

1 Семинарское занятие. Формальные грамматики.

Задача 1. Докажите, что КС-грамматика с множеством правил

1. $S \rightarrow aSb|bSa|SS|\varepsilon$,
2. $S \rightarrow aB|bA \quad A \rightarrow aS|bAA|a \quad B \rightarrow bS|aBB|b$,

порождает язык всех слов с одинаковым числом вхождений букв a и b . Постройте магазинный автомат для этого языка.

Задача 2. Постройте КС-грамматику и магазинный автомат для языка правильных скобочных выражений с двумя типами скобок $(,)$ и $[,]$.

Задача 3. Постройте КС-грамматику без ε -правил и унарных правил, эквивалентную грамматике с множеством правил

$$S \rightarrow aSbb|T \quad T \rightarrow bTaa|S|\varepsilon .$$

Задача 4. Постройте КС-грамматики в нормальной форме Хомского для следующих языков

1. $\{a^n b^{2n} c^k : k, n \geq 1\}$;
2. $\{a^n b^k c^n : k, n \geq 1\}$;
3. $\{a^k b^m c^n : k, m, n \geq 1, 2k \geq n\}$;
4. все слова в алфавите $\{a, b\}$, не являющиеся палиндромами;
5. все слова в алфавите $\{a, b\}$, в которых буква a встречается не более чем в два раза чаще, чем буква b ;
6. $L(a^* b^* c^*) \setminus \{a^n b^n c^n : n \geq 0\}$.

Задача 5. Выясните, какие из приведенных ниже слов

1. $aabaab$,
2. $aaaaba$,
3. $aabbaa$,
4. $abaaba$

принадлежат языку, который порождается следующей КС-грамматикой

$$S \rightarrow ABS|AB \quad A \rightarrow aA|a \quad B \rightarrow bA .$$

Задача 6. Примените алгоритм Кока-Касами-Янгера для проверки принадлежности слова языку порожденному КС-грамматикой со следующими правилами:

1. $w = aab, \Gamma = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow a, B \rightarrow AB|b\}$.
2. $w = abababa, \Gamma = \{S \rightarrow ST|a, T \rightarrow BS, B \rightarrow b\}$.

Задача 7. Какой язык порождает КС-грамматика $S \rightarrow bS|Sa|aSb|\varepsilon$.

Задача 8. Какие из приведенных ниже языков являются а) регулярными, б) контекстно-свободными, с) рекурсивными.

1. $\{w : w \in \{a, b, c\}^*, w \text{ имеет одинаковое число вхождений каждой буквы}\}$;
2. $\{a^n b^m : n \neq m\}$;
3. $\{a^n : n = 2^m, m \geq 0\}$;
4. $\{w : w \text{ — двоичное представление числа } 2^m, m \geq 0\}$;
5. $\{a^n b^m c^k : (n, m, k \geq 1) \wedge (2n = 3k \vee 5k = 7m)\}$;
6. $\{a^n b^m c^k : (n, m, k \geq 1) \wedge 2n = 3k \wedge 5k = 7m\}$;
7. $\{a^n b^m c^k : n, m, k \geq 1, n + k = m\}$;
8. $\{a^n b^m c^k : n \geq m \geq k \geq 0\}$;
9. $\{a^n b^m c^k d^\ell : n, m, k, \ell \geq 1, n = m, k = \ell\}$;
10. $\{a^n b^m c^k d^\ell : n, m, k, \ell \geq 1, n = k, m = \ell\}$;
11. $\{a^n b^m c^k d^\ell : n, m, k, \ell \geq 1, n = \ell, k = m\}$;
12. $\{a^n b^m c^k d^\ell : n, m, k, \ell \geq 1, 2n = 3k, 5k = 7\ell\}$;
13. $\{a^n b^m c^k d^\ell : n, m, k, \ell \geq 1, 2n = 3\ell, 5k = 7m\}$;
14. $\{a^n b^m : n, m \geq 0, 5n + 3m = 24\}$;
15. $\{a^n b^m : n, m \geq 0, 5n - 3m = 24\}$.

Задача 9. Докажите, что если R — регулярный язык, а C — КС-язык, то $C \cap R$ — КС-язык.

Задача 10. Какие из приведенных ниже утверждений верны, а какие — нет.

1. Если R — регулярный язык, то $\{ww : w \in R\}$ — также регулярный язык.
2. Если R — регулярный язык, то $\{w : ww \in R\}$ — также регулярный язык.
3. Если C — КС-язык, то $\{ww : w \in C\}$ — также КС-язык.
4. Если C — КС-язык, то $\{w : ww \in C\}$ — также КС-язык.