими двумя таблицами

\mathcal{A}_1		a	b		\mathcal{A}_2		a	b
	$s_1 : \text{I}$	s_1	s_4			$s_1 : \text{I, F}$	s_3	s_5
	s_2	s_3	s_1			$s_2 : \text{F}$	s_8	s_7
	$s_3 : \text{F}$	s_4	s_2			s_3	s_7	s_2
	$s_4 : \text{F}$	s_3	s_5			s_4	s_6	s_2
	s_5	s_4	s_6			s_5	s_1	s_8
	s_6	s_6	s_3			s_6	s_2	s_3
	s_7	s_2	s_4			s_7	s_1	s_4
	s_8	s_3	s_1			s_8	s_5	s_1

Задача 7. Построить минимальные детерминированные автоматы, распознающие языки, заданные следующими регулярными выражениями

1. $a^*b^* + b^*a^*$;
2. $(ab)^* + (ba)^* + (bb)^*$

Задача 8. Для конечных автоматов, отношения переходов которых задано таблицей

\mathcal{A}_1		a	b		\mathcal{A}_2		a	b
	$s_1 : \text{I}$	s_2	s_2			$s_1 : \text{F}$	s_2	s_1
	s_2	s_1	s_3			$s_2 : \text{I}$	s_1	s_3
	$s_3 : \text{F}$	s_1	s_1			$s_3 : \text{F}$	s_4	s_2

построить регулярные выражения.

Задача 9. Выяснить, имеют ли одинаковое значение следующие пары регулярных выражений:

1. $(a + b)^*$ и $a^* + b^*$;
2. $a(bca)^*bc$ и $ab(cab)^*c$;
3. $(a^*b^*)^*$ и $(a^*b)^*$;
4. $(ab + a)^*a$ и $a(ba + a)^*$.

Задача 10. Какие из приведенных ниже языков являются регулярными, а какие — нет?

1. $\{w'cw'' : w', w'' \in \{a, b\}^*\}$;
2. $\{w\$w : w \in \{a, b\}^*\}$;
3. $\{ww : w \in \{a, b\}^*\}$;
4. $\{w : |w| = n^2 \text{ для некоторого целого } n\}$;
5. $\{a^n b^{2n} : n \geq 0\}$;
6. $\{a^n b^m : n \neq m\}$;
7. $\{a^n b^m : n \geq m \geq 99\}$;
8. $\{a^n b^m : n \geq m, m \leq 99\}$;
9. $\{uv : \text{число букв } a \text{ в слове } u \text{ равно числу букв } b \text{ в слове } v\}$;
10. $\{u\$v : \text{число букв } a \text{ в слове } u \text{ равно числу букв } b \text{ в слове } v\}$.

Задача 11. Построить минимальный детерминированный конечный автомат, который распознает все строки в алфавите $\Sigma = a, b, c$, оканчивающиеся следующим словом:

1. *acbabbbca*;
2. *abbaba*.

Задача 12. Пусть известно, что A — регулярное множество. Какое из двух множеств слов является регулярным, а какое — нет?

1. $\{x : \exists n \geq 0 \exists y \in A(y = x^n)\}$;
2. $\{x : \exists n \geq 0 \exists y \in A(x = y^n)\}$.